INFORME SOBRE ENSAYOS NO DESTRUCTIVOS DE HORMIGONES MEDIANTE VIBRACIONES Y ULTRASONIDOS

Introducción a los fundamentos y a algunas de las aplicaciones de los métodos basados en ondas mecánicas

DOI: 10.13140/RG.2.2.18568.53767

Roberto Suárez-Ántola

rsuarez@omnia.com.uy robertosua@gmail.com

This technical report (in fact, an embryo of a future book) is an introduction to the fundamentals and some applications of non-destructive testing (NDT) methods of concrete based on mechanical waves: ultrasound, resonance, mechanical waves produced by impacts and acoustic emission. The contents of some sections of this report are developed from a less elementary physical-mathematical point of view, but if the reader wishes, it is possible to omit them and to consider only the end results.

First, to provide a general framework for the methods based on mechanical waves, the other non-destructive testing methods are briefly mentioned, as well as semi-destructive and destructive methods of concrete in the laboratory and in the field (in structures). Some examples are considered which suggest how the various methods can be combined to evaluate the quality and estimate the durability of the tested material. A brief comparison of Structural Health Monitoring with NDT of concrete is done.

This work is primarily addressed to architects, civil engineers and scientists who have an interest in NDT of concrete, but do not specialize in this kind of testing. Furthermore, it is expected that the reader will be interested in the physical mathematical foundations of the test methods.

To make its content of interest to a wider circle of readers, the report begins by reviewing some properties of concretes. Basic aspects of vibrations and mechanical wave propagation in solids are then reviewed, which are necessary to address the applications of non-destructive testing methods for concrete like ultrasounds, resonance, mechanical waves produced by impacts, and acoustic emission. The last four chapters of the report present the fundamentals, and some applications of test methods based on vibrations (specimens in the laboratory, pavements and structures on site), on ultrasound (in structures and during resistance tests in specimens), in the propagation of mechanical waves due to impacts (including tests on deep foundations, piles and concrete pavements) and in acoustic emission.

Prólogo

Este informe técnico (de hecho, un embrión de libro futuro) está dirigido a arquitectos, ingenieros civiles y científicos que tienen interés en los ensayos no destructivos de hormigones, que no se especializan en esta clase de ensayos y que no rehúyan profundizar en los fundamentos fisicomatemáticos de los métodos de ensayo no destructivo.
Con el fin de que su contenido resulte útil para a un círculo más extenso de lectores, los primeros tres capítulos presentan una introducción a temas con los cuales algunos de los lectores pueden no estar familiarizados. El primer capítulo del informe repasa, desde un punto de vista conceptual, algunas propiedades de los hormigones y su empleo en las estructuras. El segundo capítulo se destina a revisar algunos aspectos de las vibraciones y de la propagación de ondas mecánicas en sólidos, necesarios para abordar las aplicaciones de los métodos de ensayo no destructivo de hormigones basados en ultrasonidos, resonancia, ondas mecánicas producidas por impactos y emisión acústica. El tercer capítulo suministra un marco general a los métodos basados en ondas mecánicas. Menciona brevemente los demás métodos de ensayo no destructivo de hormigones, así como los métodos semi destructivo y destructivos en el laboratorio y en el campo (en las estructuras). Asimismo, se consideran algunos ejemplos que sugieren cómo los diversos métodos se pueden combinar para evaluar la calidad y estimar la durabilidad del material ensayado.
En los cuatro últimos capítulos del informe se presentan los fundamentos y algunas aplicaciones de los métodos de ensayo basados en vibraciones (en probetas en el laboratorio, en pavimentos y en estructuras en el sitio), en ultrasonidos (en estructuras y también durante los ensayos de resistencia en probetas), en la propagación de ondas mecánicas debido a impactos (incluyendo ensayos sobre fundaciones profundas, pilotes y pavimentos de hormigón) y en emisión acústica.
Parte de los contenidos de este informe se basa en las notas de cursos y presentaciones que estuvieron a cargo del autor entre 1986 y 2006. *No se incluyen* las recientes normas para calificación de personal en END en ingeniería civil, los métodos de fusión de datos de END empleando redes neurales artificiales o superficies de respuesta o el software de procesamiento de datos para END.

Agradecimientos: A mi familia. A las personas de las que pude aprender. A las personas que me consultaron sobre los temas incluidos en este informe. A mis compañeros de trabajo (1975-1984) en el Laboratorio de Vibraciones y Ultrasonidos del Departamento de Física, Facultad de Humanidades y Ciencias, Universidad de la República de Uruguay. A las autoridades y a mis compañeros de trabajo (1985-1999) en la Comisión Nacional de Energía Atómica de Uruguay (luego Dirección Nacional de Tecnología Nuclear). A Mario Larrauri, José Luis Duomarco, José Antonio Ferrari, Jorge Rasmussen, Juan Francisco Facetti, Kenneth Beswick y John Zirnhelt. A Alicia Valer, Instituto Nacional de Tecnología Industrial de Argentina. A José (Moro) Ruzzante y su grupo de física de materiales, Comisión Nacional de Energía Atómica de Argentina. A los arquitectos, ingenieros, químicos y físicos que participaron en los cursos o en las presentaciones sobre ensayos no destructivos de hormigones por vibraciones y ultrasonidos y sobre el rol de esos ensayos en la evaluación de la calidad en obras civiles, que estuvieron a mi cargo (1986-1996) en el marco los Programas de END (RLA/82/T01) y de Calidad (RLA/82/017) para América Latina y el Caribe del OIEA.

Nota aclaratoria: Los capítulos de este informe se subdividen en secciones. Las ecuaciones se numeran dentro de una misma sección: [1], [2] y así sucesivamente. Dentro de una misma sección se hace referencia a una ecuación por su número, por ejemplo, la ecuación [3]. Cuando en otra sección o capítulo se hace referencia, por ejemplo, a la ecuación [3] del capítulo 2, sección 4, se menciona la ecuación (o la fórmula) 2.4.[3]. Las referencias bibliográficas se citan a pie de página. Las figuras se numeran según el capítulo en el que se encuentren. Cuando se menciona la figura 2.9 se hace referencia a la figura 9 del capítulo 2. Con $\cdot$ se indica el producto escalar de vectores, con : el producto escalar doble de tensores, con $\times$ el producto vectorial, con ∇ el operador gradiente, con $\nabla \cdot$ la divergencia y con $\nabla \times$ el rotor de un campo vectorial o tensorial. Las derivadas respecto del tiempo se indican a veces con puntos ubicados sobre la función: $\frac{d}{d\,t} q = \dot{q}$, $\frac{d^2}{d\,t^2} q = \ddot{q}$ Los vectores se representan con $\longrightarrow$ sobre el símbolo correspondiente (por ejemplo $\vec{s}$) y los tensores con $\sim$ ubicado sobre el símbolo correspondiente (por ejemplo $\tilde{\sigma}$). La representación matricial de los tensores y vectores se utiliza para los cálculos y se explica por el contexto.

Índice resumido

Indice detallado

4.4.3 Comentarios acerca de los ensayos de pavimentos de hormigón mediante vibraciones longitudinales en régimen y mediante ondas de superficie producidas por un excitador sinusoidal en régimen estacionario.

5. Ensayos no destructivos de hormigones basados en la transmisión de pulsos de ultrasonidos.
5.1 Instrumentos para medir el tiempo de tránsito de los pulsos ultrasónicos longitudinales.
5.2 Velocidades de los pulsos ultrasónicos en los hormigones y sus aplicaciones.
5.2.1 Algunas correlaciones empíricas entre la velocidad de los pulsos longitudinales y la resistencia a la compresión del hormigón. Promedio temporal de Wyllie.
5.2.2 Módulos dinámicos y velocidades de propagación en materiales compuestos. Velocidades de propagación en hormigones. Evaluación estadística de uniformidad del hormigón en las estructuras. Influencia de la temperatura ambiente sobre la velocidad de propagación.
5.2.3 La teoría de rayos en acústica. Generalización del principio de Fermat para incluir la difracción. Aplicaciones al ensayo ultrasónico de hormigones.
5.2.3.1 Acústica geométrica y Principio de Fermat generalizado.
5.2.3.2 Aplicaciones del Principio de Fermat generalizado en la interpretación de los tiempos de tránsito de pulsos ultrasónicos en hormigones.
5.2.3.3 Efectos del fuego sobre la velocidad de propagación. Modelo tomográfico simplificado para estimar la sección útil de un pilar basado en los tiempos de tránsito de los pulsos ultrasónicos. Planteo del problema matemático de la tomografía 3-D en hormigones.
5.2.3.4 Correcciones debidas a la presencia de las armaduras.
5.3 Efectos sobre la propagación de las ondas mecánicas debidos a las dimensiones transversales a la dirección de propagación: guías de ondas acústicas y acoplamiento de modos de propagación.
5.4 Algunas conclusiones generales sobre los ensayos no destructivos de hormigones basados en los tiempos de tránsito de pulsos de ultrasonidos.
5.4.1 Algunas ventajas del método de ensayo por transmisión de pulsos ultrasónicos longitudinales de baja frecuencia (20 a 200 kHz).
5.4.2 Algunas limitaciones del método de ensayo por transmisión de pulsos ultrasónicos longitudinales de baja frecuencia (20 a 200 kHz).

6. Ensayos no destructivos de hormigones basados en ondas mecánicas producidas por impactos y métodos relacionados.
6.1 Ensayo ultrasónico pulso-eco mediante ondas P y ondas S. Ruido estructural y elección estadística del umbral de señal.
6.2 Ensayos impacto-eco e impacto-respuesta.
6.3 Ensayo basado en el análisis espectral de las ondas de superficie (AEOS).
6.4 Algunas conclusiones generales sobre los ensayos no destructivos de hormigones basados en los métodos de pulso-eco, impacto-eco, impacto-respuesta y análisis espectral de las ondas de superficie.

7. Ensayos no destructivos de hormigones basados en emisión acústica.
7.1 Esquema causal de Hsu, Simmons y Hardy. El conteo de los eventos de emisión acústica y la caracterización paramétrica de las fuentes. Los problemas directo e inverso.
7.2 Localización de fallas.
7.3 Aplicaciones de laboratorio y en el campo.
7.4 Algunas conclusiones generales sobre los ensayos no destructivos de hormigones basados en métodos de emisión acústica.

1. Breve introducción sobre hormigones

Los hormigones (también conocidos como concretos en varios países de Iberoamérica) son materiales compuestos, polifásicos, porosos.

Los hormigones de cemento hidráulico se comportan como una roca artificial y se utilizan en fundaciones, estructuras y pavimentos. Los hormigones asfálticos se utilizan, por lo general, en pavimentos. Estos últimos solo incidentalmente serán considerados en este informe, orientado fundamentalmente a los ensayos no destructivos aplicados a hormigones de cemento Portland.

En general se distinguen, sobre la base de su densidad promedio, hormigones pesados, hormigones normales, hormigones ligeros y hormigones gaseosos.

1.1 El hormigón como material polifásico

A nivel macroscópico el hormigón de cemento hidráulico suele considerarse como un material bifásico, consistente en porciones de agregado embebidas en una matriz de pasta de cemento hidratado. Eso es lo que se ve a simple vista en una sección cortada en una pieza de hormigón endurecido, como las que muestra las Figuras 1.1(a), 1.1 (b) y 1.1 (c), adaptadas del libro de Edvard Grunau "Reparación y protección de hormigón armado", CEAC, Barcelona, 1988.

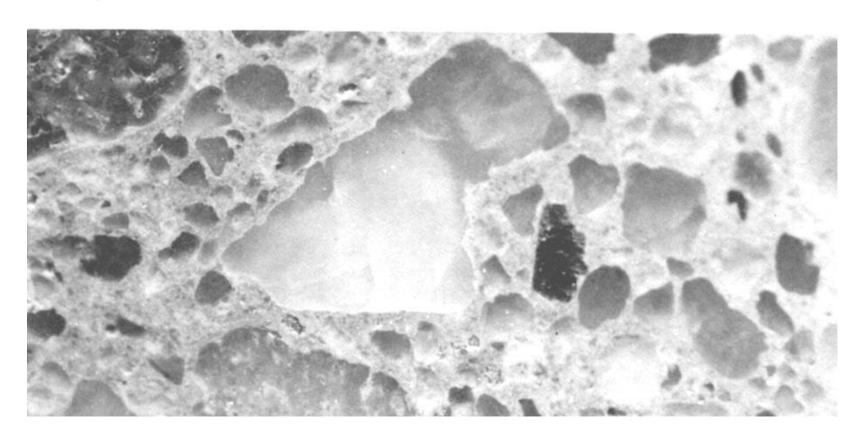


Figura 1.1 (a): Corte de hormigón normal, bien fabricado con 300 kg/m^3 de cemento y 11% de volumen total de huecos.

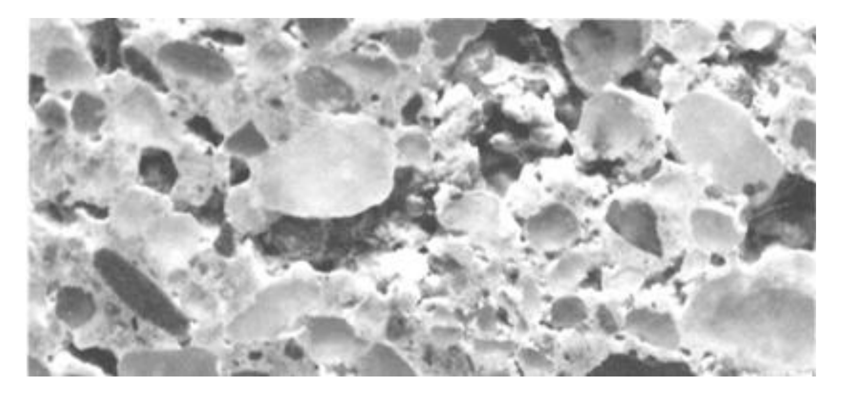


Figura 1.1 (b): corte de hormigón normal, con déficit de cemento (con 260 kg/m^3 de cemento) y alta porosidad (20% de volumen total de huecos).

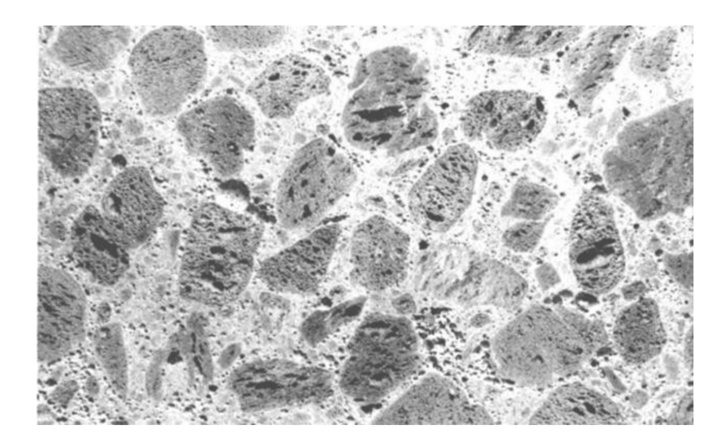


Figura 1.1(c): corte de hormigón normal de pizarra expandida, bien fabricado con textura compacta de la piedra de cemento

Ambas fases, pasta de cemento hidratado y agregados, son a su vez materiales multifásicos. Los agregados suelen contener cristales de varios minerales, además de micro fisuras y poros. La pasta de cemento posee una distribución heterogénea de sólidos cristalinos y amorfos, de micro fisuras y de poros.

Para nuestro propósito, atendiendo a algunos aspectos que aparecen solamente a escala microscópica, es conveniente distinguir tres fases en un hormigón: matriz aglomerante, partículas de agregado y regiones de transición entre la matriz y los agregados.

La matriz aglomerante de pasta de cemento hidratado está formada por concrescencias elástico-cristalinas y un gel viscoso. En la estructura de esa matriz formada por productos de hidratación del cemento, granos de cemento no hidratados y agua que no ha reaccionado con los granos de cemento, hay una jerarquía de poros, aislados o interconectados, en cuyos interiores se puede hallar agua adsorbida, agua libre, vapor de agua y gases.

La jerarquía de poros comprende:
-Poros intra cristalinos entre 3 y 10 nm, que no incluyen agua libre (generalmente conocidos como poros de rango 0).
-Poros intercristalinos entre 10 y 100 nm, que ya incluyen agua libre (poros de rango 1).
-Capilares entre 100 nm y 10 µm (poros de orden 2)
-Poros tecnológicos, entre 10 µm y 1 mm (poros de orden 3).

Los poros de orden 0 y 1 se conocen colectivamente como poros de gel. Además de poros, en ausencia de agregados, la pasta de cemento puede presentar mico fisuras.

Las partículas de agregado o inclusiones comprenden agregados finos (partículas de más de 75 µm y menos de 4.75 mm) y agregados gruesos (de más de 4.75 mm), integrados en la matriz de pasta de cemento que los aglomera. La clasificación se basa en un diámetro de corte aplicado a un conjunto estandarizado de tamices de diámetros crecientes, utilizados para determinar la curva granulométrica de la masa de agregados que se mezclan (porcentaje en peso p de material que atraviesa un tamiz de diámetro d para cada uno de los tamices del conjunto). Los morteros, por definición, no presentan agregado grueso. Los agregados presentan inclusiones, micro fisuras, fisuras y poros de diversos tamaños, dependiendo de las dimensiones de las partículas y del origen del material.

Hay defectos tecnológicos específicos del hormigón, que por lo general aparecen en relación con las interfaces entre la pasta de cemento y las partículas de agregado. Algunas veces se utilizan agregados con propiedades especiales, para blindajes contra las radiaciones ionizantes, para una mayor resistencia al fuego y para otros usos.

Las partículas de agregado se encuentran rodeadas por unas capas de pasta de cemento de espesores de varias decenas de µm, de estructura más porosa y con cristales de mayor tamaño comparados con el resto de la matriz. Esta diferencia es más importante en el caso de las interfaces que rodean a las partículas de agregado grueso.
Las propiedades asociadas a la estructura local del conjunto de todos estos halos o anillos de transición influyen en forma significativa tanto sobre la resistencia mecánica como sobre la rigidez (a mayor tamaño de los cristales menor valor de la resistencia y de los módulos de elasticidad locales) y la durabilidad del hormigón (a mayor porosidad local mayor permeabilidad a soluciones y a gases).

Por este motivo conviene considerar a ese conjunto, por sí mismo, como una tercera fase del material, para tener en cuenta tanto en la interpretación de los resultados experimentales como, si fuera necesario, en la construcción de modelos matemáticos para cálculo y simulación digital del comportamiento de los hormigones.

1.2 Revisión de algunas propiedades reológicas del hormigón

Algunas veces se introducen en la mezcla aditivos químicos o adiciones minerales pulverulentas, para mejorar las propiedades del hormigón fresco o del hormigón endurecido (a veces para abaratar su precio final).
La mezcla de cemento y agua con los agregados es al principio (hormigón fresco) una masa fluida. Bien dosificada y procesada, puede llenar completamente los moldes (encofrados) sin segregación de los componentes de la mezcla cuando se la somete a un proceso de compactación.
Cuando esa mezcla comienza a fraguar, se va solidificando y adquiere resistencia mecánica en forma progresiva (hormigón endurecido). La resistencia varía con las modificaciones en la dosificación de los componentes de la mezcla y el proceso de curado que conduce al hormigón endurecido.

Debe tenerse en cuenta que las microestructuras de los hormigones, tanto la de las pastas de cemento en masa como las de las regiones de transición en las interfaces entre la pasta y los agregados, no permanecen invariantes con el paso del tiempo.
Se modifican con el desarrollo de las reacciones químicas asociadas al fraguado, con posibles reacciones que alteran la pasta de cemento debido a sustancias deletéreas que provienen del ambiente o del interior mismo del material, con la humedad del ambiente y con la temperatura.
Como consecuencia de esto, los hormigones estructurales sufren procesos de retracción debidos al fraguado, retracciones o hinchamientos por intercambio de agua con el ambiente, junto a contracciones y dilataciones asociadas al ciclado térmico. Los procesos de retracción producen un estado de tensiones de tracción en una capa superficial del material y tensiones de compresión en su interior. Por eso suelen aparecer fisuras que se inician en la superficie del hormigón y se dirigen hacia el interior.

Frente a las cargas (propias y de servicio) los hormigones presentan deformaciones que se pueden considerar instantáneas (en escalas de segundos) y deformaciones diferidas (que pueden ocurrir hasta en escalas de meses o años).
Tanto unas como otras tienen una componente reversible (elástica) que desaparece con la desaparición de las cargas, y una componente irreversible.
La componente irreversible instantánea se asocia con procesos de crecimiento de fisuras que comienzan en las interfaces entre los agregados y la pasta de cemento. El crecimiento de las fisuras se acelera y se produce su coalescencia cuando los esfuerzos mecánicos superan un umbral: la tensión de fisuración. [1]
Una vez completado un primer ciclo de carga-descarga, cuando las tensiones se mantienen por debajo de la tensión de fisuración, y el material se carga y se descarga nuevamente, la deformación instantánea se comporta en forma reversible: las fisuras existentes no aumentan su longitud.
La componente reversible (elástica) de la deformación diferida se asocia a mecanismos viscosos (fluencia elástica).
La componente irreversible diferida (fluencia plástica) se produce cuando las tensiones superan a la tensión de fisuración. Se combina con las retracciones por secado e hinchamientos (por absorción de agua) y en parte las puede compensar. [2]

Al mantenerse una carga que produce tensiones superiores a la de fisuración, las deformaciones elásticas diferidas reacomodan los esfuerzos locales concentrándolos en los bordes de las fisuras.
Estas se alargan, pero su crecimiento se interrumpe cuando un mecanismo detenedor las estabiliza. Luego se produce un nuevo reacomodo de tensiones y el ciclo de crecimiento-detención continúa.
Algunos autores, como Hubert Rüsch, han obtenido curvas de deformación en función del tiempo que parecen corresponder a ciclos sucesivos de crecimiento y detención de fisuras.

Los mecanismos detenedores que pueden actuar en cada caso dependen de la relación entre las propiedades mecánicas de la matriz, del anillo de transición y de los agregados. Si el agregado es lo suficientemente rígido y resistente respecto de la pasta de cemento, cuando una fisura que avanza por la pasta de cemento alcanza una interfaz, se desvía perpendicularmente a su dirección original, siguiendo a través del anillo de transición. Como se precisa liberar más energía de deformación para la continuación de este proceso, si no hay suficiente energía disponible el crecimiento de la fisura se detiene. [3]

---

[1] Las fisuras en crecimiento se comportan como emisores de ondas mecánicas que se propagan a través del material (emisión acústica). Cuando esta radiación posee suficiente intensidad, puede ser detectada en la superficie del cuerpo mediante transductores. La emisión acústica, como método de END, será considerada más adelante.

[2] Ambas componentes, elástica diferida y plástica, se relacionan con el efecto del estado local de esfuerzos sobre las capas de agua adsorbidas en la estructura de gel del cemento hidratado, y con las tensiones capilares.

[3] Sobre mecanismos detenedores del crecimiento de fisuras en materiales polifásicos puede consultarse el artículo de J. Cook y J. E. Gordon, A mechanism for the control of crack propagation in all-brittle systems, 8 de diciembre de 1964, https://doi.org/10.1098/rspa.1964.0248).

La Tabla 1, adaptada del libro de Adam M. Neville, Properties of Concrete, Pearson, 2011, resume la clasificación de las deformaciones del hormigón consideradas previamente: [4]

Tabla 1

deformaciones	instantáneas	diferidas
reversibles	elásticas	elásticas
irreversibles	plásticas	plásticas (fluencia)

1.3 Propiedades globales del hormigón: calidad, trabajabilidad y economía

En orden de importancia, se exigen las siguientes propiedades globales a un hormigón que cumple una función estructural: **calidad**, **trabajabilidad** y **economía**.

Uno de los prerrequisitos para obtener un hormigón estructural con propiedades globales acordes con lo establecido en el proyecto (y resumidas en las denominadas **marcas proyectadas**) es la especificación de las cantidades y propiedades de los componentes de las mezclas que se van a utilizar, ya sea para los diferentes elementos de una estructura reforzada con acero (fundaciones armadas, losas, vigas, columnas, paredes reforzadas), ya sea para una estructura de hormigón en masa.

La **calidad** de un hormigón endurecido se mide a través de:

-Su **resistencia** para soportar los esfuerzos mecánicos producidos por las cargas aplicadas.

-Su **durabilidad** asociada a su capacidad para resistir el deterioro provocado por ciclos de humidificación-desecado, ataque químico, variaciones térmicas incluyendo ciclos de congelamiento y deshielo.

-Su **estabilidad dimensional** asociada a una mínima deformación causada por retracción de fraguado, desecación y humidificación, y por las cargas, propia y externas (estáticas y dinámicas) que se aplican a la estructura.

La **trabajabilidad** es un requisito del hormigón fresco, pero condiciona la calidad de ese mismo hormigón una vez endurecido.

---

[4] También desde la perspectiva de la ingeniería civil pueden resultar de interés los libros clásicos de Hubert Rüsch, Hormigón armado y hormigón pretensado: propiedades de los materiales y procedimientos de cálculo (Compañía Editorial Continental, Barcelona, 1975) y de Hubert Rüsch y Dieter Jungwirt, Hormigón armado y hormigón pretensado: consideraciones de la fluencia de la retracción plástica y de la retracción de fraguado sobre el comportamiento de las estructuras sometidas a esfuerzos (Compañía Editorial Continental, Mexico,1982). Un abordaje comprehensivo y actualizado se puede hallar en el libro de P. Kumar Mehta y P. Monteiro, Concrete: Microstructure, Properties, and Materials, McGraw Hill, New Yok, 2013. Las propiedades de los materiales que interesan en ingeniería civil se describen en el reciente libro chino, de Q. Yuang et al., Civil Engineering Materials, csupress, Elsevier, 2021.

Se expresa a través de la **plasticidad** (capacidad de la mezcla para ser desplazada y moldeada con mínimo esfuerzo y sin que se segreguen sus componentes) y de la **movilidad** (capacidad de la mezcla para responder al vibrado o a otro método de compactación, llenando por completo un molde).

La **economía** busca minimizar el costo de producción manteniendo la trabajabilidad y la calidad establecida para el material.

La Tabla 2 siguiente resume la influencia del incremento de cada uno de los tres componentes principales del hormigón, manteniendo constantes los otros dos, sobre las propiedades globales del material.

Tabla 2

Ingrediente que se incrementa	Efecto sobre la Calidad	Efecto sobre la Trabajabilidad	Efecto sobre la Economía
Agregados	Aumenta si no se supera un umbral **(1)**	Disminuye	Aumenta
Cemento	Aumenta si no se supera un umbral **(2)**	Aumenta **(3)**	Disminuye
Agua	Disminuye una vez superado un umbral **(2)**	Aumenta **(4)**	Aumenta

(1) Luego del cual la pasta resulta insuficiente para aglomerar los agregados.
(2) Es necesario un mínimo de agua para hidratar una masa de polvo de cemento (incluyendo reacciones químicas y procesos de transporte de masa).
(3) Pasado un umbral la movilidad del hormigón fresco disminuye.
(4) Pasado un umbral la movilidad continúa aumentando, pero la coherencia de la mezcla va a disminuir tanto que se segrega el agregado grueso respecto del mortero.

La *relación agua-cemento* en la mezcla de los componentes del hormigón condiciona las principales propiedades físicas que permiten evaluar el estado de un hormigón endurecido y su posible evolución futura.
En particular, la relación agua-cemento en la mezcla se relacionar con la porosidad y con la distribución de poros en el material, lo cual incide sobre los niveles de humedad que puede hallarse en las distintas partes de la estructura.
Un valor alto de contenido de agua en el hormigón de una estructura generalmente es un signo de mala calidad del material y de la posibilidad de un daño futuro, ya que el agua *actúa como mediador* en la mayoría de los procesos de deterioro: la corrosión de armaduras, la fisuración asociada a ciclos de congelamiento-deshielo, y las reacciones químicas de los agregados con la matriz de cemento.
La porosidad en sí misma incide sobre los valores del módulo de Young, las resistencias a compresión, flexión y tracción, además de su influencia sobre la durabilidad del hormigón.

1.4 Estados límite últimos y de servicio. Resistencia característica. Limitaciones sobre los estados de esfuerzo y los estados de deformación.

Cuando se diseña y se construye una estructura de hormigón se debe proceder para que durante la vida útil proyectada para esa estructura (asumiendo un mantenimiento estándar para la misma) no se alcancen **estados límite**, tales que a partir del momento en el que son alcanzados o superados, las condiciones de seguridad, de funcionalidad o durabilidad previstas se ven comprometidas.
Se suelen distinguir:
-**Estados límites últimos** asociados al colapso u otras fallas graves de la estructura. En general son irreversibles.
-**Estados límites de servicio**, asociados a pérdidas de la funcionalidad o de la durabilidad previstas para la estructura. Pueden ser reversibles o irreversibles.
En relación con los **estados límite últimos**, la resistencia del material resumida en la resistencia a la compresión simple, es la propiedad mecánica de mayor importancia del hormigón endurecido. [5] Se determina mediante un ensayo destructivo normalizado a partir de conjunto de cuerpos de prueba (probetas, cubos o prismas) tomados de un lote de control representativo del hormigón que se desea ensayar.
La geometría (por ejemplo, cilíndrica), dimensiones (cilindros de 15 cm de diámetro y 30 cm de altura o cubos de 15 cm de lado), procedimientos de preparación y conservación previa al ensayo (por lo general 28 días) son especificados por la norma.
Una vez preparadas las probetas para su colocación en la máquina de ensayo, se las coloca y se les aplica una carga creciente en forma continua a velocidad constante especificada en la norma, hasta la rotura, registrándose la carga última que soporta la probeta.
Si la máquina de ensayo es lo bastante rígida en comparación con la probeta y se grafica la tensión de compresión nominal [6] versus la deformación nominal [7] se obtiene para el hormigón una curva como la que muestra, en forma cualitativa, la Figura 1.2:

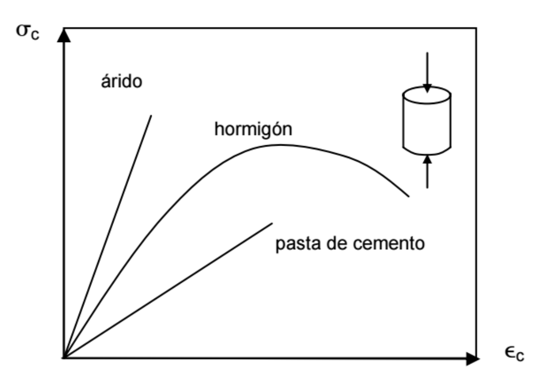


Figura 1.2 (E. Hernández y L. Gil, Hormigón Armado y pretensado, Granada, 2007)

[5] Mediante probetas de geometrías adecuadas tomadas de lotes de control y utilizando configuraciones de ensayo específicas, se puede determinar la resistencia a la flexión (flexo-tracción), al hendimiento (tracción indirecta o ensayo brasileño) y a la tracción de los hormigones. Ver, por ejemplo, P. Jiménez Montoya, A. García Meseguer y F. Morán Cabré, Hormigón Armado, Gustavo Gili, Barcelona, 1994. (Hay una edición de 2018, denominada Hormigón Armado: Jiménez Montoya Esencial, puesta al día por un equipo de 15 autores dirigidos por J. C. Arroyo Portero y F. Morán Cabré).

[6] Fuerza de compresión aplicada por los platos de la máquina de ensayo dividida por el área del plato.

[7] Decremento relativo de la altura de la probeta.

En general, si la carga no supera el 30% de la carga última, el hormigón se comporta aproximadamente como un material lineal. La Figura 1.2 sugiere que tanto los agregados como la pasta de cemento presentan un comportamiento lineal tensión-deformación hasta tensiones de compresión para las cuales el comportamiento del hormigón es significativamente no lineal.

La velocidad con que se aplica la carga en la máquina de ensayo por compresión afecta el valor de la carga última que soporta una probeta.
A medida que disminuye la velocidad de incremento de la carga, disminuye el valor de la carga última que soporta el material.
La Figura 1.3 muestra, en forma cualitativa, curvas tensión-deformación como las de la Figura 1.2 pero determinadas a diferentes velocidades de aplicación de la carga.

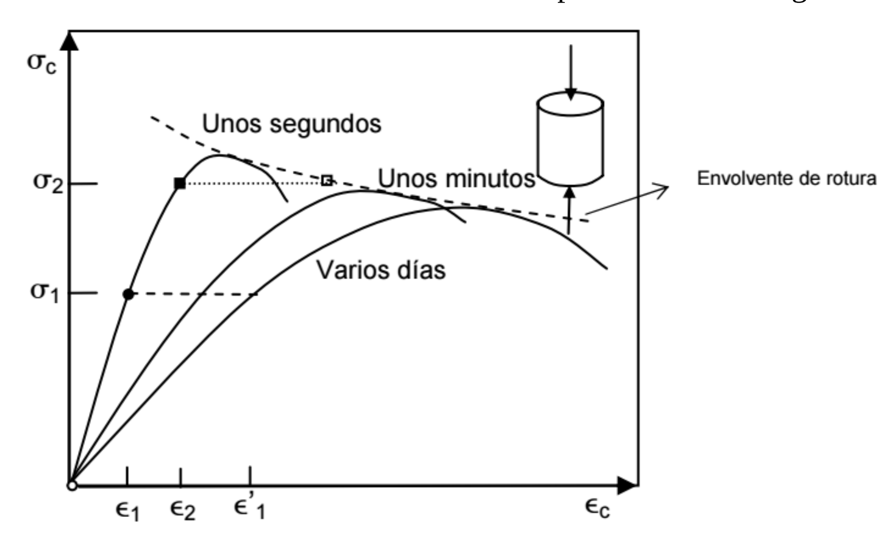


Figura 1.3 (E. Hernández y L. Gil, Hormigón Armado y pretensado, Granada, 2007)

Las curvas que relacionan la tensión nominal σ_c con la deformación ε_c dependen de las velocidades de aplicación de la carga o, en forma equivalente, dependen de las velocidades $\frac{\partial}{\partial t}\varepsilon_c$ de aumento de la deformación. [8]
Al disminuir $\frac{\partial}{\partial t}\varepsilon_c$ crece las componentes de fluencia elástica y plástica de la deformación y disminuye el intervalo de cargas donde la relación σ_c versus ε_c se puede considerar lineal.
Además, en la Figura 1.3 aparecen dos líneas horizontales, a trazas. Una de ellas parte de la tensión de compresión σ_1 y corta la curva tensión-deformación para un ensayo que dura varios días, en un punto cuya abscisa es la deformación $\varepsilon_1^{'}$. Con el trascurso del tiempo la deformación se incrementa, a carga constante, desde ε_1 hasta $\varepsilon_1^{'}$.
La otra línea parte de σ_2 y a tensión constante σ_2 corta la envolvente de rotura: luego de un cierto tiempo (del orden de la decena de minutos o mayor) la probeta se rompe para un valor de la tensión inferior a la resistencia que se obtendría en el ensayo normalizado de rotura.
Debido a la micro fisuración progresiva bajo cargas sostenidas, el hormigón fallará con una tensión menor que la tensión de falla inducida por una carga instantánea o por una

[8] Además de depender de la calidad del hormigón.

carga creciente durante un ensayo de corta duración. En consecuencia, la resistencia última del hormigón también se ve afectada por la velocidad de aplicación de la carga.

La envolvente de las tensiones máximas alcanzadas en cada ensayo que aparece en la Figura 1.3 se relaciona estrechamente con la curva envolvente de falla que se obtiene para cargas aplicadas en escalón cuando se grafica la tensión nominal constante versus el tiempo transcurrido desde el inicio del escalón de carga hasta la rotura de la probeta, si esta ocurre. Los escalones de carga que por su pequeña amplitud no conducen a la rotura, terminan en una curva que representa el límite de fluencia. [9]
La tensión nominal constante que, aplicada en un escalón de carga, llevaría a la rotura para tiempo infinito se relaciona con la tensión de fisuración del material de la probeta (en general se asume que son iguales). Por debajo de esa tensión de compresión constante y mínima, no hay rotura.
Los resultados experimentales representados en la gráfica de tensión de compresión versus tiempo para cargas en escalón sugieren que la curva correspondiente al límite de fluencia (por abajo) y la curva que corresponde al límite de falla (por encima) se aproximan asintóticamente entre sí a tiempo infinito.
La forma y las dimensiones de la probeta también influyen sobre la carga última a través de un efecto de escala: las resistencias determinadas utilizando probetas cúbicas de 15 cm de lado, para el mismo hormigón y en igualdad de las demás condiciones, resultan mayores que las resistencias determinadas utilizando probetas cilíndricas de 15 cm de radio y 30 cm de altura.
Por otra parte, la contracción de la probeta, que se produce al comprimirla entre los platos de la máquina de ensayos, se acompaña de una dilatación en planos ortogonales a la dirección de compresión (efecto Poisson).
Los platos de la máquina de ensayo generan, en menor o mayor medida, un estado de esfuerzos tridimensional que restringe la dilatación a nivel y en las proximidades de las caras de la probeta que se encuentran en contacto con ellos. La Figura 1.4 (a) muestra cómo este efecto de zunchado disminuye con el uso de un lubricante y se modifica el patròn de rotura de la probeta.

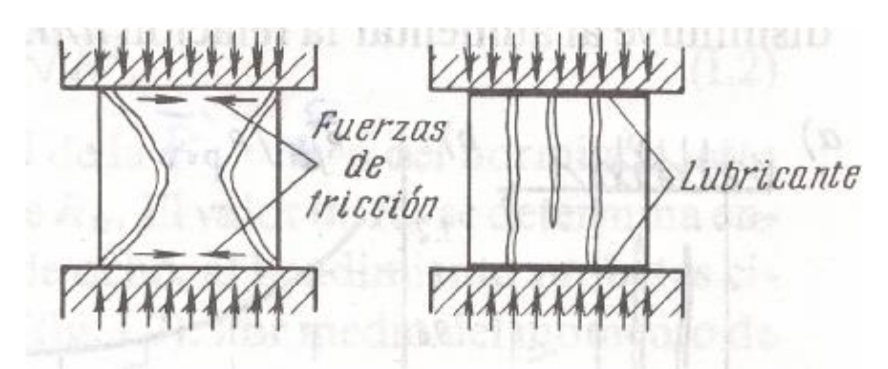


Figura 1.4 (a) (V. Baykov y E, Sigalov, Estructuras de Hormigón Armado, MIR, Moscú, 1986)

Por el principio de Saint-Venant, cabe esperar que este estado complejo de esfuerzos desaparezca a una distancia de cada plato del orden de la magnitud del lado de la probeta cúbica o del diámetro de las caras planas de una probeta cilíndrica.

[9] Hubert Rusch, Research Toward a General Flexural Theory for Structural Concrete, ACI Journal Proceedings (Engineering, Materials Science) 57 (7): 1-28, 1960.

La resistencia y el grado de fragilidad que exhibe el hormigón al ser ensayado depende, en igualdad de las demás circunstancias, de la geometría de la probeta y de la fricción producida por la interacción con los platos de la máquina de ensayo.

La fragilidad del hormigón en un ensayo de compresión se puede relacionar con la diferencia entre la tensión de rotura y la tensión de fisuración: cuanto menor sea esa diferencia, más frágil es el comportamiento del material.

La Figura 1.4 (b) muestra a la izquierda (partes a) y b)) aspectos del estado mecánico de una probeta de hormigón durante una etapa del ensayo de compresión.

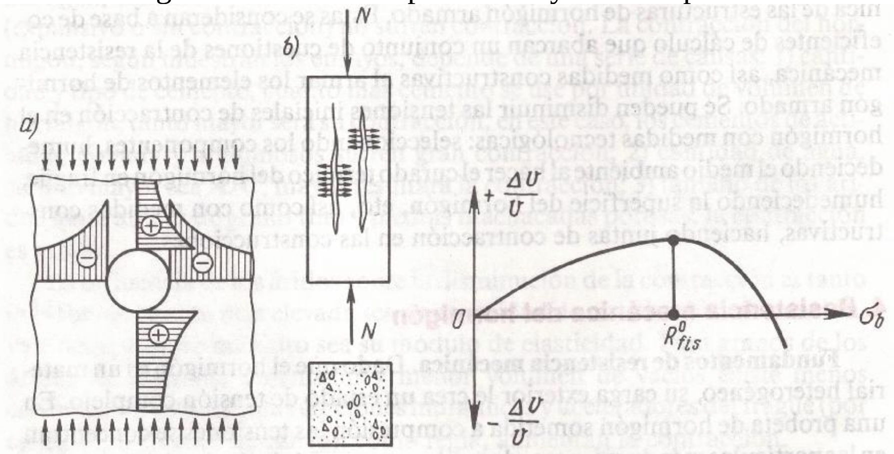


Figura 1.4 (b) (V. Baykov y E, Sigalov, Estructuras de Hormigón Armado, MIR, Moscú, 1986)

En a) se dibujó una cavidad junto con un esquema de la concentración de tensiones que provoca en el material. En b) se dibujaron dos fisuras de ruptura de la probeta, ambas paralelas a la dirección de la carga de compresión. En este caso *el efecto de zunchado* debido a la interacción entre las caras extremas de la probeta y los platos de la máquina de ensayo *no es significativo*. El agregado grueso de este hormigón es más rígido que su mortero, debido a lo cual los esfuerzos mecánicos se concentran en las partículas de agregado grueso, más duras. Se produce un estado tridimensional de esfuerzos. Los esfuerzos en las interfases paralelas a la dirección de la carga tienden a romper el vínculo entre el agregado y la pasta de cemento. Simultáneamente, en los sitios con poros y vacíos se produce una concentración de tensiones en la matriz adyacente a esas cavidades.

A la derecha de la figura se ve un esquema de un resultado experimental posible.

En abscisas el esfuerzo de compresión nominal y en ordenadas la variación relativa de la velocidad de propagación de pulsos ultrasónicos en dirección perpendicular a la dirección de la carga.

En la Figura 1.4(b) la tensión de compresión R_{fis}^{0} (tensión de fisuración) a la que comienza la formación de micro fisuras debidas a la carga, corresponde a un máximo del incremento relativo en la velocidad de propagación de los pulsos ultrasónicos.

No siempre se observa la variación en la velocidad de propagación que muestra esa figura. En otros casos la velocidad de los pulsos ultrasónicos transversales a la dirección de la carga permanece aproximadamente constante durante la fase inicial de carga de compresión, para comenzar a disminuir una vez superada el esfuerzo de fisuración.

Cuando el efecto de zunchado debido a la máquina de ensayo no es significativo, si los pulsos ultrasónicos atraviesan la probeta paralelos a la dirección de la carga de compresión, la velocidad de propagación permanece casi constante hasta la rotura.

Esta diferencia en la relación entre la velocidad de propagación y la carga de compresión, entre, por un lado, pulsos ultrasónicos transversales a la dirección de la carga, y por otro lado pulsos ultrasónicos paralelos a la dirección de la carga, indica que en las condiciones del ensayo la fractura interna del hormigón ocurre inicialmente por fisuras paralelas a la dirección de la carga de compresión. Son grietas de falla por tracción que se forman cuando la deformación lateral alcanza el límite de deformación lateral del hormigón sometido a cargas de tracción. En cuerpos de prueba de mortero, en igualdad de las demás condiciones, para cargas del mismo orden de las que fisuran el hormigón, no aparecen grietas detectables mediante ensayos ultrasónicos como los mencionados.

Como la resistencia a la compresión R_c para un mismo hormigón [10] varía de una probeta a otra del conjunto que se ensaya, se la considera como una variable aleatoria.
A partir de una muestra de n probetas del hormigón considerado se construye la correspondiente distribución muestral y se estiman un valor medio muestral $\bar{R}_c = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} R_{c,i}$ y el desvío estándar muestral $s_c = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(R_{c,i} - \bar{R}_c)^{2}}$
En la Tabla 3 se presenta un ejemplo de una relación posible entre el desvío estándar muestral para probetas y para el hormigón en la estructura en función de la calidad del hormigón: [11]

Tabla 3

Calidad del hormigón	Desvío estándar de probetas en MPa	Desvío estándar estimado del hormigón in situ en MPa
Muy bueno	3.0	3.5
Normal	5.0	6.0
Baja	7.0	8.5

El coeficiente de variación muestral de la resistencia a la compresión, CV_{R_c}, es el cociente entre el desvío estándar muestral s_c y el valor medio muestral $\bar{R}_c$:

$$CV_{R_c} = \frac{s_c}{\bar{R}_c} \qquad [1]$$

Depende de las condiciones de fabricación del hormigón.
Para hormigones provenientes de plantas de suministro los coeficientes de variación muestral CV_{R_c} pueden tomar valores comprendidos entre 0,10 y 0,20 (inclusive algo menos).
Los hormigones provenientes de pequeñas hormigoneras a pie de obra o mezclados a mano generalmente poseen coeficientes de variación mayores que 0,20.

[10] Por lo general, en la literatura de ingeniería se utiliza el símbolo f_c para aludir a la resistencia a la compresión simple. La letra f corresponde a la primera letra de la palabra alemana *festigkeit* que, si se refiere a un material, puede corresponder a *strength* en inglés y *resistencia* en español. Es sabido que esos términos se refieren tanto a la capacidad de un elemento para resistir sin romperse las cargas mecánicas que se le aplican como a los valores límite de esas cargas tales que, una vez superados, conducen a la ruptura del cuerpo u otra falla mecánica en el mismo.

[11] La estimación de la resistencia local del hormigón en una estructura se puede hacer a partir de la extracción de testigos o de correlaciones entre los resultados de métodos semi destructivos o no destructivos, preferiblemente combinando métodos como se verá en el capítulo 3 del presente informe.

La Figura 1.5 muestra cómo varía el CV_{R_c} en función de $\bar{R}_c$ (1 N/mm^2 =1 MPa) en probetas cúbicas y en el mismo hormigón in situ, para tres calidades del hormigón:

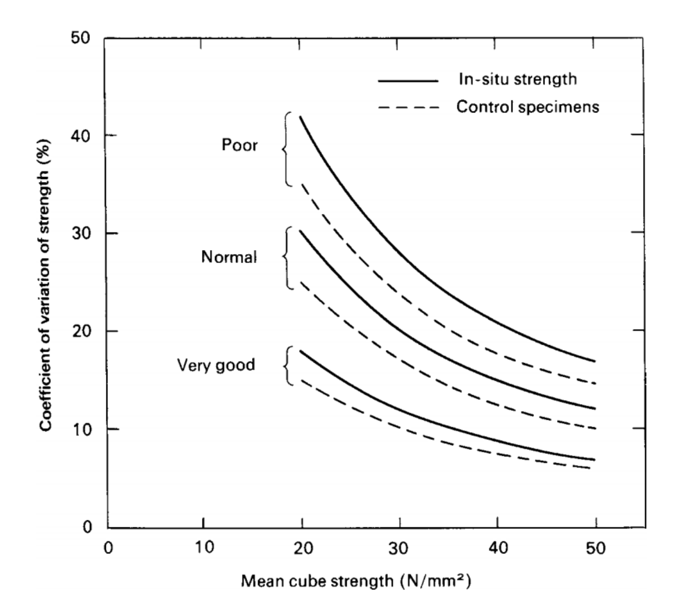


Figura 1.5 (Bungey y otros, Nondestructive testing of concrete structures, Taylor & Francis, New York, 2006).

Se define una **resistencia característica** a la compresión R_{ck} de modo que solamente el 5% de las probetas del mismo hormigón tengan una resistencia a la compresión inferior a la resistencia característica.
Los hormigones que presentan un valor de R_{ck} inferior a 20 MPa se denominan de *baja resistencia*, los que presentan un valor de R_{ck} comprendido entre 20 y 40 MPa se denominan de *resistencia media* y los que presentan valores de R_{ck} mayores a 40 MPa se denominan de *alta resistencia*.

En general se asume que la distribución de probabilidad de la resistencia a la compresión se puede aproximar por una distribución normal (gaussiana).
Asumiendo que los estadísticos muestrales $\bar{R}_c$ y s_c son representativos del valor medio y del desvío estándar de la distribución de probabilidades gaussiana de la que proviene la muestra, se puede hallar una **resistencia característica estimada**:

$$R_{ck} = \bar{R}_c - 1.65\ s_c \qquad [2]$$

La **resistencia característica real** es la resistencia característica de una región del hormigón en una estructura. Como para conocerla habría que determinar la resistencia en cada punto de la región considerada, no resulta accesible mediante un ensayo destructivo normalizado como el descripto previamente.

La **resistencia característica de proyecto** es la que utiliza el arquitecto o el ingeniero para sus cálculos para aplicarle los coeficientes de seguridad que las normas establecen para el diseño de estructuras.

Con mayor generalidad, cuando se piensa en una resistencia a compresión, tracción, o flexión de un hormigón en una estructura, generalmente se puede considerar uno de estos dos tipos de resistencia: la convencional o potencial y la efectiva o local.

El valor de una resistencia convencional o potencial puede obtenerse ya sea como resistencia estimada a partir de lotes de control tomados del hormigón utilizado para la obra, ya sea como la magnitud de una resistencia estipulada por el proyectista.
Esta última conduce a especificar dosificaciones de las mezclas y procedimientos de puesta en obra para que esa resistencia se pueda obtener en la práctica.

Para intentar una estimación de la resistencia efectiva o local del hormigón en una estructura se han desarrollado métodos semi destructivos (extracción de testigos para ser ensayados a compresión, ensayos de penetración, ensayos de arrancamiento (pull-out), desprendimiento por tracción (pull-off) y quebrantamiento (break-off)) y no destructivos (esclerometría, velocidad y atenuación de pulsos ultrasónicos, madurez y combinaciones de métodos no destructivos) que serán considerados posteriormente.
Para un mismo elemento de hormigón (losa, columna, pared, viga), la resistencia local a la compresión puede variar de un sitio a otro, como sugiere la Figura 1.6:

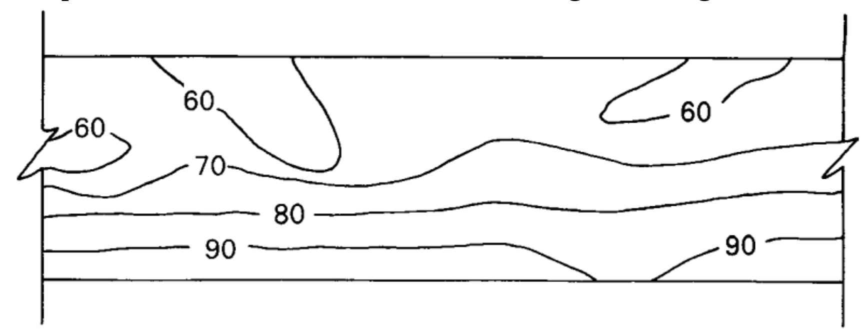


Figura 1.7 (Bungey y otros, Nondestructive testing of concrete structures, Taylor & Francis, New York, 2006).

En esa figura se representan las curvas de igual resistencia de una viga (relativas a un valor máximo que corresponde al 100 %).
En la Figura 1.7 se representan en abscisas la resistencia relativa de paredes, columnas, losas y vigas (relativa a un valor máximo, para cada miembro, que corresponde al 100 %) en función de la altura.

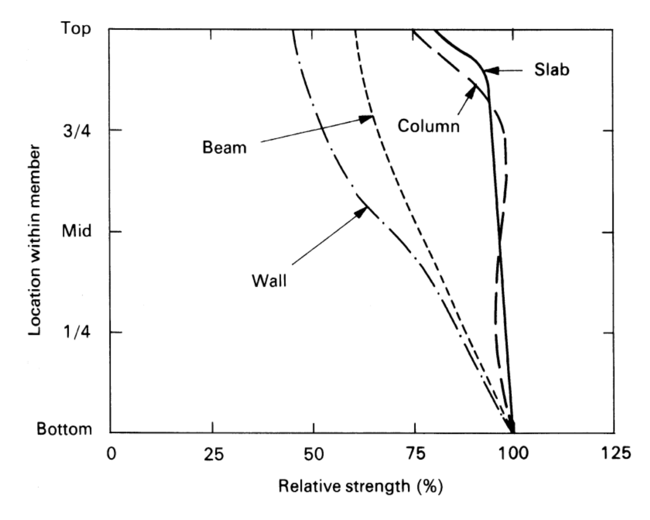


Figura 1.7 (Bungey y otros, Nondestructive testing of concrete structures, Taylor & Francis, New York, 2006).

En algunos casos las regularidades en las variaciones espaciales de los campos de resistencias locales se han podido resumir en fórmulas matemáticas. [12]

Se definen **clases de hormigones** sobre la base de su resistencia característica a la compresión. Cada clase se suele representa con una letra (H o C) seguida de un número que indica la resistencia característica que se espera para el hormigón endurecido, expresada en mega Pascales (MPa). Por ejemplo: H 20, H 30, H 40, H 50, …, H 120.

En relación con los **estados límite de servicio**, las limitaciones se imponen sobre los valores promedio de las deformaciones admisibles para los componentes de la estructura. Esto, a su vez, implica imponer requerimientos de rigidez al material (que se relacionan con la funcionalidad de la estructura) y limitaciones sobre a las fisuras que pueden aparecer durante la explotación de la estructura debido a las cargas aplicadas y a esfuerzos de tracción que se pueden producir asociados al fraguado, a los ciclos de humidificación-desecación y al ciclado térmico. Estas fisuras por lo general parten de la superficie del hormigón y se relacionan con su durabilidad porque facilitan el ingreso de sustancias nocivas desde el ambiente.

Las deformaciones admisibles se pueden clasificar en volumétricas (que se producen en todas direcciones debido a la retracción de fraguado, a dilataciones y contracciones por ciclado térmico o intercambios de humedad con el ambiente), y debidas a las cargas aplicadas (que se producen fundamentalmente en la dirección de esas cargas). Además, se deben tener presentes las deformaciones transversales a las direcciones de las cargas (el efecto Poisson ya mencionado) y su relación con la aparición de estados tridimensionales de esfuerzos que se producen en el hormigón armado (estos estados se resumen en las secciones 1.5 y 1.6 de este informe).

Las curvas tensión de compresión-deformación longitudinal no permiten estimar la magnitud del efecto Poisson. Cuando el hormigón se encuentra bajo compresión vertical uniaxial, la relación entre la deformación lateral ε_t y la vertical ε_l permite definir el coeficiente o módulo de Poisson:

$$\upsilon = -\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_l} \qquad [3]$$

Un valor común de este módulo, para el hormigón ya endurecido, es 0.20. Los valores medidos a partir de las deformaciones registradas durante los ensayos para estimar el módulo de Young estático pueden variar de 0.15 a 0.25 según el tipo de agregado, el contenido de humedad, la edad del hormigón ya fraguado y otras características del

---

[12] Por ejemplo, para una columna, se obtuvo la siguiente fórmula empírica entre dos números a dimensionados, $\xi = {}^{x}/_{l}$ (siendo l la altura de la columna y x la distancia de la sección considerada a la base de la columna) y $\eta = {}^{R_c(\xi)}/_{R_c(0)}$ (donde $R_c(\xi)$ es la resistencia del hormigón en una sección situada a la distancia a dimensionada ξ de la base de la columna y $R_c(0)$ es la resistencia en la base):

$$\eta = 1.12 - \sqrt{0.03\,\xi - 0.001} \qquad \text{para} \qquad 0.05 \le \xi \le 1$$

De acuerdo con esta fórmula η cuando $\xi = 0.1$ (es decir, cerca de la base) tomaría el valor 1.08 mientras que si $\xi = 0.9$ (cerca del extremo superior) η tomaría el valor 0.96. Esta fórmula fue propuesta en una tesis de grado en ingeniería civil defendida en 1965 por C. Mendoza Escobedo en la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Yucatán, Yucatán, México. Ver C. Mendoza y J. Casillas, Variación de la resistencia con la altura en especímenes de concreto colado verticalmente, Revista IMCyC, **3** (13): 51-70, 1965.

material, como su resistencia. En general υ es algo mayor para los morteros, en igualdad de las demás condiciones.
El coeficiente de Poisson generalmente presenta menos interés para el diseñador de estructuras que el módulo de Young.

Las deformaciones volumétricas debidas al intercambio de agua con el ambiente suelen ser dos a cinco veces menores que las asociadas a la retracción. Estas últimas suelen estar comprendidas entre 2×10^{-4} y 5×10^{-4} dependiendo de las características del hormigón.
Las deformaciones debidas a los cambios de temperatura dependen del coeficiente de dilatación térmica. Este coeficiente de las características de los componentes del hormigón y de su humedad, variando ± 30% en torno a $10^{-5} \times (°C)^{-1}$ para distintas clases de hormigón y para temperaturas comprendidas entre -50 y +50 ℃. [13]

Las deformaciones asociadas a la aplicación de cargas se pueden calcular a partir de la rigidez del material en la estructura. La rigidez se puede abordar desde dos puntos de vista: la de los END y la del diseño de estructuras.

Supongamos que se requiere efectuar un ensayo de carga no destructivo sobre una estructura ya existente.
Supongamos además que es posible la medición simultánea de un conjunto lo bastante completo de desplazamientos (lineales o angulares) para un conjunto lo bastante representativo de las cargas (fuerzas o momentos) a las que se encuentra o se va a encontrar sometida durante su período de explotación.
El primer y el segundo teorema de Castigliano, basados en la energía y la co-energía elástica respectivamente, se aplican a relaciones elásticas en general no lineales entre cargas y desplazamientos y permiten construir modelos matemáticos globales para relacionar las cargas P_i con los desplazamientos u_j .
Los resultados del ensayo de carga se pueden resumir en un conjunto de coeficientes de rigidez ($P_i = \sum_j r_{i\,j}\ u_j + \sum_{j,k} r_{i\,j\,k}\ u_j\ u_k + \cdots$ si las cargas se expresan en función de los desplazamientos, primer teorema de Castigliano) o de complacencia ($u_i = \sum_j c_{i\,j}\ P_j + \sum_{j,k} c_{i\,j\,k}\ P_j\ P_k + \cdots$ si los desplazamientos se expresan en función de las cargas, segundo teorema de Castigliano).
Además, ambos teoremas se pueden extender estructuras con respuestas elásticas diferidas.
La principal restricción asociada a la aplicación de los teoremas de Castigliano es que el proceso de carga debe ser lo suficientemente lento como para que los efectos inerciales puedan ser ignorados.
Si no se los puede ignorar, se puede extender este tipo de modelos matemáticos, manteniendo el conjunto finito de desplazamientos y cargas, para describir las vibraciones en las estructuras, y entre otras cosas, para desarrollar un método de END, como se verá más adelante en el presente informe.

Si el propósito es el diseño, se debe trabajar en un nivel de detalle que no es accesible en el marco de los modelos globales carga-desplazamientos.

[13] V. Baykov y E, Sigalov, Estructuras de Hormigón Armado, MIR, Moscú, 1986.

Se recurre a los diagramas de tensión-deformación para establecer las restricciones que conllevan los estados límite de servicio y los estados límite últimos.
Este otro enfoque de la rigidez, para propósitos de cálculo estructural relacionado con los estados límite de servicio, se basa en definir módulos de rigidez (módulos de Young) a partir de las curvas tensión-deformación.
Como vimos previamente en relación con los estados límite últimos (Figuras 1.2 y 1.3), estas curvas son no lineales cuando la carga supera del 30% de la carga última: dependen de cómo se aplica la carga (de la velocidad con que se aplica la carga, si se aplica la carga en forma escalonada y la duración de los escalones de carga) y dependen de si el material ha sido cargado o no previamente.
En un ensayo de carga en el cual la carga crece rápido (ensayo de algunos minutos de duración) y sin pausa, cuando la carga aumenta por encima del 30% de la carga última, la curva de tensión-deformación comienza a desviarse significativamente de una línea recta.

Se forman algunas fisuras nuevas y crecen en forma estable algunas fisuras ya existentes, principalmente en la zona de transición de la interfaz entre el agregado y la pasta de cemento. Hasta aproximadamente el 50% de la tensión última, las fisuras en la interfaz parecen ser estables. Cuando la carga supera el 50%, comienzan a formarse grietas en la matriz misma, no solo en la zona de transición entre el agregado y la pasta de cemento.
Con un aumento del nivel de tensión hasta aproximadamente el 75% de la carga última, todo el sistema de fisuras se vuelve inestable y comienza a propagarse, lo que hace que la curvatura de la curva tensión-deformación se incremente (como la curvatura es negativa, se considera su valor absoluto). Por encima del 75% de la carga última, la tensión creciente provoca una propagación rápida del sistema de fisuras.
La Figura 1.8 (a) y (b) muestran, respectivamente y en forma cualitativa, los diagramas de tensión de compresión-deformación longitudinal para hormigones sometidos a cargas con escalones y para hormigones sometidos a cargas que crecen continuamente con diferentes velocidades.
En la Figura 1.8 (a) se indican las componentes elásticas ε_e y plásticas ε_p de la deformación.
Coincidiendo con lo que se pudo observar (y se comentó) en la Figura 1.3, en la Figura 1.8 (b) se ve que a medida que la velocidad de carga disminuye, aumenta la curvatura de la curva tensión-deformación, y disminuye el intervalo de linealidad.

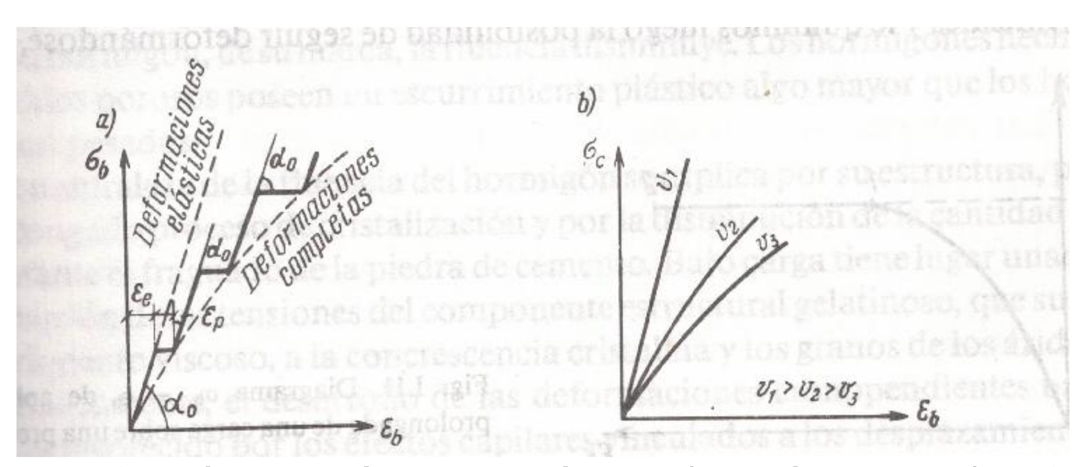


Figura 1.8 (V. Baykov y E, Sigalov, Estructuras de Hormigón Armado, MIR, Moscú, 1986)

La Figura 1.9 muestra a la izquierda y en forma cualitativa un diagrama tensión-deformación para ciclos múltiples de carga-descarga.
A la derecha muestra un diagrama cualitativo tensión deformación donde se indican varias definiciones del módulo elástico de Young de un hormigón: módulo elástico tangente inicial, módulo elástico tangente, y módulo elástico secante. [14]

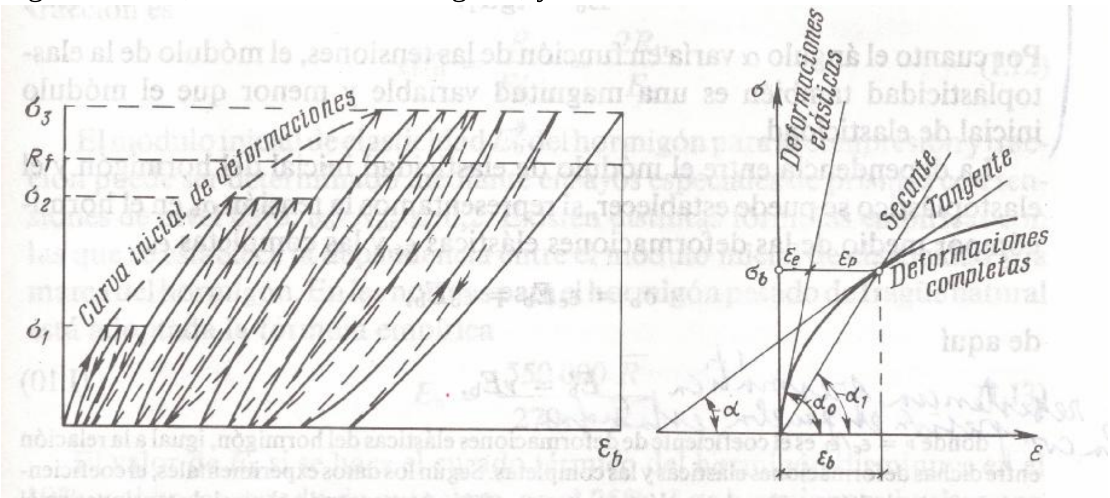


Figura 1.9 (V. Baykov y E, Sigalov, Estructuras de Hormigón Armado, MIR, Moscú, 1986)

Cuando la carga supera el 30% pero no el 75% de la carga última (determinada en un ensayo en probetas, hasta la rotura, que dure algunos minutos), la repetición de ciclos de carga-descarga sobre una probeta de hormigón se acompaña de una acumulación gradual de deformaciones plásticas. Se encuentra un valor límite $R_{c\,f}$ del esfuerzo de compresión por encima del cual el hormigón falla por fatiga.

En cada ciclo de carga-descarga de los tres primeros ciclos que aparecen en la parte izquierda de la Figura 1.9, la carga máxima se mantiene constante. Las cargas máximas aplicadas en los dos primeros ciclos múltiples no superan la resistencia a la fatiga, pero en el tercero esa resistencia es superada. Cuando la tensión máxima se mantiene por debajo de $R_{c\,f}$ las deformaciones plásticas disminuyen hasta un límite luego del cual el comportamiento del material se aproxima a uno elástico. De hecho, bajo ciclos de carga reiterados con cargas máximas que no superan la carga máxima inicial (carga noval), aparece una deformación remanente significativa solo cuando se carga por primera vez el hormigón y depende del valor de la carga noval. Para nuevas cargas por debajo de la carga noval, el diagrama tensión-deformación es lineal para un intervalo más extenso de tensiones a partir de cero. Por el contrario, cuando la tensión máxima se mantiene por encima de $R_{c\,f}$ las deformaciones plásticas crecen sin otro límite que el impuesto por la rotura de la probeta.

[14] En el diseño estructural de hormigón armado, el módulo elástico de Young es un parámetro de entrada necesario, que se utiliza para calcular la deformación de la estructura. En particular, los edificios de gran altura y las estructuras de gran longitud se diseñan en función de la rigidez y, por lo tanto, se puede especificar un valor elevado para el módulo elástico. Un módulo elástico más pequeño es deseable en algunos casos, como carreteras o presas.

En la parte derecha de la Figura 1.9 se representa la parte elástica y la parte plástica de la deformación para una tensión seleccionada, y las rectas que permiten definir los módulos elástico tangente inicial, elástico tangente, y elástico secante.
El *módulo elástico secante* $E_{c\,m}$ es igual a la pendiente $\tan \alpha_1$ de la recta secante a la curva tensión-deformación que pasa por el origen y por el punto correspondiente a una fracción de la carga última. En una curva real se suele tomar el punto que corresponde a 0.4 de la carga última, determinada en un ensayo rápido (algunos minutos hasta el fallo último) sobre probetas a los 28 días.
Para cargas comprendidas entre 0 y 0.4 de la carga última, en el momento en el que se aplica la carga, el comportamiento del material se puede asumir lineal con módulo de elasticidad $E_{c\,m}$.
El *módulo tangente inicial* E_c se define igual a la pendiente $\tan \alpha_0$ de la recta tangente en el origen a la curva tensión-deformación. En una curva real se toma la pendiente inicial, determinada en un ensayo rápido (algunos minutos hasta el fallo último) sobre probetas a los 28 días.
El *módulo tangente* $E_{c\,t}$ se define por la pendiente $\tan \alpha$ de una recta tangente a la curva tensión-deformación para un valor arbitrariamente seleccionado de la carga. [15]
En principio, estos módulos de elasticidad se aplican para cargas de corta duración y no tienen en cuenta los efectos de las cargas de larga duración sobre los parámetros que miden la rigidez del material en la estructura. Las consecuencias sobre la rigidez debidas a los procesos de fluencia y las interacciones con el ambiente se consideran en la sección 1.5.

En la Figura 1.10 se puede ver un diagrama de tensión de compresión uniaxial-deformación longitudinal que puede utilizarse para cálculo estructural con cargas instantáneas, incluyendo no linealidades. *Esta figura es la representación gráfica de una fórmula analítica empírica* recogida en el Euro-código 2 y en la norma española EHE. Corresponde a probetas cilíndricas de 15 cm de diámetro por 30 cm de altura, ensayadas a compresión simple hasta el fallo último en unos pocos minutos.

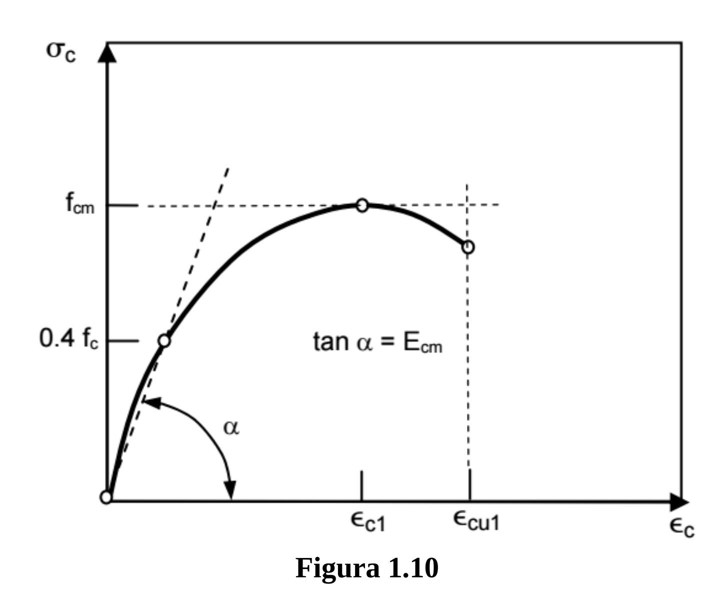


Figura 1.10

[15] Se relaciona con el denominado módulo de Young dinámico como se verá posteriormente.

En la Figura 1.10, σ_c es la tensión de compresión del hormigón para un valor dado ε_c de la deformación longitudinal, $\varepsilon_{c\,1}$ es la deformación del hormigón para una tensión igual a la resistencia $f_{c\,m}$ a 28 días y $\varepsilon_{c\,u\,1}$ es la deformación máxima del hormigón en el momento en el que se produce la falla última. En principio $f_{c\,m}$ es el único parámetro que aparece en la fórmula porque el módulo de Young secante $E_{c\,m}$ queda expresado en función de $f_{c\,m}$

En un caso de esfuerzos bidimensionales o tridimensionales, se dispone de modelos matemáticos, recogidos en normas, aplicables en el cálculo numérico de los campos de deformaciones.

Cabe preguntarse acerca de *qué parámetros de rigidez del hormigón*, relacionados con las curvas tensión-deformación que se consideraron hasta este momento, *se pueden obtener mediante END con ondas mecánicas*. Para responder a esta pregunta es necesario revisar más a fondo la reología del hormigón. Este es el propósito de la sección próxima.

1.5 Viscoelasticidad, plasticidad y no linealidad. Primera y segunda carga crítica. Rendimiento elástico. Operadores y módulos de rigidez y complacencia del hormigón

Como se mencionó en la sección 1.2, en respuesta a las cargas (propias y de servicio), a las fuerzas resultantes de restricciones originadas en la interacción de la estructura con sus soportes [16] o a esfuerzos internos generados para compatibilizar deformaciones no uniformes relacionadas con cambios térmicos o retracciones, los hormigones presentan deformaciones que se pueden clasificar en instantáneas y diferidas. Ambos tipos de deformación (instantáneas y diferidas) presentan una componente reversible (elástica) que desaparece con la desaparición de las cargas, y una componente irreversible (plástica).

En reología se distinguen dos clases de experimentos básicos: los experimentos de fluencia que registran la evolución de las deformaciones bajo tensiones constantes y los experimentos de relajación de tensiones bajo deformaciones que se mantienen constantes.

Cuando la respuesta mecánica de deformación o de tensión observada de un material se puede considerar instantánea, diremos que se comporta como elástico o como plástico, dependiendo de si una vez descargado presenta (plástico) o no (elástico) una deformación residual.

La relación entre la tensión y la deformación en una respuesta elástica instantánea puede ser o no lineal: el material se puede comportar como lineal elástico o como no lineal elástico.

Cuando la respuesta observada presenta una fase diferida respecto del comienzo de la aplicación de la carga, diremos que el material se comporta en forma viscoelástica, hereditaria o que presenta memoria.

Dependiendo de si una vez descargado presenta (plástico) o no (elástico) una deformación residual, diremos que se comporta como plástico o como elástico.

[16] Asentamiento diferencial o, incluso en una estructura descargada, esfuerzos que se producen como consecuencias de las deformaciones volumétricas de la estructura misma por efectos térmicos o retracción a temperatura constante.

El comportamiento elástico diferido puede ser o no lineal. El comportamiento plástico se relaciona siempre, en mayor o menor grado, con no linealidades en las relaciones constitutivas que caracterizan las respuestas mecánicas del material.

Antes de revisar los temas de reología propios de la presente sección del informe, es conveniente recordar brevemente los conceptos de órdenes de magnitud y de escalas de tiempo. [17]
Se puede decir que dos magnitudes m_1 y m_2 de la misma especie son del mismo orden numérico cuando, en valor absoluto, el cociente $\frac{m_1}{m_2}$ (a dimensional) de ambas está comprendido entre 0.3 y 3. Si $\frac{m_1}{m_2}$ es mayor que 3 se conviene en decir que m_1 es de orden numérico mayor que m_2 , mientras que cuando $\frac{m_1}{m_2}$ es menor que 0.3 se conviene en decir que m_1 es de orden numérico menor que m_2 .

La clasificación de la variación temporal de las deformaciones y de las tensiones en instantáneas y diferidas no se basa solamente en las características mecánicas del material, porque *la posibilidad de observar una respuesta instantánea o una diferida depende del reloj del observador*.
Si Δt_{min} es la apreciación de su reloj, un fenómeno cuya escala de tiempo es de un orden de magnitud inferior a esa apreciación al observador le parecerá instantáneo.
Si $t_{max,obs}$ es el tiempo máximo de observación accesible a un observador, un fenómeno cuya escala de tiempo T sea de un orden de magnitud superior al de $t_{max,obs}$ le puede parecer estacionario, pero si el orden de magnitud de T es superior al de Δt_{min} pero inferior al de $t_{max,obs}$, el observador detectará cambios.
Los números $\frac{T}{t_{max,obs}}$ y $\frac{T}{\Delta t_{min}}$ han sido propuestos en reología para describir cómo se comporta un material que está siendo observado.

Como en esta parte del informe el interés se centra en revisar algunos aspectos del comportamiento mecánico de largo plazo de estructuras de hormigón endurecido, sometidas a cargas de servicio, cargas propias y fuerzas externas o internas originadas en diversas restricciones, un proceso que dure del orden de los segundos se considera como instantáneo. Las mediciones se extienden, según sea el caso, durante minutos, horas, días, meses y años.
Pero en un ensayo no destructivo por vibraciones, en una probeta o en una estructura de hormigón, los cambios que se miden duran menos de un segundo y los registros en cada ensayo se extienden, por lo general, a algunos minutos.
En un ensayo ultrasónico los cambios interesantes duran menos de un milisegundo y los registros se llevan a cabo en decenas de segundos.

Las escalas de tiempo relacionadas con la fluencia en las deformaciones y la relajación en las tensiones en hormigón endurecido, compuesto por una matriz de pasta de cemento hidratada, agregados y anillos de transición entre la pasta y los agregados, abarcan desde horas o días (la denominada deformación inicial rápida, de naturaleza sobre todo plástica y una pequeña parte de deformación elástica diferida) hasta semanas (la mayor parte de la deformación elástica diferida, la deformación plástica debida a la fluencia propiamente

[17] Sobre órdenes numéricos y temas relacionados se puede consultar el libro ya clásico, de C. Lin y L. Segel, Mathematics Applied to Deterministic Problems in the Natural Sciences, SIAM, Philadelphia, 1988.

dicha-que ocurre aún con un material sellado, en condiciones en las que no intercambia agua con su ambiente- y la deformación plástica relacionada con el secado del material). La Figura 11 muestra cualitativamente el desarrollo temporal de la deformación longitudinal de una probeta de hormigón de 28 días de edad, sometida a una carga de compresión constante, a partir de ese momento. El origen del tiempo se ubicó cuando se fabricó el cuerpo de prueba. La temperatura y la humedad del ambiente se mantienen controladas durante el ensayo de laboratorio.

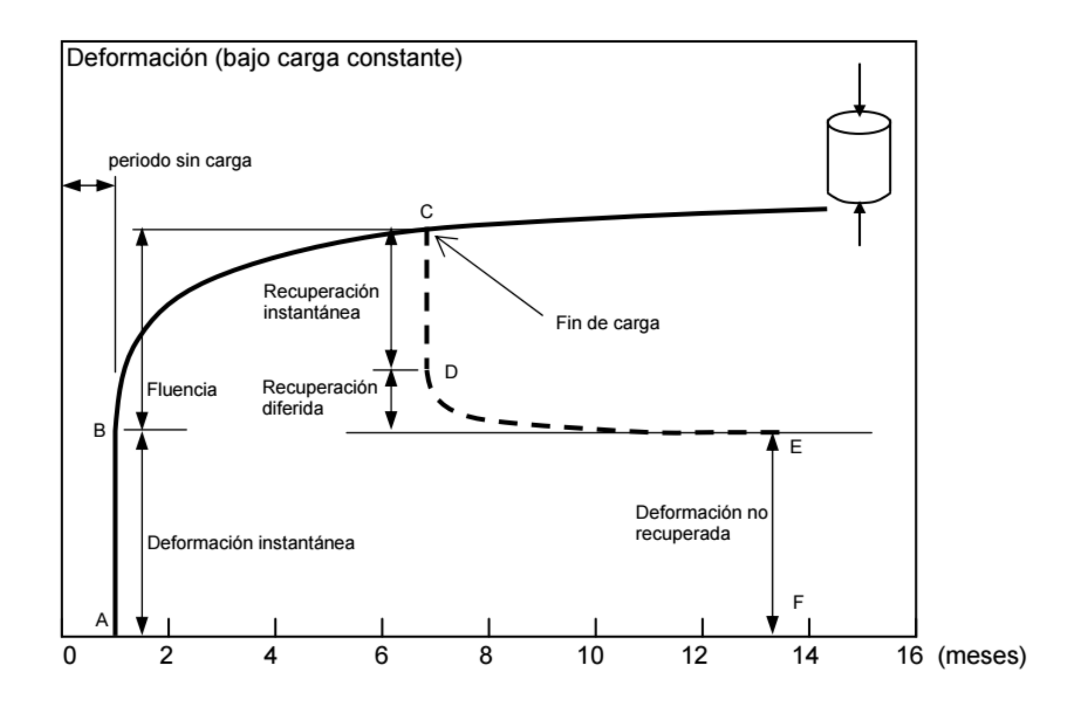


Figura 1.11 (E. Hernández y L. Gil, Hormigón Armado y pretensado, Granada, 2007)

La figura sugiere lo que ocurriría con la deformación longitudinal tanto si la probeta se descarga luego de seis meses como si la carga se mantuviera durante un año.

Al aplicar la carga se observa un escalón de deformación seguida por una deformación diferida (fluencia). Cuando la probeta se descarga aparece una recuperación instantánea cuya magnitud es inferior a la deformación instantánea inicial. Luego se observa una recuperación diferida que no compensa la deformación por fluencia, por lo cual luego de la descarga queda una deformación plástica (deformación no recuperada).

Para analizar este comportamiento en compresión, supongamos que el estado de esfuerzos en la probeta se puede aproximar mediante un estado de esfuerzos unidimensional.
En ese caso la descripción del proceso de fluencia producido por una carga de compresión (no necesariamente constante) se puede reducir a determinar la *relación causal* entre la deformación longitudinal $\varepsilon_x(t)$ y la historia de tensión longitudinal $\{\sigma_x(\tau)\}$ hasta el instante presente $\tau = t$:

$$\varepsilon_x(t) = \mathcal{C}(\{\sigma_x(\tau)\}; -\infty < \tau \leq t) \qquad [1]$$

Cuando se considera las deformaciones transversales asociadas a un ensayo de fluencia como el representado en la Figura 11, para cargas inferiores a la tercera parte de la carga

de rotura, se puede suponer, como una primera aproximación, que el módulo de Poisson υ se mantiene constante.

Las deformaciones transversales $\varepsilon_y(t) = \varepsilon_z(t) = \varepsilon_t(t)$ se pueden relacionar con la deformación longitudinal $\varepsilon_x(t) = \varepsilon_l(t)$ mediante la fórmula 1.4.[3]:

$$\upsilon = -\frac{\varepsilon_t(t)}{\varepsilon_l(t)} \quad [2]$$

Consideremos ahora una historia escalonada de tensiones:

$$\sigma_x(t) = \sum_{i=1}^{n} \Delta\sigma(t_i)\ H(t - t_i) \quad [3]$$

En la ecuación [3] se tiene $t_1 < t_2 < \cdots < t_{n-1} < t_n$. Por definición la función escalón unidad $H(t - t_i)$ se anula cuando $t < t_i$ y vale 1 si $t \geq t_i$. Entonces, cuando t viene creciendo y alcanza el instante t_i se produce un escalón $\Delta\sigma(t_i)$ en la tensión. Ese escalón, que puede ser tanto positivo como negativo, se mantiene invariante desde $t = t_i$ en adelante.

Cuando $t < t_1$ resulta $\sigma_x(t) = 0$ mientras que si $t_1 \leq t < t_2$ resulta $\sigma_x(t) = \Delta\sigma(t_1)$, si $t_2 \leq t < t_3$ se tiene $\sigma_x(t) = \Delta\sigma(t_1) + \Delta\sigma(t_2)$ y así sucesivamente hasta que, cuando $t_n \leq t$ se tiene $\sigma_x(t) = \sum_{i=1}^{n} \Delta\sigma(t_i)$.

Cuando la relación entre tensiones y deformaciones de fluencia es lineal, [18] la fórmula [1] se puede reescribir así, para la historia escalonada de tensiones dada por la fórmula [3]:

$$\varepsilon_x(t) = \sum_{i=1}^{n} C(t, t_i)\ \Delta\sigma(t_i) \quad [4]$$

Cuando $t \geq t_i$ la función $C(t, t_i)$ viene dada por:

$$C(t, t_i) = \mathcal{C}(\{\ H(t - t_i)\} - \infty < t_i \leq t\ ) \quad [5]$$

$C(t, t_i)$ se anula para $t < t_i$, debido a que un escalón $\Delta\sigma(t_i)$ que aparezca en el futuro respecto de cualquier instante $t < t_i$ no puede influir sobre la deformación $\varepsilon_x(t)$ en ese instante.

Como el instante t_i puede ser cualquier instante, se puede introducir la *función de complacencia* $C(t, \tau)$ que se anula para $t < \tau$.

Añadimos ahora dos nuevos puntos t_0 y $t_{n+1} = t$ al intervalo utilizado para definir la historia escalonada de tensiones.

Obtenemos este nuevo intervalo: $t_0 < t_1 < t_2 < \cdots < t_{n-1} < t_n < t_{n+1} = t$

Manteniendo incambiados el instante inicial t_0 y el instante final t , introduciendo más instantes de tiempo entre medio, cada vez más próximos entre sí, y pasando al límite se

[18] En 1876 Boltzmann sugirió que el comportamiento mecánico de un sólido se podía expresar como una función de toda su historia previa, de tal forma que, si el cuerpo había sufrido una serie de deformaciones o de esfuerzos el efecto de cada deformación o esfuerzo era independiente del efecto de las otras, de tal forma que el comportamiento resultante se podía predecir sumando los efectos que se producirían si cada una de las deformaciones o esfuerzos ocurriera en ausencia de las demás. Esta hipótesis se conoce como el *Principio de Superposición de Boltzmann*. En 1943 Mc Henry formuló un Principio de Superposición para el hormigón: "Las deformaciones producidas en el hormigón en cualquier instante t debido a un incremento en el esfuerzo en cualquier instante t_0 son independientes de los efectos de cualquier esfuerzo aplicado antes o después de t_0. Los esfuerzos que se aproximan a la resistencia última son excluidos." D. Mc Henry, New Aspect of Creep in Concrete and Its Application to Design, ASTM Proceedings **43**: 1069–1084, 1943.

obtiene finalmente, para cualquier historia de esfuerzos aplicados durante el intervalo de tiempo $[t_0, t]$: $\varepsilon_x(t) = \int_{t_0}^{t} C(t,\tau)\, d\, \sigma_x(\tau)$ [6]

En forma análoga, para describir los procesos de relajación de tensiones en un ensayo de compresión unidimensional, se puede introducir la *función de rigidez* $\mathcal{R}(t,\tau)$ para relacionar una historia predeterminada de deformaciones $\{ \varepsilon_x(\tau), t_0 \le \tau \le t \}$ con la correspondiente historia de esfuerzos: $\sigma_x(t) = \int_{t_0}^{t} \mathcal{R}(t,\tau)\, d\, \varepsilon_x(\tau)$ [7]

Las integrales [6] y [7] permiten que las funciones integradoras $\sigma_x(\tau)$ y $\varepsilon_x(\tau)$, respectivamente, presenten discontinuidades en escalón, además de variaciones continuas. [19]

Como sugiere la Figura 11, los ensayos de fluencia (al igual que los ensayos de relajación de tensiones) suelen involucrar intervalos de tiempo muy extensos. El intervalo de tiempo al final del cual puede ser necesario efectuar predicciones suele ser aún mucho más extenso.

En el caso del hormigón todavía no se dispone de un marco teórico como el ya existente en otros ámbitos de la ciencia de materiales. Por ello el enfoque para seleccionar funciones adecuadas para representar a la función de complacencia $C(t,\tau)$ (o a la función de rigidez $\mathcal{R}(t,\tau)$) debe ser empírico: seleccionar una función que incluya un conjunto de parámetros libres y ajustarlos a los datos experimentales.

Para seleccionar esa función para la complacencia, se conocen algunas características que la función $C(t,\tau)$ debe poseer: $\frac{\partial}{\partial t} C(t,\tau) \ge 0$ (la función de complacencia no debe disminuir con el paso del tiempo t dado un instante de carga τ); $\frac{\partial^2}{\partial t^2} C(t,\tau) \le 0$ (la aceleración del cambio de la función de complacencia, considerada como función de t , dado un instante de carga τ , no debe ser positiva); $\frac{\partial}{\partial \tau} C(t,\tau) \le 0$ (cuando el instante de tiempo τ donde se considera aplicada la carga aumenta, y por tanto la edad del hormigón ha aumentado al momento de recibir la carga, la función de complacencia no debe aumentar); $\lim_{t \to +\infty} C(t,\tau) < C_M$ donde C_M es independiente de τ (la deformación por fluencia debe estar acotada para cualquier edad de aplicación de la carga).

Para tener en cuenta la respuesta instantánea se puede representar la función de complacencia como suma de una componente instantánea y otra diferida:

$$C(t,\tau) = \frac{1}{E(t)} + F(\tau)\, f(t-\tau) \quad [8]$$

La función de memoria $f(t-\tau)$ tiene en cuenta el efecto de una carga aplicada en el instante τ sobre la respuesta en el instante t . Como describe una respuesta diferida, $f(t)$ se anula cuando $t = 0$. En consecuencia, $C(t,t) = \frac{1}{E(t)}$: el módulo de Young $E(t)$ en el

[19] Son integrales que generalizan la integral de Riemann, bien conocida por los técnicos. Se denominan integrales de Riemann-Stieltjes. Una presentación concisa sobre estas integrales se puede hallar en el volumen 2 del tratado de Análisis Matemático de Julio Rey Pastor, Pedro Pi Calleja y César Trejo, Kapelusz, buenos Aires, 1957 o en el capítulo XI del libro de Julio Rey Pastor, Elementos de la Teoría de Funciones, Iberoamericana, Madrid y Buenos Aires, 1953.

instante t corresponde a la deformación instantánea del hormigón de esa misma edad t frente al valor del esfuerzo en ese momento.

Una expresión empírica para $f(t)$ que se puede utilizar en la práctica es la siguiente, que presenta tres parámetros positivos para ajustar a los datos experimentales:

$$f(t) = \frac{d_1\,(t)^m}{1+d_2\,(t)^m} \qquad [9]$$

Si $d_2 = 0$ [9] se reduce a una ley potencial que ajusta bien a datos de fluencia temprana pero mal a datos de fluencia tardía.
Las leyes potenciales aparecen en las respuestas diferidas de la deformación en materiales como el hormigón y algunas rocas que presentan una organización espacial jerárquica de elementos que se comportan como fundamentalmente viscosos (asociados a la matriz de cemento hidratado) y elementos que se comportan como fundamentalmente elásticos (asociados con los agregados). [20]
El empleo de un modelo de estructura espacial jerárquica se vincula directamente con la teoría de la viscoelasticidad. Se utilizan modelos fenomenológicos construidos conectando elementos puramente elásticos con elementos puramente viscosos para describir la respuesta mecánica del hormigón y de otros materiales. Sobre esto último se verán algunos ejemplos en el capítulo 2 del informe, a propósito de las vibraciones y la propagación de ondas en barras delgadas.

Si $m = 0$ la ecuación [9] se reduce a la fórmula de Ross, utilizada en códigos para predicción de fluencia por el American Concrete Institute. Ajusta bien a datos de fluencia tardía, pero tiende a subestimar la fluencia temprana. La función $F(\tau)$ de envejecimiento del hormigón disminuye a medida que τ aumenta. Una expresión empírica posible para $F(\tau)$ es $F(\tau) = a + \frac{b}{\tau^c}$ donde también aparecen tres parámetros ajustables. A veces se toma $c = 1$. Por ejemplo, en el modelo de fluencia del hormigón propuesto por N. Arutyunyan. [21]

Como regla general, si los parámetros que aparecen en las fórmulas para la complacencia poseen un significado físico claro y si se puede, es conveniente disminuir el número de parámetros que se deben ajustar a los datos experimentales. Hace mucho tiempo que circula una afirmación, atribuida a un matemático francés del siglo XIX: "Si me dan cuatro exponenciales cuyos parámetros me permiten elegir, les dibujaré un elefante. Si me dan cinco exponenciales lo haré caminar".

Si $\sigma_x(t) = 0$ para $t \leq t_0$, sustituyendo [8] en [6] se obtiene:

---

[20] Sobre este tema se puede ver el trabajo de R. Suárez-Antola, Power Law and Stretched Exponential Responses in Composite Solids, Advanced Materials Research, **853**:9-16, 2014.

[21] Sobre este modelo puede consultarse el libro de Y. Rabotnov, Hereditary Mechanics, Mir, Moscú, 1980. El libro Hormigón Armado: Jiménez Montoya Esencial (Madrid, 2018), y los libros clásicos de Hubert Rüsch, Hormigón armado y hormigón pretensado: propiedades de los materiales y procedimientos de cálculo (Barcelona, 1975) y de Hubert Rüsch y Dieter Jungwirt, Hormigón armado y hormigón pretensado: consideraciones de la fluencia de la retracción plástica y de la retracción de fraguado sobre el comportamiento de las estructuras sometidas a esfuerzos (Mexico,1982), o apuntes de clase como Hormigón Armado y pretensado, de E. Hernández y L. Gil (Granada, 2007), describen los métodos de cálculo de la fluencia en hormigones estructurales, empleados en la práctica.

$$\varepsilon_x(t) = \frac{\sigma_x(t)}{E(t)} + \int_{t_0}^{t} F(\tau) f(t-\tau)\, d\, \sigma_x(\tau) \qquad [10]$$

Si el esfuerzo varía suavemente de modo que $\varepsilon_x(t) = \frac{\sigma_x(t)}{E(t)} + \int_{t_0}^{t} F(\tau) f(t-\tau) \frac{d\, \sigma_x(\tau)}{d\, \tau}\, d\tau$ una integración por partes da como resultado, si $\sigma_x(t) = 0$ para $t \leq t_0$:

$$\varepsilon_x(t) = \frac{\sigma_x(t)}{E(t)} - \int_{t_0}^{t} \frac{\partial}{\partial\, \tau} \big(F(\tau) f(t-\tau)\big)\, \sigma_x(\tau)\, d\tau \qquad [11]$$

Como $\frac{\partial}{\partial\, \tau} \big(F(\tau) f(t-\tau)\big) \leq 0$ introducimos la función no negativa $K(\tau; t-\tau) = -\frac{\partial}{\partial\, \tau} \big(F(\tau) f(t-\tau)\big)$ Entonces la deformación [11] se puede reescribir así:

$$\varepsilon_x(t) = \frac{\sigma_x(t)}{E(t)} + \int_{t_0}^{t} K(\tau; t-\tau)\, \sigma_x(\tau)\, d\tau \qquad [12]$$

Esta forma de la relación entre tensión y deformación es conveniente para aplicar en la interpretación de los ensayos de hormigones mediante vibraciones y ondas mecánicas. Como las escalas de tiempo involucradas en estos ensayos son de órdenes de magnitud mucho menores que el orden de magnitud de la escala de tiempo correspondiente a la función de envejecimiento, esta última función se puede considerar constante durante cada ensayo, al igual que el módulo de Young del material.
En forma análoga, para describir la relajación de tensiones se tiene:

$$\sigma_x(t) = E(t)\, \varepsilon_x(t) - \int_{t_0}^{t} L(\tau;\ t-\tau)\ \varepsilon_x(\tau)\, d\tau \qquad [13]$$

La función no negativa $L(\tau;\ t-\tau)$ describe la respuesta diferida en los esfuerzos.
En relación con las escalas de tiempo puestas en juego durante los ensayos mediante ondas mecánicas, puede decirse lo mismo que se dijo en el caso de la respuesta diferida de las deformaciones.

Ahora apliquemos la ecuación [12] para describir la evolución de la deformación que aparece en la Figura 11, en particular la deformación plástica remanente.

La historia de carga, que presenta, cuando $t = t_0$, un escalón de tensión de amplitud σ_0 y duración t_c y luego un escalón opuesto de amplitud $-\sigma_0$ cuando $t = t_0 + t_c$, se puede representar así: $\sigma_x(t) = \sigma_0\, [H(t-t_0) - H(t-t_0-t_c)]$ [14]

La función escalón $H(t)$ vale 0 si $t < 0$ y vale 1 si $t \geq 0$. Sustituyendo [14] en [12]:

$$\varepsilon_x(t) = \frac{\sigma_0\, [H(t-t_0) - H(t-t_0-t_c)]}{E(t)} + \sigma_0 \int_{t_0}^{t} K(\tau; t-\tau)\ [H(\tau-t_0) - H(\tau-t_0-t_c)]\, d\tau \qquad [15]$$

Cuando $t < t_0$ resulta $\varepsilon_x(t) = 0$ como debe ser si la deformación antes de la carga es nula. Cuando $t = t_0$ (a los 28 días) la deformación instantánea viene dada por $\varepsilon_x(t_0) = \frac{\sigma_0}{E(t_0)}$

Cuando $t_0 < t < t_0 + t_c$ la deformación es $\varepsilon_x(t) = \frac{\sigma_0}{E(t)} + \sigma_0 \int_{t_0}^{t} K(\tau; t-\tau)\ d\tau$ y describe la etapa de fluencia que muestra la Figura 11.
Cuando $t = t_0 + t_c$ se produce la descarga acompañada por una deformación instantánea $\varepsilon_x(t_0 + t_c) = -\frac{\sigma_0}{E(t_0+t_c)}$. Como el módulo de Young aumenta con la edad

durante el período (de seis meses en el caso considerado en la Figura 11) de aplicación de la carga, $E(t_0 + t_c) > E(t_0)$ y por tanto $|\varepsilon_x(t_0 + t_c)| < \varepsilon_x(t_0)$ como se ve en la figura. Para una elección apropiada de la función $K(\tau; t - \tau)$ esta historia de deformación presenta una componente plástica que permanece luego de descargado el material.
Si $t \geq t_0 + t_c$, [15] se reduce a: $\varepsilon_x(t) = \sigma_0 \int_{t_0}^{t_0+t_c} K(\tau; t - \tau)\ d\tau$ [16]

Esta última ecuación describe la recuperación diferida. Si $\lim_{t\to+\infty} \varepsilon_x(t) = \varepsilon_{x,r} \neq 0$ se tiene una deformación plástica remanente.

Hasta este momento hemos considerado cargas lo bastante pequeñas respecto de la resistencia última de la probeta como para poder aplicar modelos matemáticos lineales a la relación entre tensión y deformación. Para cargas que superan el 30% de la resistencia última los modelos lineales ya no resultan adecuados para describir la relación entre tensión de compresión longitudinal y deformación de compresión longitudinal.

En la escala de tiempo de meses que corresponde al ensayo graficado en la Figura 11, un proceso de carga que dure unos pocos minutos se puede considerar instantáneo, al igual que la variación en la deformación que acompaña el establecimiento de la carga.

Ahora nos enfocaremos en este proceso de incremento de la carga de compresión aplicada a la probeta en una escala de tiempo de minutos, para cargas que superan el 30% de la resistencia última.
El proceso no lineal resultante puede considerarse cuasi estático y la relación entre la tensión nominal σ_x y la deformación nominal ε_x se puede aproximar, hasta un 0.70% de la resistencia última, por una parábola de coeficientes $b > 0$ y $c < 0$:

$$\sigma_x = b\varepsilon_x + c\ {\varepsilon_x}^2 \qquad [17]$$

De [17] se desprenden expresiones para el módulo secante $E_{c\,m} = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x} = |b| - |c|\ \varepsilon_x$ y el módulo tangente $E_{c\,m} = \frac{d\ \sigma_x}{d\ \varepsilon_x} = |b| - 2|\ c|\ \varepsilon_x$.

En el hormigón seco, a veces, la curva tensión nominal versus deformación nominal presenta un comienzo cóncavo ($\frac{d^2\ \sigma_x}{d\ {\varepsilon_x}^2} > 0$) al inicio del proceso de carga.
Esto mismo se observa en los ensayos de rocas a compresión. Al parecer se origina en el cierre de fisuras y deformación de poros preexistentes por el estado de esfuerzos generado por la compresión. [22] La fórmula [17] no contempla este fenómeno.

Si L es la longitud y R es el radio de la probeta cilíndrica ensayada, la deformación longitudinal nominal por compresión axial es $\varepsilon_x = \frac{\Delta L}{L} = -\frac{|\Delta L|}{L}$ y las deformaciones nominales radial ε_r y tangencial ε_θ por dilatación transversal son iguales $\varepsilon_r = \varepsilon_\theta = \frac{\Delta R}{R}$
La dilatación volumétrica se puede expresar en términos de las deformaciones nominales:

$$\frac{\Delta V}{V} = (1 + \varepsilon_x)(1 + \varepsilon_r)(1 + \varepsilon_\theta) - 1 = \varepsilon_x + \varepsilon_\theta + \varepsilon_r + \varepsilon_\theta\varepsilon_r + \varepsilon_r\varepsilon_x + \varepsilon_x\varepsilon_\theta \qquad [18]$$

---

[22] J. C. Jaeger Elasticity, Fracture and Flow with Engineering and Geological Application (Chapman and Hall, Londres, 1969) y J. C. Jaeger, N. G. W. Cook y R. W. Zimmerman, Fundamentals of Rock Mechanics (Blackwell, Londres, 2007).

Las deformaciones transversales, radial ε_r y tangencial ε_θ se relacionan con la deformación longitudinal a través de un módulo de Poisson $\upsilon(\sigma_x)$ que es función de la tensión nominal: $\varepsilon_r = \varepsilon_\theta = -\upsilon(\sigma_x)\varepsilon_x$ [19]

Teniendo en cuenta [19] la dilatación cúbica [18] se puede reescribir así ($\upsilon(\sigma_x) < 0.5$) al primer orden en la deformación ε_x : $\frac{\Delta V}{V} \cong (1 - 2\upsilon)\varepsilon_x$ [20]

Los sensores de deformación permiten medir la variación del módulo de Poisson a medida que aumenta la tensión nominal. Al principio $\upsilon(\sigma_x)$ se mantiene constante en un valor υ_0 hasta que se alcanza la denominada *primera carga crítica* para la cual $\sigma_x = \sigma'$. A partir de este valor de tensión el módulo de Poisson comienza a crecer por primera vez por encima de υ_0. Corresponde a los procesos de micro fisuración debida a la carga. A medida que la carga de compresión aumenta el módulo de Poisson crece con $\frac{d^2}{d\sigma_x^2}\upsilon(\sigma_x)$ positiva hasta un punto de inflexión donde esta derivada segunda se anula, para luego pasar a ser negativa. Entre tanto $\upsilon(\sigma_x)$ no deja de crecer, aproximándose por debajo a 0.5 (que es el valor de υ correspondiente a un fluido).

Mientras tanto la dilatación volumétrica crece desde valores negativos y alcanza su valor máximo, positivo, para una carga denominada *segunda carga crítica* (mayor que la primera) para la cual $\sigma_x = \sigma''$. Mientras que σ' aumenta significativamente cuando aumenta la fuerza del enlace entre la matriz de cemento hidratado y el agregado (es decir, aumenta la resistencia del anillo de transición) σ'' depende menos de esa fuerza de enlace. Entre la primera y la segunda carga crítica hay un crecimiento estable de las fisuras.
Por encima de la segunda carga crítica hay una propagación inestable de las fisuras hasta la rotura definitiva.

Como el trabajo por unidad de volumen $\int_{\Gamma_{a\to b}} \sigma_x \, d\varepsilon_x$ que recibe una probeta de hormigón cuando sufre un proceso de carga axial que, se asume, produce un estado unidimensional de esfuerzos, es por lo general mayor que el trabajo por unidad de volumen $\int_{\Upsilon_{b\to a}} \sigma_x \, d\varepsilon_x$ que entrega durante la descarga, se define un *rendimiento elástico*:

$$R.E. = \frac{\left|\int_{\Upsilon_{b\to a}} \sigma_x \, d\varepsilon_x\right|}{\int_{\Gamma_{a\to b}} \sigma_x \, d\varepsilon_x} \qquad [21]$$

En [21] $\Gamma_{a\to b}$ es la curva de carga y $\Upsilon_{b\to a}$ es la curva de descarga en el volumen unitario considerado. En el punto a se inicia la variación de tensiones y deformaciones durante el proceso de carga y en el punto b finaliza esa variación, y comienza la variación durante el proceso de descarga hasta llegar al punto a , completando así un ciclo.
Para cargas y deformaciones sometidas a las limitaciones impuestas en el cálculo de las estructuras, el rendimiento elástico depende de la formación y del crecimiento de fisuras en la interfaz entre el agregado y la pasta de cemento y de la velocidad con la que varían los esfuerzos y las deformaciones. También se puede definir un R.E. para el caso de los ensayos mediante vibraciones y ultrasonidos, pero en este caso los procesos disipativos que permiten interpretarlo son muy diferentes a los procesos asociados al del R.E. definido previamente. Sobre esto se dirá algo más posteriormente, en el capítulo 2.

Para finalizar esta sección, consideramos una posible generalización de las relaciones lineales [6] y [7] para aplicarlas a estados tridimensionales de esfuerzos y deformaciones en un material isótropo con relaciones constitutivas lineales. Es conveniente comenzar introduciendo dos módulos de elasticidad diferentes al de Young y al de Poisson.

En este caso tanto el estado de deformaciones como el estado de tensiones vienen dados por tensores $\tilde{\varepsilon}$ y $\tilde{\sigma}$ respectivamente. Ambos tensores se pueden descomponer en una componente esférica y un tensor desviador respecto del tensor esférico. [23]

En coordenadas cartesianas ortogonales estas descomposiciones son:

$$\tilde{\varepsilon} = \tilde{\varepsilon}_e + \tilde{\varepsilon}_d \qquad \tilde{\varepsilon}_e = \begin{bmatrix} e_m & 0 & 0 \\ 0 & e_m & 0 \\ 0 & 0 & e_m \end{bmatrix} \qquad \tilde{\varepsilon}_d = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} - e_m & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} - e_m & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} - e_m \end{bmatrix}$$

[22 a]

$$\tilde{\sigma} = \tilde{\sigma}_e + \tilde{\sigma}_d \qquad \tilde{\sigma}_e = \begin{bmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_m & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_m \end{bmatrix} \qquad \tilde{\sigma}_d = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} - \sigma_m & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} - \sigma_m & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} - \sigma_m \end{bmatrix}$$

[22 b]

Si $e(t) = \varepsilon_{xx}(t) + \varepsilon_{yy}(t) + \varepsilon_{zz}(t)$ es la dilatación cúbica, $e_m(t) = \frac{1}{3}\, e(t)$. Por su parte $\sigma_m(t) = \frac{1}{3}\left(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}\right)$ es la componente hidrostática del estado de esfuerzos (para que corresponda a una presión hidrostática se le debe cambiar el signo).

Si el sólido es lineal elástico sin respuesta diferida, la ley de Hooke se puede formular así, siendo K_0 un módulo de incompresibilidad o rigidez volumétrica y G_0 un módulo de rigidez transversal o cizalla:

Para el tensor esférico: $\tilde{\varepsilon}_e = \frac{1}{3\,K_0}\,\tilde{\sigma}_e$, $\tilde{\sigma}_e = 3\,K_0\,\tilde{\varepsilon}_e$, $\sigma_m = 3\,K_0\,e_m$

Para el tensor desviador: $\tilde{\varepsilon}_d = \frac{1}{2\,G_0}\,\tilde{\sigma}_d$, $\tilde{\sigma}_d = 2\,G_0\,\tilde{\varepsilon}_d$, $\sigma_{ij} = 2\,G_0\,\varepsilon_{ij}$ $\quad (\ i \neq j\ )$

Las componentes del tensor de deformaciones se expresan de esta forma en función de las derivadas parciales de las componentes u_x, u_y, u_z del vector desplazamiento $\vec{s} = u_x \vec{i} + u_y \vec{j} + u_z \vec{k}$: $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$ $\quad i, j = x, y, z$ Ahora i puede ser igual a j

Si $\nabla \vec{s} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial x} & \frac{\partial u_y}{\partial x} & \frac{\partial u_z}{\partial x} \\ \frac{\partial u_x}{\partial y} & \frac{\partial u_y}{\partial y} & \frac{\partial u_z}{\partial y} \\ \frac{\partial u_x}{\partial z} & \frac{\partial u_y}{\partial z} & \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{bmatrix}$ y $(\nabla \vec{s})^T$ es la matriz transpuesta de $\nabla \vec{s}$, entonces el tensor de deformaciones se puede escribir, en forma compacta:

[23] Ver, por ejemplo, el libro de Patricio Laura y Mario Maurizi, Introducción a la Mecánica de Sólidos, EUDEBA, Buenos Aires, 1979.

$$\tilde{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\nabla\,\vec{s} + (\nabla\,\vec{s})^T) \qquad [23]$$

Generalizando la ley de Hooke para tener en cuenta la respuesta diferida, introduciendo la complacencia volumétrica $C_K(t,\tau)$ y la correspondiente rigidez $\mathcal{R}_K(t,\tau)$ se obtiene para la relación entre la dilatación cúbica y la componente hidrostática del estado de esfuerzos:

$$e(t) = \int_{t_0}^{t} C_K(t,\tau)\, d\,\sigma_m(\tau) \qquad e(t) = \frac{\sigma_m(t)}{K_0} + \int_{t_0}^{t} \dot{C}_K(t,\tau)\; \sigma_m(\tau)\, d\tau \qquad [24\text{ a}]$$

$$\sigma_m(t) = \int_{t_0}^{t} \mathcal{R}_K(t,\tau)\, de(\tau) \qquad \sigma_m(t) = K_0\, e(t) + \int_{t_0}^{t} \dot{\mathcal{R}}_K(t,\tau)\, e(\tau)\, d\tau \qquad [24\text{ b}]$$

Para la relación entre los esfuerzos de cizalla y las deformaciones de cizalla se tiene, siendo $C_G(t,\tau)$ la complacencia de cizalla y $\mathcal{R}_G(t,\tau)$ la correspondiente rigidez ($\boldsymbol{i} \neq \boldsymbol{j}$):

$$\varepsilon_{i,j}(t) = \int_{t_0}^{t} C_G(t,\tau)\, d\,\sigma_{i,j}(\tau) \qquad \varepsilon_{i,j}(t) = \frac{\sigma_{i,j}(t)}{2\,G_0} + \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t} \dot{C}_G(t,\tau)\; \sigma_{i,j}(\tau)\, d\tau \qquad [24\text{ c}]$$

$$\sigma_{i,j}(t) = \int_{t_0}^{t} \mathcal{R}_G(t,\tau)\, d\varepsilon_{i,j}(\tau) \qquad \sigma_{i,j}(t) = 2G_0 + 2\int_{t_0}^{t} \dot{\mathcal{R}}_G(t,\tau)\, \varepsilon_{i,j}(\tau)\, d\tau \qquad [24\text{ d}]$$

$\dot{C}_G(t,\tau) = \frac{\partial C_G(t,\tau)}{\partial\,\tau} \geq 0$ mientras que $\dot{\mathcal{R}}_G(t,\tau) = \frac{\partial\,\mathcal{R}_G(t,\tau)}{\partial\,\tau} \leq 0$ por lo cual es posible introducir las funciones de respuesta diferida $\dot{C}_G(t,\tau) = K_G(t,\tau)$ y $\dot{\mathcal{R}}_G(t,\tau) = -L_G(t,\tau)$ reescribiendo:

$$\varepsilon_{i,j}(t) = \frac{\sigma_{i,j}(t)}{2\,G_0} + \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t} K_G(t,\tau)\; \sigma_{i,j}(\tau)\, d\tau \qquad [25\text{ a}]$$

$$\sigma_{i,j}(t) = 2G_0\, \varepsilon_{i,j}(t) - 2\int_{t_0}^{t} L_G(t,\tau)\, \varepsilon_{i,j}(\tau)\, d\tau \qquad [25\text{ b}]$$

Bajo esta forma las relaciones constitutivas serán utilizadas para deducir las ecuaciones de movimiento de ondas mecánicas de baja amplitud en sólidos.

Para un material lineal elástico que no presenta respuesta diferida, existen las siguientes relaciones entre los módulos de incompresibilidad K_0 y de cizalla G_0 por un lado y los módulos de Young E_0 y de Poisson υ_0 por el otro:

$$E_0 = \frac{9\;G_0\,K_0}{3\,K_0 + G_0} \quad [26\text{ a}] \qquad \upsilon_0 = \frac{3\,K_0 - 2G_0}{6\,K_0 + 2G_0} \quad [26\text{ b}]$$

$$G_0 = \frac{E_0}{2\,(1+\upsilon_0)} \quad [27\text{ a}] \qquad K_0 = \frac{E_0}{3\,(1-2\upsilon_0)} \quad [27\text{ b}]$$

Cuando el sólido presenta respuestas diferidas los módulos de elasticidad, de rigidez como los involucrados en las ecuaciones [26] y [27] o de complacencia como los recíprocos de los módulos de rigidez, se pueden generalizar introduciendo *operadores correspondientes a cada módulo*. Un ejemplo de esto son las fórmulas [12] y [13] para el módulo de Young y su complacencia correspondiente y las [24] para los módulos de incompresibilidad y rigidez transversal y su recíprocos. [24]

---

[24] Sobre un encare de este tema empleando transformadas de Laplace puede consultarse el libro de Laura y Maurizi citado en la nota 23 o el de Wilhelm Flügge, Viscoelasticity, Springer, Berlin, 1975. La teoría de operadores en sí misma se puede hallar desarrollada en el libro de Y. Rabotnov, Hereditary Mechanics, Mir, Moscú, 1980.

Los resultados experimentales sugieren asumir que cuando un material presenta respuesta elástica diferida, *en una primera aproximación se puede suponer que la deformación volumétrica es elástica instantánea siempre*.
Si introducimos los operadores $\hat{E}$ y $\hat{\upsilon}$ para representar las respuestas diferidas correspondientes a los módulos de Young y de Poisson, respectivamente, la hipótesis sobre la deformación volumétrica, teniendo en cuenta la ecuación [27 b] implica que:

$$\frac{E_0}{(1-2\upsilon_0)} = \frac{\hat{E}}{(1-2\,\hat{\upsilon})}$$

Si representamos mediante $\hat{I}[\quad]$ al operador identidad y mediante $\hat{L}[\quad]$ al operador de respuesta diferida para el módulo de Young, entonces:

$$\hat{E}[\quad] = E_0\left(\hat{I}[\quad] - \hat{\mathrm{L}}[\quad]\right) \qquad [28\ a]$$

$$\hat{\upsilon}[\quad] = \upsilon_0 \hat{I}[\quad] + \frac{(1-2\upsilon_0)}{2}\,\hat{\mathrm{L}}[\quad] \qquad [28\ b]$$

En condiciones en las que el envejecimiento del material se puede ignorar (como en un mismo ensayo de hormigones mediante vibraciones, ultrasonidos o impactos) el operador $\hat{\mathrm{L}}[\quad]$, actuando sobre una función del tiempo $f(t)$, se define mediante la expresión

$$\hat{\mathrm{L}}[f] = \int_{-\infty}^{t} \mathrm{L}(t-t')\, f(t')\, dt' \qquad [29]$$

En un ensayo de carga unidimensional la deformación debida a la carga y la tensión producida por la carga se anulan previamente a la aplicación de la carga.
En ese caso, eligiendo el origen del tiempo en el instante en el que se aplica la carga, la deformación $\varepsilon(t)$ y la tensión $\sigma(t)$ son nulas para $t < 0$ por lo cual, para un material cuyas relaciones constitutivas son lineales:

$$\sigma(t) = E_0\left(\varepsilon(t) - \int_0^t \mathrm{L}(t-t')\,\varepsilon(t')\,dt'\right) \qquad [30]$$

Entonces si la deformación se mantiene constante e igual a ε_0, la *curva de relajación de la tensión* a medida que transcurre el tiempo viene dada por:

$$\sigma(t) = E_0\left(1 - \int_0^t \mathrm{L}(t')\,dt'\right)\varepsilon_0 \qquad [31]$$

La función $\mathrm{L}(t)$ es positiva y $\int_0^t \mathrm{L}(t') < 1$ para todo $t > 0$.

Entonces:

$$\int_0^{+\infty} \mathrm{L}(t)dt \le 1 \qquad [32]$$

El operador inverso $\hat{E}^{-1}$ se puede expresar $\hat{E}^{-1} = \frac{1}{E_0}\left(\hat{I} + \hat{K}\right)$ de modo que durante un ensayo de carga:

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{E_0}\left(\sigma(t) + \int_0^t \mathrm{K}(t-t')\,\sigma(t')\,dt'\right) \qquad [33]$$

Si la tensión se mantiene constante e igual a σ_0, la *curva de fluencia* viene dada por:

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{E_0}\left(1 + \int_0^t \mathrm{K}(t')\,dt'\right)\sigma_0 \qquad [34]$$

La función $\mathrm{K}(t)$ es positiva y $\int_0^{+\infty} \mathrm{K}(t)\,dt$ es finita.

Las funciones núcleo de los operadores $\hat{L}$ y $\hat{K}$, es decir $L(t)$ y $K(t)$, se pueden obtener, respectivamente, derivando respecto del tiempo la curva de relajación de la tensión $\sigma(t)$ para $\varepsilon = \varepsilon_0$ o la curva de fluencia $\varepsilon(t)$ para $\sigma = \sigma_0$:

$$\frac{d}{d\,t}\sigma(t) = -L(t) \qquad\qquad \frac{d}{d\,t}\varepsilon(t) = K(t)$$

En la práctica se debe trabajar con un conjunto finito de instantes de tiempo para cada uno de los cuales se mide un valor de la tensión o de la deformación.
Si esto se efectúa sin más a partir del conjunto $\{\sigma(t_1), \sigma(t_2), \cdots, \sigma(t_N)\}$ de los valores experimentales de la tensión para obtener $\{L(t_1), L(t_2), \cdots, L(t_N)\}$ o del conjunto $\{\varepsilon(t_1), \varepsilon(t_2), \cdots, \varepsilon(t_N)\}$ de los valores experimentales de la deformación, para obtener $\{K(t_1), K(t_2), \cdots, K(t_N)\}$, resulta un problema que desde el punto de vista numérico no está bien planteado.
Los datos experimentales están sujetos a errores de medición, errores que desde el punto de vista del procesamiento de señales constituyen un ruido.
La derivación numérica directa puede amplificar el ruido, y esto hace más incierta la determinación de $\{L(t_1), L(t_2), \cdots, L(t_N)\}$ o de $\{K(t_1), K(t_2), \cdots, K(t_N)\}$.
Por este motivo, si no se puede eliminar sustancialmente el ruido en los resultados experimentales, se utilizan modelos paramétricos y los valores de los parámetros del modelo se obtienen mediante su ajuste a lo datos experimentales, por lo general minimizando una figura de mérito sobre el conjunto de valores que pueden tomar los parámetros. Por ejemplo, se minimiza una función de los M parámetros del modelo como ésta:

$$Q(\mu_1, \mu_{2,\cdots,}\mu_M) = \sum_{i=1}^{N} p_i \left(\sigma(t_i) - \sigma_{mod}(t_i; \mu_1, \mu_{2,\cdots,}\mu_M)\right)^2$$

En esta fórmula los p_i son factores de peso no negativos que suman 1, y $\sigma_{mod}(t_i; \mu_1, \mu_{2,\cdots,}\mu_M)$ es el valor de la tensión, en el instante t_i , que predice el modelo para cada elección de los valores de los parámetros.
A partir de la figura de mérito se puede medir la bondad del ajuste del modelo a los datos experimentales. [25]
Todo lo estudiado hasta este momento no ha tenido en cuenta la interacción del hormigón con sus armaduras. El tema de la próxima sección es revisar brevemente algunos aspectos de esta interacción que son importantes desde la perspectiva de los ensayos no destructivos mediante ondas mecánicas.

1.6 Armaduras pasivas y activas. Efectos sobre la distribución estática y dinámica de las cargas y sobre las tensiones asociadas a los cambios de volumen por fraguado, ciclado térmico y variaciones de humedad.

En general, los hormigones presentan una elevada resistencia a la compresión (varias decenas de MPa) y una relativamente baja resistencia a la tracción (generalmente un orden de magnitud inferior a la resistencia a la compresión). [26]

[25] Ph. Bevington y D. K. Robinson Data Reduction and error Analysis for the Physical Sciences, McGraw-Hill, New York, 2003.

[26] Además de su importancia para determinar el inicio de la fisuración en vigas de hormigón armado, la resistencia del hormigón a la tracción se utiliza en el diseño de pavimentos y en la prevención de la fisuración térmica en presas de hormigón.

Hasta cierto punto se puede incrementar la resistencia del hormigón a la tracción aumentando la proporción de cemento, disminuyendo la relación agua/cemento y empleando agregado grueso machacado de superficie rugosa. No obstante, en general esto no es suficiente para el hormigón que se emplea en las estructuras.
Para aumentar la resistencia a la tracción, y reforzar las zonas comprimidas, se embeben barras y alambres de acero (armaduras) en el material.
Las armaduras embebidas pueden presentarse como varillas ubicadas longitudinalmente con alambres (o varillas de menor diámetro) fijados a las varillas y ubicados transversalmente como cercos o como espirales.
Para mejorar la adherencia entre el hormigón y el acero se utilizan barras corrugadas. Cuando trabajan a tracción se anclan en regiones donde su acción no es necesaria (por ejemplo, zonas sometidas a esfuerzos de compresión).

Se colocan **armaduras portantes** según los cálculos de resistencia y estabilidad.

Se colocan **armaduras de montaje** para asegurar que la posición de la armadura portante sea la proyectada y para distribuir con mayor uniformidad los esfuerzos que se aplican a las armaduras portantes.
Las armaduras de montaje permiten absorber esfuerzos que por lo general no son tenidos en cuenta en los cálculos de proyecto.

Las salientes periódicas (a veces en espiral) que presentan las barras de refuerzo junto con la capacidad aglomerante y la resistencia de la pasta de cemento aseguran la adherencia entre la armadura y el hormigón.
La adherencia se mide a partir de la determinación del umbral de carga P_u para arrancar una barra empotrada.
Si l es la longitud de la barra que se encuentra empotrada en el hormigón y s es su perímetro, se define una tensión de adherencia promedio: $\bar{\tau}_a = \frac{P_u}{l\,s}$
Cuando la carga es de compresión disminuye con al aumento del diámetro de la barra, mientras que, si la carga es de tracción, disminuye con el aumento de ese diámetro.
La Figura 1.12 muestra un conjunto de barras corrugadas, verticales y paralelas entre sí, ancladas con alambres a cercos horizontales formados por varillas corrugadas de menor diámetro.



Figura 1.12

En forma análoga a como la interfaz entre un agregado grueso y la pasta de cemento constituye una región donde la porosidad y el tamaño de los cristales de cemento hidratado difieren de lo que se observa en la pasta de cemento en masa, la interfaz entre el hormigón y el acero suele presentar características locales que difieren en mayor o menor medida de las características del hormigón en masa próximo.

En particular los módulos de elasticidad del material y las resistencias locales a compresión y tracción son por lo general menores a las resistencias del hormigón en masa.

Una consecuencia adicional del armado del hormigón es el efecto de confinamiento que producen el sistema de armaduras embebidas en el material cuando un elemento armado se somete a un esfuerzo de compresión axial, paralelo a las armaduras longitudinales.
La dilatación transversal que acompaña a la compresión longitudinal se ve impedida por los cercos transversales o los espirales de refuerzo. Esto produce esfuerzos de compresión transversales que se combinan con los esfuerzos de compresión longitudinales.
Debido a este sistema tridimensional de esfuerzos a los que se ve sometido el hormigón armado, su resistencia a la compresión axial aumenta respecto de la resistencia del mismo hormigón no armado. [27]
El aumento de la resistencia a la compresión axial debida al confinamiento se observa también en los ensayos sobre rocas. [28]
Los esfuerzos de confinamiento dependen de la cantidad de armadura y de su distribución, además de la intensidad de la carga axial.

Además del efecto de confinamiento, las armaduras tienden a contrarrestar la fluencia del hormigón (se redistribuyen los esfuerzos entre las armaduras portantes y el hormigón) y a entorpecer los cambios de volumen por intercambio de agua, ciclado térmico y fraguado (en esto participan las armaduras de montaje).
La retracción del material se acompaña de tensiones de tracción en el hormigón adyacente a las armaduras, que pueden producir fisuras internas, mientras que su dilatación se acompaña de tensiones de compresión en el hormigón próximo a las armaduras.

Tanto el efecto de confinamiento, el efecto sobre la fluencia, y el entorpecimiento de la contracción y el hinchamiento aumentan con el grado de armado.

---

[27] El efecto del confinamiento en el hormigón sobre su resistencia, interpretado mediante las teorías clásicas de las fallas por resistencia, puede estudiarse en los libros de Hubert Rüsch, Hormigón armado y hormigón pretensado: propiedades de los materiales y procedimientos de cálculo (Compañía Editorial Continental, Barcelona, 1975) y Hormigón armado y hormigón pretensado: consideraciones de la fluencia de la retracción plástica y de la retracción de fraguado sobre el comportamiento de las estructuras sometidas a esfuerzos (Compañía Editorial Continental, Mexico,1982). En particular, puede resultar de interés el artículo de K. Kupfer, H. Hilsdorf y H. Rüsch, Behavior of Concrete under Biaxial Stresses, en el Journal of the American Concrete Institute, agosto de 1969. Una aplicación de la mecánica de la fractura a la resistencia de los hormigones sometidos a sistemas de esfuerzos mecánicos se puede hallar en el capítulo 13 (Avances en la mecánica del hormigón) del libro de P. Kumar Mehta y P. Monteiro, Concrete: Microstructure, Properties, and Materials, McGraw Hill, New Yok, 2013.

[28] El efecto de confinamiento sobre la resistencia de los materiales frágiles se puede estudiar en los libros de J. C. Jaeger Elasticity, Fracture and Flow with Engineering and Geological Application (Chapman and Hall, Londres, 1969) y de J. C. Jaeger, N. G. W. Cook y R. W. Zimmerman, Fundamentals of Rock Mechanics (Blackwell, Londres, 2007).

En un miembro de hormigón armado sometido a compresión la armadura toma parte de la carga disminuyendo el esfuerzo de compresión en el hormigón.
Si se produce una descarga súbita, la deformación remanente en el hormigón impide el restablecimiento de la longitud de la armadura previa a la carga. La armadura queda comprimida y el hormigón traccionado, por lo cual se pueden formar fisuras.
Las pérdidas de adherencia de las armaduras, producidas por cargas excesivas, genera en el hormigón adyacente un patrón de ruptura característico.

Las armaduras se recubren de hormigón de espesor y características adecuadas para impedir (material con un pH alcalino superior a 10) o al menos retardar lo suficiente los procesos de corrosión de las armaduras.
La ubicación de las armaduras y la medición del espesor de su recubrimiento, así como la comprobación de sus diámetros, a menudo se puede llevar a cabo mediante métodos no destructivos que serán considerados posteriormente.
Cuando el recubrimiento de hormigón o su calidad son insuficientes, las armaduras sufren procesos de corrosión.
Antes de que se puedan observar signos de corrosión en la superficie del hormigón, se generan campos de corrientes eléctricas conducidas por iones.
Los potenciales eléctricos asociados se manifiestan en la superficie del material.
Mediante electrodos apropiados se pueden determinar líneas equipotenciales en la superficie, a partir de las cuales se pueden hacer inferencias, mediante un método no destructivo, acerca de los procesos de corrosión.
La capacidad de un recubrimiento de hormigón para aislar las armaduras (y el interior del material) de los efectos de ambientes agresivos se puede estimar, también en forma no destructiva, midiendo la absorción inicial de agua por succión capilar.

Para finalizar esta sección del informe, algunos comentarios sobre terminología.
Hormigón en masa se refiere, por lo general, al hormigón que no está armado.
Hormigón armado se refiere al hormigón cuyas armaduras son pasivas, es decir no están tensadas (por pre o post tensado). Se pueden presentar como barras corrugadas, mallas o celosías electrosoldadas.
Hormigón pretensado se refiere al hormigón cuyas armaduras son activas, es decir están tensadas por procesos de pre o post tensado. [29]

---

[29] En el hormigón pretensado las armaduras son cables metálicos tensados antes del llenado del material. Cuando el hormigón haya fraguado, los cables son destensados para transferir esfuerzos de compresión al hormigón. En el hormigón postensado los cables son ubicados en ductos y tensados después de que el material se endurece. Se deben mantener tensados y anclados durante toda la vida útil del elemento estructural. Al igual que los cables de pretensado transmiten esfuerzos de compresión que se oponen a los esfuerzos de tracción producidos por las cargas de servicio en la estructura. A diferencia del proceso de pretensado del hormigón, en el proceso de postensado se hace uso de conductos huecos para contener los cables metálicos en la masa endurecida del hormigón, empleando sistemas de anclaje permanente.
Como la fabricación de hormigón postensado requiere un hormigón de mayor resistencia a la compresión que el que se puede emplear para fabricar hormigón pretensado, por lo general el producto final del postensado es generalmente un hormigón de mayor resistencia mecánica que el hormigón pretensado.
En general el hormigón pretensado se utiliza elementos estructurales como losas, cimentaciones y pilotes. El hormigón postensado se emplea en estructuras completas, como puentes. V. Yepes, Los sistemas de pretensado en las estructuras de hormigón, Curso de fabricación y puesta en obra de hormigón, UPV, 2024.

Una vez puestas en servicio, las armaduras activas alteran los esfuerzos en las regiones de tracción y compresión que se producirían si esas armaduras no estuvieran allí. [30]
En general las fuerzas de pretensado propenden a que el hormigón de los elementos estructurales trabaje a compresión y no a tracción.

1.7 Aspectos dinámicos en el diseño y el ensayo de estructuras de hormigón

En relación con los estados límite últimos por resistencia, para el diseño de una estructura se consideran las fuerzas (axiales y de cizalla) y los momentos internos que actúan sobre los componentes de la estructura (columnas, vigas, losas, conexiones entre ellos) debidos a la totalidad de las cargas (propias e impuestas).
En relación con los estados límite de servicio se consideran las deformaciones de los componentes de la estructura y en particular en las estructuras de hormigón, las modificaciones asociadas que pueden influir sobre la durabilidad.
En ambos casos, para simplificar el proceso, para el análisis estructural se suele pone énfasis en un análisis estático de fuerzas y deformaciones.
Incluso, a veces, como una primera aproximación, las cargas dinámicas impuestas por los vientos se sustituyen por una carga estática que se supone se puede tratar, dentro de ciertos límites, como carga equivalente. [31]
Como el comportamiento dinámico de una estructura puede incluir la posibilidad de resonancias y de la aceleración de los procesos de fatiga en los materiales, al analizar tanto los estados últimos de servicio como los estados últimos de resistencia, en principio los aspectos dinámicos deberían tenerse en cuenta, aun cuando luego se decida que pueden ser ignorarlos.
Además, los ensayos mediante vibraciones de estructuras existentes permiten obtener información sobre sus propiedades mecánicas y sus modificaciones.
Los ensayos sobre modelos físicos a escala permiten obtener información útil para el diseño, incluyendo datos utilizables en modelos numéricos de cálculo.
Las vibraciones mecánicas resultan de la propagación, reflexión, refracción, difracción, difusión, superposición, interferencia y refuerzo de ondas mecánicas en el interior de un sólido. En al capítulo próximo se revisan estos y otros aspectos de la propagación de ondas mecánicas de interés para los ensayos no destructivos de hormigones.

---

[30] Sobre las armaduras y su interacción con el hormigón pueden consultarse los libros de Jiménez Montoya, García Meseguer y Morán Cabré, Hormigón Armado, Gustavo Gili, Barcelona, 1994, y de Rüsch Hormigón armado y hormigón pretensado: propiedades de los materiales y procedimientos de cálculo (Compañía Editorial Continental, Barcelona, 1975) y Hormigón armado y hormigón pretensado: consideraciones de la fluencia de la retracción plástica y de la retracción de fraguado sobre el comportamiento de las estructuras sometidas a esfuerzos (Compañía Editorial Continental, Mexico,1982). En la última edición del libro de Jiménez Montoya se pueden hallar los modelos matemáticos, que se utilizan actualmente en la práctica del diseño de estructuras, para describir los comportamientos del hormigón y el acero de refuerzo, las hipótesis para cálculo estructural y sus ámbitos de aplicabilidad. Un tratamiento conciso de las deformaciones en el hormigón armado se encuentra en el libro de H. Rusch, D. Jungwirth y H. Hilsdorf, Creep and Shrinkage: Their Effect on the Behavior of Concrete Structures, Springer-Verlag, New York, 1983.

[31] R. Hibbeler, Structural Analysis, Pearson, Harlow, U.K., 2020.

2. Revisión de algunos aspectos de las vibraciones y la propagación de ondas mecánicas en sólidos

Consideremos, para comenzar, la propagación de una perturbación mecánica local en un cuerpo sólido.
La perturbación puede originarse en la superficie del cuerpo, debido a la acción de un transductor piezoeléctrico emisor de ultrasonidos, de un impacto de otro cuerpo (por ejemplo, una bola de acero o un martillo) o del comienzo de la acción de un vibrador electromecánico.
La perturbación mecánica también podría originarse en el interior del cuerpo, en una fisura que crece y radia ondas mecánicas: es la denominada emisión acústica.
Utilizaremos, como es usual en los temas de END por ondas mecánicas, un modelo de medio continuo.
La combinación de deformabilidad e inercia en cada parte del medio continuo hace que la perturbación se propague con velocidad finita, desde donde se originó hacia las zonas vecinas y de éstas a las que les son adyacentes, más lejanas de la fuente.
Esta velocidad de propagación se puede expresar como la raíz cuadrada del cociente entre un parámetro de rigidez local y un parámetro de inercia local. Si la deformabilidad desapareciera (la rigidez se haría infinita) o si la inercia se desvaneciera, la velocidad de propagación se haría infinita y como consecuencia la propagación de una perturbación sería instantánea.
El cambio del estado mecánico local asociada a una perturbación (pulso) propagada es lo que se denomina onda mecánica. Consiste en una variación de la energía cinética y de la energía potencial local, que, a través del movimiento oscilatorio de las partículas del medio, viaja de una partícula a otra acompañando la propagación de la onda mecánica.

Si los materiales se pueden describir mediante un modelo de sólido lineal elástico, homogéneo e isótropo, para analizar la posible reflexión y la transmisión de la energía de un pulso en una interfaz entre dos medios, se introducen las *impedancias características* $Z = \rho\, c$ de los medios. En esta expresión ρ es la densidad del material y c es la velocidad de propagación de las ondas en el medio. Distintos tipos de onda se pueden propagan con diferentes velocidades en el mismo material.
Cuando las impedancias características son iguales, la totalidad de la energía pasará de un medio al otro. Si son diferentes, parte de la energía será reflejada en la interfaz retornando al medio del cual proviene. Más adelante volveremos sobre este fenómeno.
Supongamos que la perturbación original (la excitación del medio) se produce en un punto del interior del cuerpo, comienza en el instante $t = 0$ y su intensidad $f(t)$ sufre variaciones significativas en una escala de tiempo de extensión t_e .
Ubicamos el origen de coordenadas en ese punto interior donde se localiza la excitación.
Cuando la perturbación mecánica propagada *llega por primera vez* a un punto del sólido, por lo general lo hace *provocando un aumento brusco en la aceleración local* de la partícula del medio continuo allí situada: se denomina un *frente de onda de aceleración*.
Si la velocidad de propagación c es constante en todos los puntos del cuerpo, el frente de la onda alcanzará un punto cuya distancia del origen es r en el instante $t_f = \frac{r}{c}$.
Si l es la distancia máxima entre el punto donde se produce la excitación y un punto de la frontera del cuerpo, luego de un intervalo de tiempo de duración $t_p = \frac{l}{c}$ la totalidad

del cuerpo habrá sido perturbado: t_p se puede considerar como un valor característico de la extensión del intervalo de tiempo de propagación de la perturbación a través del cuerpo considerado.
Si t_e y t_p son del mismo orden de magnitud la propagación de la onda mecánica debida a la excitación debe tenerse en cuenta. Inercia y deformabilidad se combinan en el marco de una teoría elastodinámica.
Pero si t_e es de orden numérico mucho mayor que t_p la descripción del efecto de la excitación se puede hacer en forma cuasi estática: los efectos de la inercia del medio se pueden ignorar.
Ahora es suficiente tener en cuenta la carga producida por la excitación (la carga mecánica puntual) junto con las condiciones en la frontera del cuerpo y las relaciones fenomenológicas entre deformaciones y esfuerzos, como se hace en resistencia de materiales o en teoría estática de la elasticidad, para determinar los estados de deformación y los estados de esfuerzos en cada punto del cuerpo.
En particular la descripción cuasi estática se aplica al ensayo por compresión con determinación simultánea de la deformación por acortamiento de la probeta.
Una vez que la excitación cesa, los procesos de disipación de energía mecánica conducen a la desaparición progresiva de las ondas. Si no hubiera disipación, y si el cuerpo se comportara como un sistema aislado, las ondas reverberarían indefinidamente, reflejándose en la frontera del cuerpo una y otra vez, interfiriendo entre sí y finalmente generando patrones de vibración característicos de las propiedades mecánicas y de la geometría del sólido deformable. [32]

2.1 Revisión de algunos aspectos de la propagación de ondas en sólidos

En una primera aproximación, la propagación de los pulsos se puede analizar empleando un modelo de sólido *lineal elástico o viscoelástico*, homogéneo e isótropo.
En ese caso una fuente acústica ubicada en el interior del sólido produce dos tipos de ondas: las ondas P (primarias o longitudinales) y las ondas S (secundarias o transversales). Estos tipos de ondas se denominan también modos de propagación P y S.
El frente de onda de aceleración asociado con las ondas P viaja más rápido que el frente de onda de aceleración asociado con las ondas S. La dirección de desplazamiento de las partículas alcanzadas por el frente de aceleración P (su polarización) es longitudinal, paralela a la dirección de propagación, y la rotación local del medio es nula (desplazamiento irrotacional).
El movimiento asociado con la llegada del frente de onda de aceleración de las ondas S posee polarización perpendicular a la dirección de propagación y la dilatación cúbica local del medio es nula (desplazamiento solenoidal).

El movimiento ondulatorio del medio continuo detrás de un frente de ondas P es siempre irrotacional y el que se ubica detrás de un frente de ondas S es siempre solenoidal, pero

[32] En el libro de José Ruzzante, Ondas Elásticas en Sólidos. Física de la propagación de las ondas elásticas y algunas aplicaciones, Buenos Aires, 2020, se puede hallar un tratamiento completo y actualizado de los temas más importantes de propagación de ondas mecánicas en sólidos. En el libro de Karl-Jórg Langenberg, René Marklein, and Klaus Mayer, Ultrasonic Nondestructive Testing of Materials, Theoretical Foundations, CRC, Boca Raton, 2012, se puede hallar un tratamiento físico-matemático avanzado de la propagación de ondas ultrasónicas orientado hacia los ensayos no destrucivos.

las características de polarización una vez pasado el frente de ondas puede no presentar las mismas características de polarización que las adoptadas por el frente de aceleración correspondiente (P o S).

No obstante, en medios continuos sólidos, elásticos, homogéneos e isótropos, ciertas formas de onda cuyas superficies de fase constante son planas, esféricas o cilíndricas, se caracterizan porque sus campos de desplazamiento presentan polarización paralela a la dirección de propagación en el caso de ondas P, y perpendicular a esa dirección en el caso de las ondas S. Las Figuras 2.1 (a) y 2.1 (b) muestra la propagación y la polarización para *ondas armónicas planas*, P y S respectivamente. λ representa la longitud de onda.

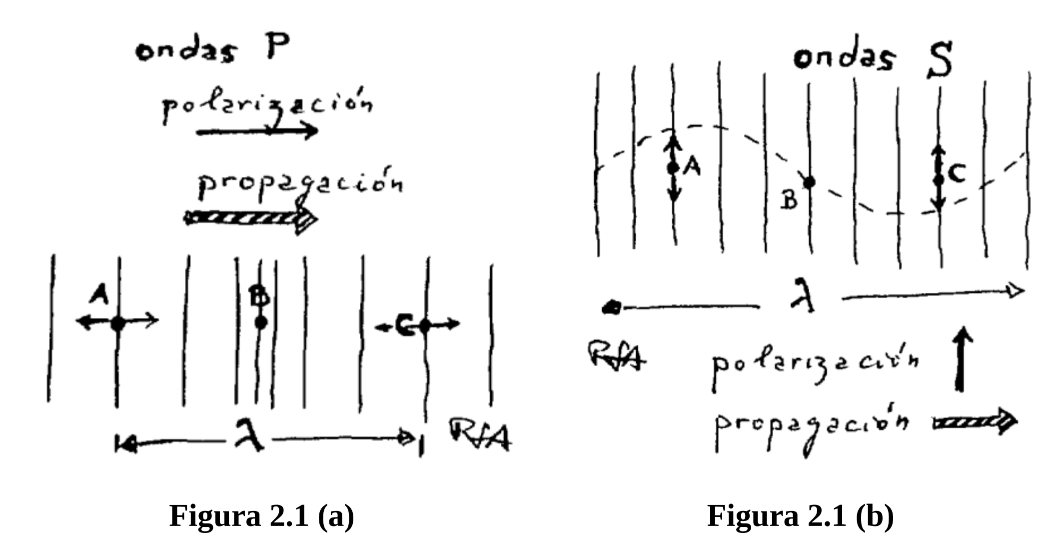


Figura 2.1 (a) **Figura 2.1 (b)**

En un instante dado, descompongamos un pulso, que se propaga en un sólido lineal elástico, homogéneo e isótropo, en sus diversos componentes armónicos, de frecuencias $f = \frac{\omega}{2\pi}$ y longitudes de onda λ. Recordemos que la velocidad de fase c_f de una onda armónica viene dada por $c_f = \lambda\, f$.

Recordemos también que un componente de una onda armónica plana, que se propaga (en un sólido lineal elástico, homogéneo e isótropo) a lo largo de un eje, se puede representar así: $A(\omega)\, cos(\omega\, t - k\, x + \varphi(\omega))$ [1a]

donde $A(\omega)$ es la amplitud y $k = \frac{\omega}{c_f} = \frac{2\pi}{\lambda}$ es el número de ondas.

En el caso de una onda esférica se tiene: $\frac{A(\omega)}{r}\, cos\big(\omega\, t - k\, r + \varphi(\omega)\big)$ [1b]

donde r es la distancia radial y los demás símbolos son iguales al caso de la onda plana, excepto que la amplitud $\frac{A(\omega)}{r}$ disminuye como $\frac{1}{r}$ al aumentar la distancia.

En el caso de una onda cilíndrica, *a partir de una cierta distancia del origen*, el campo ondulatorio se puede aproximar mediante $\frac{A(\omega)}{\sqrt{r}}\, cos\big(\omega\, t - k\, r + \varphi(\omega)\big)$ [1c]

La amplitud disminuye como $\frac{1}{\sqrt{r}}$ al aumentar la distancia, más lentamente que para una onda esférica. Esta disminución de la amplitud de la onda con la distancia se denomina *atenuación geométrica*. En el capítulo 6 volveremos sobre las soluciones para ondas cilíndricas, que involucran funciones de Bessel de tercera especie (de Hankel).

Las fases correspondientes $\phi(t,x)$ y $\phi(t,r)$ vienen dadas por las expresiones:

$\phi(t,x) = (\omega\, t - k\, x + \varphi(\omega))$ [2 a] $\phi(t,r) = (\omega\, t - k\, r + \varphi(\omega))$ [2 b]

El desplazamiento correspondiente a una onda armónica plana longitudinal se puede representar vectorialmente mediante $A(\omega)\, cos(\omega\, t - k\, x + \varphi(\omega))\, \vec{e}_x$ siendo $\vec{e}_x$ el vector unitario en la dirección y el sentido de la propagación.
En este caso $k_P = \frac{\omega}{c_{f,P}}$ siendo $c_{f,P} = c_L$ la velocidad de fase de las ondas longitudinales.
El desplazamiento correspondiente a una onda armónica plana transversal se puede representar vectorialmente mediante $A(\omega)\, cos(\omega\, t - k\, x + \varphi(\omega))\vec{e}_y$ siendo $\vec{e}_y$ un vector unitario ortogonal a $\vec{e}_x$ y $k_S = \frac{\omega}{c_{f,S}}$ donde $c_{f,S} = c_T$ es la velocidad de fase de las ondas transversales.

Si el material se puede describir mediante un modelo de sólido lineal elástico, homogéneo e isótropo, para analizar la reflexión y la transmisión de la energía de las ondas en una interfaz plana entre dos medios, se introducen las *impedancias características* $Z_L = \rho\, c_L$ para las ondas P y $Z_T = \rho\, c_T$ para las ondas S. Por definición $c_L = c_{f,P}$ y $c_T = c_{f,S}$ son las velocidades de propagación de las ondas longitudinales y transversales, respectivamente, en un medio no acotado.
Supongamos que una onda armónica plana incide perpendicular a una interfaz que separa el medio 1 del medio 2. El coeficiente de reflexión R_A definido como cociente entre la amplitud de desplazamiento reflejada y la amplitud incidente se expresa en términos de las impedancias mecánicas Z_1 y Z_2 para el tipo de onda (P o S): $R_A = \frac{(Z_1 - Z_2)}{(Z_1 + Z_2)}$
El coeficiente de transmisión T_A definido como cociente entre la amplitud transmitida y la amplitud incidente Γ_t resulta: $T_A = \frac{2Z_1}{(Z_1 + Z_2)}$
Definidos como cocientes de intensidades los coeficientes de reflexión y de transmisión son, respectivamente: $R_I = \frac{(Z_1 - Z_2)^2}{(Z_1 + Z_2)^2}$ [3a] $T_I = \frac{4\, Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2}$ [3b]
En la Tabla 1 se pueden hallar las impedancias mecánicas de materiales de interés en relación con el ensayo de hormigones mediante ondas mecánicas.

Tabla 1

Material	Impedancia mecánica en kg/m^2 s
Aire	0.4
Agua	0.5×10^6
Suelo	0.3 a 4×10^6
Hormigón	7 a 10×10^6
Acero	47×10^6

Si una onda de esfuerzo incide sobre una interfaz hormigón-aire proveniente del hormigón (medio 1), de la Tabla1 se desprende que el coeficiente de reflexión para la amplitud del esfuerzo $R_\sigma = \frac{(Z_2 - Z_1)}{(Z_1 + Z_2)}$ es negativo y prácticamente igual a -1. Si una onda mecánica incide en una interfaz entre hormigón y acero, el coeficiente de reflexión R_σ es positivo. Cuando R_σ es negativo una onda P que llega como un esfuerzo de compresión se refleja como un esfuerzo de tracción, y si R_σ es positivo no hay cambios en el signo del esfuerzo de una onda P que llega a la interfaz.

Supongamos ahora que tenemos dos interfases planas y paralelas que separan dos medios semi infinitos de un tercer medio que forma una placa infinita de espesor L .
Los medios poseen impedancias mecánicas $Z_1 = \rho_1 c_1$ y $Z_2 = \rho_2 c_2$
La placa posee una impedancia mecánica $Z = \rho\ c$. En este caso c_0 y c son velocidades de fase.
Cuando una onda armónica plana de frecuencia angular ω incide perpendicular a la primera interfaz, en general se refleja y se refracta en parte.
La parte refractada incide sobre la segunda interfaz y se refleja y refracta en parte.
La onda reflejada en la segunda interfaz se refleja y refracta en parte en la primera interfaz, y así sucesivamente.
El coeficiente de transmisión T_I de la intensidad de la onda armónica, en régimen, viene dado por:

$$T_I(\omega) = \frac{4Z_1Z_2}{(Z_1+Z_2)^2\ cos^2(k\ L) + \left(Z+\frac{Z_1Z_2}{Z}\right)^2 sen^2(k\ L)} \qquad [3\ c]$$

En esta expresión aparece la impedancia Z y el número de ondas $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$ en la placa, y las impedancias acústicas del primer y del tercer medio.
Cuando $k\ L = n\ \pi$ con $n = 1,2,3, \ldots$ el coeficiente de transmisión $T_I(\omega)$ es igual a $\frac{4Z_1Z_2}{(Z_1+Z_2)^2}$ y la onda armónica atraviesa la placa en régimen como si la placa no estuviera allí. Cuando $k\ L$ es pequeño respecto de 1 o en forma equivalente, cuando $\frac{\lambda}{L}$ es grande respecto de 1, y la diferencia de impedancias entre la placa y los medios adyacentes no es demasiado grande, entonces [3 c] se reduce a [3 b]. Por otra parte, cuando $k\ L = (2n-1)\frac{\pi}{2}$ con $n = 1,2,3, \ldots$ [3 c] se reduce a $T_I(\omega) = \frac{4Z_1Z_2}{\left(Z+\frac{Z_1Z_2}{Z}\right)^2}$
Si $Z = \sqrt{Z_1Z_2}$ el coeficiente de transmisión de la intensidad resulta, nuevamente, igual a 1.

La Figura 2.2 muestra dos fisuras en proceso de crecimiento, una situada completamente en el interior y la otra con apertura en la superficie de un sólido. Esta última emite ondas mecánicas (emisión acústica), en forma de pulsos, desde su extremo distal a la superficie del cuerpo, mientras que la fisura interna emite pulsos desde uno de sus extremos.

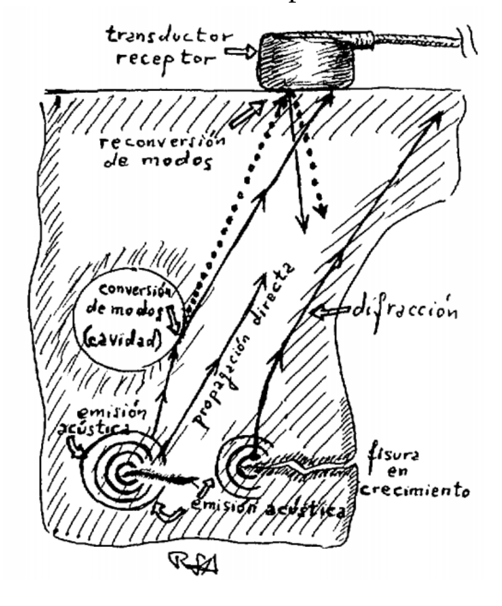


Figura 2.2

Las líneas de trazo continuo son rayos, perpendiculares a las superficies de fase constante de las ondas P y las líneas de trazo puntuado son rayos, perpendiculares a las superficies de fase constante de las ondas S. La figura muestra la propagación directa de un rayo P que parte del extremo izquierdo de la fisura interior al cuerpo.
También en el interior del sólido aparece una cavidad esférica en cuya superficie se refleja el rayo P originando dos rayos reflejados, P y S. La transformación de parte de la energía del modo de propagación P en la energía de un modo de propagación S (o viceversa) se denomina conversión de modos. La figura 2.2 muestra un caso de reconversión de modos cuando el rayo S, originado a partir del P, se convierte a su vez, parcialmente, en un nuevo rayo P.
En un medio homogéneo, en ausencia de interfases con otros medios o en ausencia de superficies frontera, la propagación de las ondas P y S se puede describir por separado. Cuando un tren de ondas alcanza una interfaz o una frontera donde las propiedades mecánicas (densidades y módulos de elasticidad) son discontinuas, los dos tipos de movimiento (irrotacional y solenoidal) se acoplan en estos accidentes físico-geométricos: una onda incidente de un tipo origina (por lo general) ondas reflejadas y refractadas de ambos tipos P y S. Se produce *conversión de modos*.

Si una onda armónica P o S incide paralela a la normal a una interfaz, el balance entre los desplazamientos y los esfuerzos a uno y otro lado de la interfaz se produce sin la aparición de una onda del otro tipo. Si la incidencia no es normal, por lo general el balance requiere la aparición de ondas armónicas reflejadas del mismo tipo y del otro tipo, de la misma frecuencia que la onda incidente, en el medio del cual provienen las ondas y ondas armónicas refractadas, del mismo tipo y del otro tipo, de la misma frecuencia que la onda incidente, en el otro medio.
Además, si la dirección de propagación de la onda incidente forma un ángulo no nulo con la normal a la interfaz, es necesario añadir una nueva restricción para asegurar la continuidad del movimiento paralelo a la interfaz: la proyección de la velocidad de fase sobre la interfaz de las ondas reflejadas y transmitidas (refractadas) debe ser la misma (ley de Snell).
Si una onda armónica P incide con un ángulo $\alpha_{i,P}$ sobre una interfaz plana que separa un medio 1 de un medio 2, proviniendo del medio 1, en general se refleja hacia el medio 1 una onda armónica P con ángulo de reflexión $\alpha_{r,P}$ y una onda armónica S con ángulo de reflexión $\alpha_{r,S}$, y se transmiten al medio 2 una onda armónica P con un ángulo de refracción $\alpha_{t,P}$ y una onda armónica S con ángulo de refracción $\alpha_{t,S}$.
Si las velocidades de fase de las ondas P en uno y otro medio son $c_{f,P,1}$ y $c_{f,P,2}$ mientras que las velocidades de fase de las ondas S son $c_{f,S,1}$ y $c_{f,S,2}$ se tiene la expresión de la ley de Snell:

$$\frac{sen\alpha_{i,P}}{c_{f,P,1}} = \frac{sen\alpha_{r,P}}{c_{f,P,1}} = \frac{sen\alpha_{r,S}}{c_{f,S,1}} = \frac{sen\alpha_{t,P}}{c_{f,P,2}} = \frac{sen\alpha_{t,S}}{c_{f,S,2}} \quad [4]$$

Para interpretar estas ecuaciones se tiene en cuenta que en cualquier medio $c_{f,P}$ es siempre mayor que $c_{f,S}$.

Si E es el módulo de Young y ν es el módulo de Poisson del material $(0 < \nu < 0.5)$:

$$c_{f,P} = c_L = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho\,(1+\nu)(1-2\nu)}} \quad [5a] \qquad c_{f,S} = c_T = \sqrt{\frac{E}{2\,\rho\,(1+\nu)}} = \sqrt{\frac{1-2\nu}{2\,(1-\nu)}}\; c_{f,P} \quad [5b]$$

A medida que el módulo de Poisson aumenta desde cero el factor $\sqrt{\frac{1-2\nu}{2\,(1-\nu)}}$ disminuye monótonamente desde 0.7 hasta aproximarse a 0 cuando ν se aproxima a 0.5.

Finalmente, la Figura 2.2 muestra el cambio de dirección de un rayo P emitido por el extremo de la fisura que se abre al exterior del cuerpo.
En este caso en el cual es medio continuo es homogéneo, la curvatura del rayo se debe a un fenómeno de *difracción de ondas* que aparece cuando el movimiento ondulatorio ocurre en las proximidades de una frontera curva, como la que aparece del lado derecho del cuerpo, o bien un tren de ondas incide sobre una irregularidad del medio, como una inclusión, una cavidad o una fisura.

Como consecuencia de la conversión de modos, en presencia de interfaces o fronteras aparecen ondas cuya actividad se restringe a las proximidades de las interfaces (sólido-sólido o sólido-líquido) o bien a las adyacencias de una superficie sólido-vacío (como idealización de una frontera sólido-gas).
En condiciones adecuadas, en un medio elástico, homogéneo, isótropo y semi infinito, estas formas de movimiento se pueden propagar en forma independiente y autosostenida, a lo largo de una frontera como ondas R (de Rayleigh, Figura 2.3) o a lo largo de una interfaz entre dos medios sólidos como ondas de Stoneley (Figuras 2.4 (a) y 2.4 (b)).

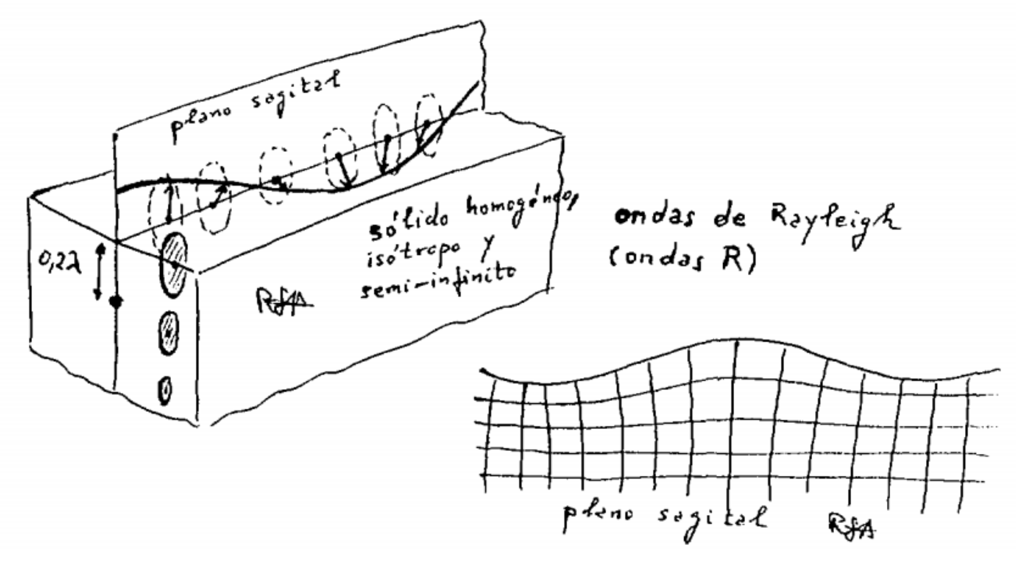


Figura 2.3

La parte izquierda de la Figura 2.3 sugiere que durante la propagación de las ondas R las partículas del medio continuo ejecutan un movimiento elíptico con eje mayor contenido en el plano sagital y con dimensiones decrecientes a medida que aumenta la distancia a la frontera.

La velocidad c_R de las ondas de Raleigh resulta un poco menor que la velocidad $c_{f,S}$ de las ondas transversales en el material. Se las puede relacionar mediante la siguiente fórmula, aproximada al 0.03 %:

$$c_R \cong (0.8774032 + 0.200396\,\nu - 0.0756704\,\nu^2)\,c_{f,S} \qquad [6]$$

La Figura 2.4 (a) muestra una interfaz plana entre dos sólidos, junto con los ejes cartesianos x_1 a lo largo de la interfaz y x_3 perpendicular a la misma.

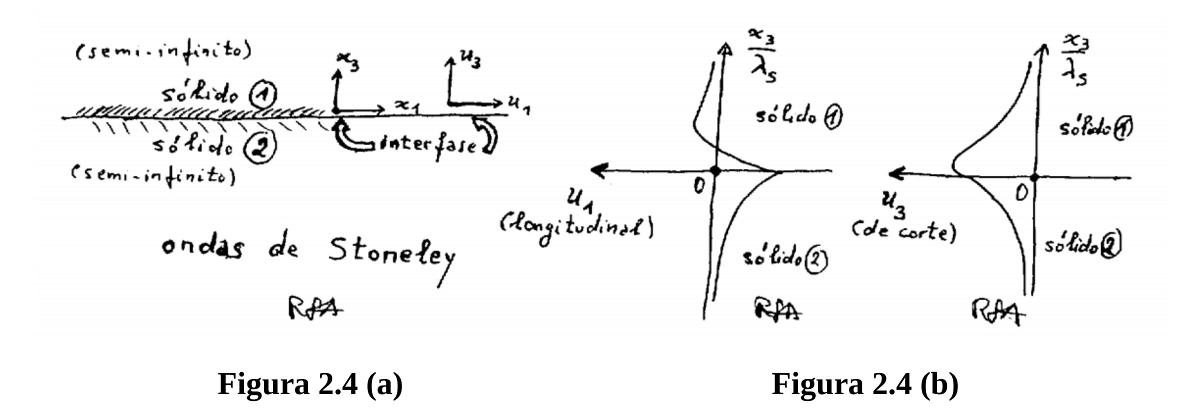


Figura 2.4 (a) **Figura 2.4 (b)**

El desplazamiento en dirección de x_1 (longitudinal, en la dirección de propagación) se representa mediante u_1, mientras que el desplazamiento (transversal, de corte) en dirección de x_3 se representa mediante u_3.
El desplazamiento en dirección del eje x_2 es siempre nulo. La figura 2.4 (b) sugiere cómo se comportan los desplazamientos longitudinal y transversal en función del número a dimensional que se obtiene dividiendo la coordenada x_3 del punto considerado por la longitud de onda de Stoneley λ_s.

Cuando una onda de un cierto tipo viaja por un sólido e incide sobre la interfaz entre ese sólido y otro sólido en el cual este tipo de ondas viaja con mayor velocidad, a partir de un ángulo de incidencia umbral se produce el fenómeno de reflexión total.
Este fenómeno junto con la reflexión de la onda en una frontera entre el cuerpo y el vacío explica el atrapamiento de ondas S por reflexión múltiple en un estrato de baja velocidad, dando origen a las ondas de Love que se muestran en la Figura 2.5.

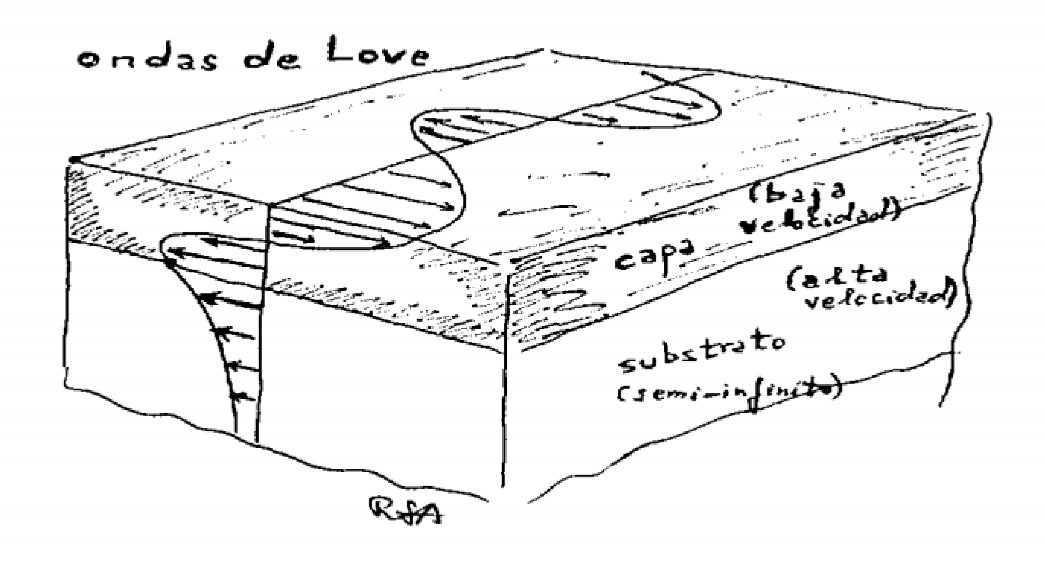


Figura 2.5

Las ondas S del tipo de las que se representan en la Figura 2.5, resultan del atrapamiento de un tipo de onda S denominado ondas SH. Este tipo de onda transversal se encuentra polarizada paralelamente al plano de la interfaz o de la frontera.
En un medio elástico, homogéneo e isótropo estas ondas no sufren conversión de modos, a diferencia de lo que acontece con las ondas P o con las denominadas ondas SV, ondas transversales cuya polarización se produce en un plano ortogonal a la interfaz o a la frontera.

En una placa infinita en el vacío se pueden generar ondas de Lamb simétricas o antisimétricas, como sugiere la Figura 2.6.
En esa figura se esbozan algunos desplazamientos para las ondas simétricas, de compresión-dilatación, y para las ondas antisimétricas, de flexión.

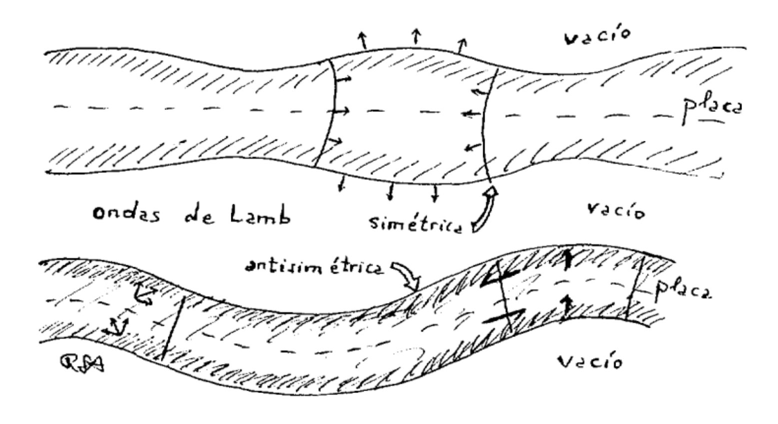


Figura 2.6

Las ondas como las de Love o las de Lamb, y en general las ondas que resultan de la propagación por reflexión múltiple en las fronteras o interfaces de un cuerpo, que se puede considerar como semi infinito en una (cilindro infinito) o en dos direcciones (placa infinita), se denominan *ondas canales*, y el cuerpo por el que se propagan, *canal de ondas*.
Las ondas R asociadas a una frontera con un vacío y las ondas de Stoneley asociadas a una interfaz entre dos sólidos, son *ondas guiadas*, al igual que las ondas canales.

Como las ondas armónicas de tipos P, S y R se propagan con velocidades de fase constantes, independiente de sus frecuencias, al recombinar esas ondas armónicas en un instante posterior los pulsos resultantes no cambian de forma.
Si se trata de ondas P o S planas, las amplitudes de las componentes armónicas se mantienen constantes porque suponemos que el medio no disipa la energía mecánica de las ondas.
Lo mismo ocurre para las ondas R, aunque ya no son planas.
Entonces el pulso recombinado posee la misma forma y las mismas dimensiones.

Si lo que se propaga son ondas armónicas esféricas (provenientes de una fuente puntual) o cilíndricas (provenientes de una fuente lineal), las amplitudes de las componentes armónicas disminuyen con la distancia a la fuente, pero con independencia de sus frecuencias. Al recombinar las ondas luego de un cierto intervalo de tiempo, el pulso resultante mantiene su forma, pero no sus dimensiones. Se produce la denominada *atenuación geométrica*.

Mientras que en el caso de las ondas guiadas hay una *dimensión característica* del medio (el espesor de una placa infinita o el radio de un cilindro infinito) [33] en el caso de las ondas P y S que se propagan en un espacio no acotado o las ondas R que se propagan en un semiespacio no acotado, esa dimensión característica no existe.
Cuando un frente de onda alcanza una determinada sección transversal de un canal de ondas, estas rebotan una y otra vez en las paredes e interfieren en forma constructiva y destructiva. Así se establece un *patrón de vibración estacionaria* bien definido, que se combina con la propagación a lo largo del eje del canal de ondas, constituyendo un *modo de propagación* para las ondas canales.
La propagación en un determinado modo es posible si las frecuencias de las ondas superan un valor umbral característico de ese modo.
La velocidad de fase de las ondas canales armónicas que se propagan en un modo de propagación depende de su frecuencia.
La forma de un pulso compuesto por una combinación de esas ondas se modifica durante su propagación: se produce el fenómeno conocido como *dispersión geométrica*.
La dispersión geométrica en las ondas guiadas se relaciona entonces con la existencia de al menos una dimensión característica del medio en el cual se propagan las ondas y con el denominado *principio de estacionariedad transversal* (el establecimiento de un patrón de vibración estacionaria transversal a la dirección de propagación).

Si hay fenómenos disipativos en el interior del cuerpo, la velocidad de fase de las ondas armónicas depende de la frecuencia (aparece una *dispersión física*), y las amplitudes de todo tipo de onda armónica disminuyen en el sentido de la propagación.
La atenuación de las amplitudes se puede aproximar mediante un factor exponencial:

$$exp[-\alpha_a(\omega)\, x] \quad [7]$$

$\alpha_a(\omega)$ es un *coeficiente de disipación* y x es la distancia recorrida por la onda a partir de un origen.
La dispersión física se asocia con la respuesta elástica diferida del material. El estado de esfuerzos ya no varía al unísono con el estado de deformaciones. Este desfasaje genera ciclos de histéresis que corresponden a la disipación de energía mecánica por el material.
Si $\mathcal{E}$ representa la energía mecánica local al inicio de un ciclo y $\Delta\,\mathcal{E}$ representa la energía mecánica local perdida en este ciclo de oscilación, se define un *factor de calidad*:

$$Q = \frac{2\pi\,\mathcal{E}}{\Delta\,\mathcal{E}} \quad [8]$$

Para un metal $Q \approx 1000$ mientras que para hormigones $Q \approx 100$
Si c es una medida representativa de las velocidades de propagación, *el coeficiente de disipación* se puede aproximar así: [34]

$$\alpha_a(\omega) \cong \frac{\omega}{2\,c\,Q} \quad [9]$$

En presencia de dispersión (sea cual sea su o sus mecanismos), para describir la propagación de la envolvente del grupo de ondas componentes del pulso se introduce el concepto de *velocidad de grupo*.

[33] O dos longitudes características en una guía de sección rectangular o de sección elíptica.

[34] M. Ohtsu, The history and development of acoustic emission in concrete engineering, Magazine of Concrete Research, **48** (177): 321-330,1996.

Esta última es la que más interesa para la interpretación de los resultados obtenidos en los END de hormigones mediante ultrasonidos, ondas mecánicas producidas por impactos y emisión acústica.
Para un tren de ondas de banda estrecha centrada en una frecuencia ω_0 la velocidad de grupo c_g se puede aproximar por: [35]

$$c_g(\omega_0) = \frac{\partial \omega}{\partial k} (\omega_0) \qquad [10]$$

Las ondas P, S y R en un medio que solo presenta respuesta elástica instantánea, no presentan dispersión geométrica debido a que, como el medio a través del cual se propagan no presenta longitud característica, sus velocidades de fase no dependen de la frecuencia. En este caso la velocidad de grupo y la velocidad de fase son siempre iguales.

Si al propagarse ondas mecánicas P, S o R en un medio homogéneo, alcanzan una irregularidad (inclusión con propiedades mecánicas diferentes a las del medio que la incluye, una cavidad o una fisura) las ondas sufren procesos de reflexión y difracción. Los campos de deformaciones y de esfuerzos asociados a las ondas se difunden y viajan en otras direcciones.
En un medio con numerosas irregularidades, como el hormigón, las ondas difundidas se mueven hasta encontrar una nueva irregularidad para reflejarse y difractarse allí, sufrir un nuevo proceso de difusión y continuar con esta secuencia de procesos una y otra vez.
Esto produce una *atenuación por difusión* de la onda, cuando la variación de su amplitud se la considera en la dirección original de propagación.
La Figura 2.7 representa, en forma muy esquemática, procesos de difusión múltiple.

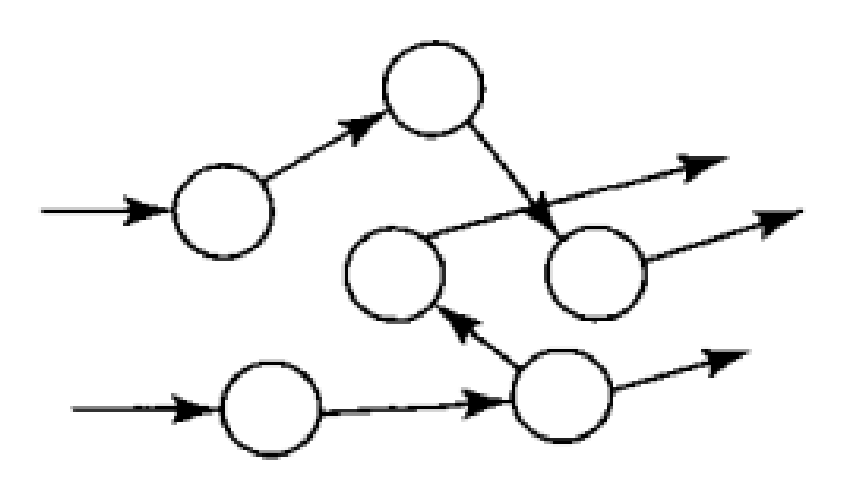


Figura 2.7

[35] Sobre velocidades de grupo y en general sobre los fundamentos de la propagación de ondas mecánicas se puede consultar el libro reciente, en dos tomos, debido a Daniel Royer y Tony Valier-Brasier: Elastic Waves in Solids 1 Propagation and Elastic Waves in Solids 2 Radiation, Scattering, Generation, ISTE y Wiley, London y New York, 2022. Un tratamiento muy completo orientado a la geofísica se puede hallar en el libro de W. Pilant, Elastic Waves in the Earth, Elsevier, Amsterdam, 1979.

Para una onda armónica, dependiendo del cociente $\frac{\lambda}{L_c}$ entre la longitud de onda y una dimensión característica L_c del objeto (por ejemplo, el radio de las esferas que aparecen en la Figura 2.7) se modifica el patrón espacial de la potencia difundida.
Cuando $\frac{\lambda}{L_c}$ es muy pequeño, la mayor parte de la energía difundida se refleja hacia atrás (retro difusión) con poca energía difractada en la dirección de propagación.
A medida que $\frac{\lambda}{L_c}$ aumenta, disminuye la proporción de energía retro difundida por interferencia de ondas y aumenta la proporción de energía en la dirección de propagación, como sugiere la Figura 2.8:

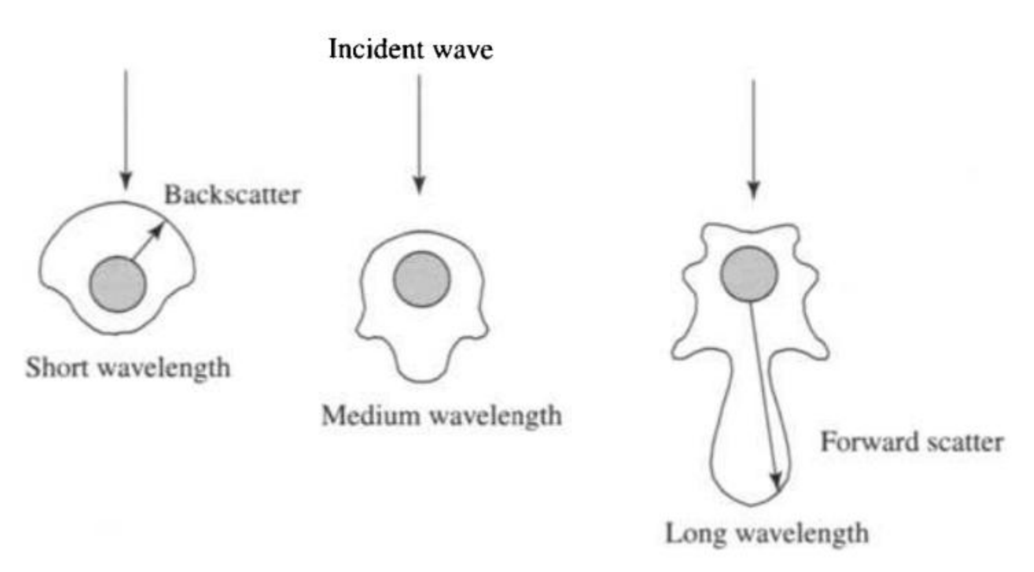


Figura 2.8 Adaptada del libro de Brian Lempriere, Ultrasound and Elastic Waves, Frequetly Asked Questions, Academic Press, Elsevier Science, San Diego (USA), 2002.

Como consecuencia de la difusión de la energía de la onda en un medio con múltiples centros difusores (como es el caso del hormigón), la amplitud de ésta disminuye en el sentido de la propagación.
Esa disminución de la amplitud se puede aproximar (al igual que en el caso de la atenuación debida a la disipación de la energía mecánica) mediante un factor exponencial:

$$exp[-\alpha_d(\omega)\, x] \quad [11]$$

Generalmente el *coeficiente de difusión* $\alpha_d(\omega)$ es una función positiva creciente de ω, que adopta una forma sigmoidea. La función $\alpha_d(\omega)$ tiende a cero cuando ω tiende a cero (por tanto, cuando λ tiende a infinito). Aumenta rápidamente con pendiente creciente cuando ω crece desde valores próximos a cero. Luego, a medida que ω continúa creciendo la pendiente de $\alpha_d(\omega)$ se estabiliza y comienza a disminuir a medida que $\alpha_d(\omega)$ tiende a un valor asintótico cuando ω tiende a infinito (por tanto, cuando λ tiende a cero).
En este comportamiento el cociente $\frac{\lambda}{L_c} = \frac{2\pi\, c_f}{\omega\, L_c}$ es fundamental. Para longitudes de onda mucho mayores que la dimensión característica L_c de los objetos difusores, la atenuación en la dirección de propagación, debida a la difusión por interacción de las ondas con esas irregularidades embebidas en el medio continuo, puede despreciarse.

Consideremos ahora un modelo de medio heterogéneo, compuesto por una matriz formada por un medio continuo homogéneo e isótropo, en la cual se encuentra distribuida una población de objetos difusores de diferentes tamaños, a los cuales se les puede asignar una dimensión característica máxima L_c .
Dada una onda armónica plana que se propaga en una dirección, el modelo de medio que mejor describe las mediciones de los parámetros de propagación de esa onda, cuando la frecuencia ω es pequeña respecto *de* $\frac{c_f}{L_c}$ *, no es la matriz sin irregularidades, sino un medio nuevo, homogeneizado,* cuya velocidad de fase para un tipo de onda (P o S) ya no coincide con la velocidad de fase $c_{f,m}$ de esas ondas en la matriz del medio continuo en la cual los objetos difusores se hallan embebidos.
Ahora las velocidades en el medio homogéneo equivalente, $c_{f,P}{}^*$ y $c_{f,S}{}^*$, dependen tanto de las propiedades mecánicas de la matriz y de su fracción de volumen en el material compuesto resultante (matriz más elementos embebidos), como de las propiedades mecánicas y geométricas de los objetos difusores (inclusiones sólidas, poros o fisuras) y de sus fracciones de volumen. [36]
Estas consideraciones se pueden aplicar, como se verá más adelante, a la propagación de ondas mecánicas (de una frecuencia dada) en los END de hormigones, teniendo en cuenta las escalas espaciales asociadas a los agregados finos, a los agregados gruesos, a las diferentes categorías de poros (incluyendo la fracción del total de poros llenos de agua) y a los campos de fisuras.

Finalmente, si el modelo matemático corresponde a un medio lineal elástico, homogéneo, no acotado y *anisótropo,* se pueden propagar tres tipos de onda armónica asociadas a una dirección de propagación: una onda cuasi longitudinal, una onda cuasi transversal rápida y una onda cuasi transversal lenta, con velocidades de propagación diferentes y con polarizaciones ortogonales dos a dos, como sugiere la Figura 2.9.

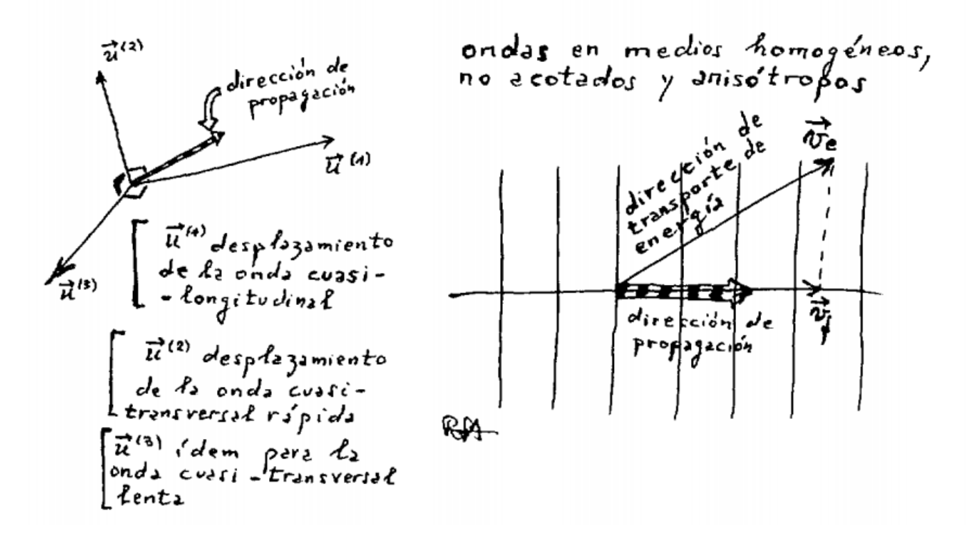


Figura 2.9

[36] En el capítulo 7, Wave Propagation, del libro de Richard Christensen, Mechanics of Composite Materials, Dover, New York, 2012, se puede estudiar los fundamentos de la propagación de ondas en medios homogenizados. Un marco teórico general y satisfactorio para aplicar a hormigones se encuentra todavía en desarrollo.

Como se puede ver en la parte derecha de la Figura 2.9, la dirección de propagación y la dirección de transporte de energía mecánica de las ondas armónicas en general son diferentes, al igual que las velocidades correspondientes.

La mayor parte de los transductores y otros dispositivos que se utilizan durante los END mediante ondas mecánicas, por lo general requieren modelos de sólidos anisótropos para estudiar sus propiedades. [37]

2.2 Modelo global unidimensional de propagación de ondas mecánicas longitudinales en barras. Vibraciones longitudinales, de torsión y de flexión. Modos normales, resonancia y atenuación en 1-D.

Algunas veces la interpretación de los resultados del ensayo no destructivo de elementos estructurales (como pilotes, columnas, vigas y losas) mediante ondas mecánicas puede llevarse a cabo sin recurrir al nivel de detalle resumido en la sección 2.1.

Los modelos matemáticos estáticos de resistencia de materiales, junto con sus hipótesis simplificadoras acerca de cómo los pilotes, columnas, vigas y losas se deforman, se pueden extender al movimiento de esos elementos estructurales para analizar, en forma aproximada, sus respuestas a una excitación mecánica durante ensayos por vibraciones y ondas mecánicas.

Consideremos una barra de eje recto, con abscisas x comprendidas entre 0 y l , secciones transversales planas de áreas $A(x)$ y perímetros $p(x)$. Como, con algunas salvedades, las barras pueden servir como modelos de elementos estructurales tales como columnas, pilotes y vigas, resulta interesante obtener para las barras una estimación directa de variables tales como los esfuerzos dinámicos, las velocidades de las partículas del material, las deformaciones y las energías locales que se ponen en juego durante la propagación de ondas mecánicas.

La longitud l de la barra se supone mucho mayor que sus dimensiones transversales: se trata entonces de una barra delgada.
Además, se supone que las escalas locales $l_A(x) = \frac{A(x)}{\left|\frac{d\,A(x)}{d\,x}\right|}$ de variación del área de las secciones transversales de la barra son, al menos, de un orden de magnitud mayor que el orden de magnitud de las dimensiones transversales locales, por lo cual las variaciones de la función $A(x)$ son lo bastante lentas como para hacer innecesaria una descripción que tenga en cuenta efectos tridimensionales.

Las secciones transversales pueden ser circulares, elípticas, rectangulares u otras superficies caracterizadas por dimensiones transversales del mismo orden numérico.

Suponemos:
(1) Que las secciones originalmente planas y paralelas permanecen planas y paralelas luego de la deformación.

---

[37] Sobre propagación de ondas mecánicas en medios anisótropos, se puede consultar el libro de Daniel Royer y Tony Valier-Brasier: Elastic Waves in Solids, ISTE y Wiley, London y New York, 2022.

(2) Que los esfuerzos son normales a las secciones y están uniformemente distribuidos, de modo que se pueden representar por $\sigma(t,x)$.
(3) Que los desplazamientos longitudinales a partir del equilibrio también están uniformemente distribuidos y se pueden representar por $u(t,x)$.

Debido al efecto Poisson, el esfuerzo longitudinal $\sigma(t,x)$ produce deformaciones transversales dinámicas que dilatan y contraen transversalmente a la barra.
Por ahora, supondremos que los efectos inerciales asociados con estas dilataciones y contracciones se pueden despreciar.

Las deformaciones longitudinales $\varepsilon(t,x) = \frac{\partial}{\partial x} u(t,x)$ se asumen son, en valor absoluto, mucho menores que 1, de modo que la relación entre esfuerzos y deformaciones se puede describir mediante un modelo lineal (elástico o viscoelástico).

Además, se supone que las escalas espaciales (locales) de variación del desplazamiento $l_u(x) = \frac{|u(t,x)|}{\left|\frac{\partial}{\partial x} u(t,x)\right|}$ (que se pueden interpretar como *longitudes de onda locales*) son de mayor orden numérico que las dimensiones transversales de la barra delgada.

Esta restricción limita las frecuencias máximas que pueden presentar las excitaciones mecánicas aplicadas para generar ondas longitudinales en la barra y en consecuencia limita las escalas temporales de variación del desplazamiento.

Si $\rho(x)$, $A(x)$ y $p(x)$ son las densidades, las áreas transversales y los perímetros para la barra no perturbada, la propagación de las ondas longitudinales modifica esos valores locales, que pasan a depender también del instante de tiempo y se pueden representar así:

$$\rho(x) + \delta\rho(t,x) \qquad A(x) + \delta A(t,x) \qquad p(x) + \delta p(t,x)$$

En una primera aproximación se pueden despreciar esas perturbaciones respecto de los valores de equilibrio.

La densidad de fuerza por unidad de volumen actuando en el interior de la barra se representa mediante $q_v(t,x)$ y el esfuerzo cortante (de cizalla) longitudinal, actuante por unidad de área de la superficie externa de la barra se representa mediante $\tau_s(t,x)$.

A partir de un balance de fuerzas y teniendo en cuenta las suposiciones efectuadas previamente, se obtiene la ecuación del movimiento:

$$\rho(x)\, A(x)\, \frac{\partial^2}{\partial t^2}\, u(t,x) = \frac{\partial}{\partial x}\big(A(x)\, \sigma(t,x)\big) + A(x)\, q_v(t,x) + p(x)\, \tau_s(t,x) \qquad [1]$$

Para un medio no homogéneo lineal elástico, si $E(x)$ es el valor local del módulo de Young:

$$\sigma(t,x) = E(x)\, \varepsilon(t,x) = E(x)\, \frac{\partial}{\partial x} u(t,x) \qquad [2]$$

Sustituyendo esta última ecuación en la ecuación del movimiento resulta la ecuación lineal a derivadas parciales:

$$\rho(x)\, A(x)\, \frac{\partial^2}{\partial t^2}\, u(t,x) = \frac{\partial}{\partial x}\left(A(x)\, E(x)\, \frac{\partial}{\partial x} u(t,x)\right) + A(x)\, q_v(t,x) + p(x)\, \tau_s(t,x) \qquad [3]$$

Si se suponen conocidos $\rho(x), A(x), E(x), p(x),\ q_v(t,x)\ y\ \tau_s(t,x)$, para poder hallar el campo de desplazamientos $u(t,x)$ se necesita especificar:

-Una condición inicial $u(0,x)$ en cada punto x de la barra, es decir para $0 \leq x \leq l$.

-Dos condiciones de frontera o de borde en los extremos $x = 0$ y $x = l$ de la barra, en términos del desplazamiento o de la deformación en esos puntos.

Por ejemplo, si en el extremo $x = 0$ se especifica un esfuerzo uniformemente distribuido $\sigma(t,0) = \frac{F(t)}{A(0)}$ asociado a una fuerza $F(t)$, esto equivale a especificar una deformación:

$$\frac{\partial}{\partial x} u(t,0) = \frac{1}{E(0)} \frac{F(t)}{A(0)} \qquad [4]$$

Si a su vez el otro extremo se encuentra libre de fuerzas, entonces $\frac{\partial}{\partial x} u(t,l) = 0$ para todo instante, y si se encuentra fijo, $u(t,l) = 0$ también para todo instante. [38]

En el caso de un pilote adherido a un medio circundante que se comporta como un material viscoelástico, se puede emplear la relación aproximada:

$$\tau_s(t,x) = k_e(x)\, u(t,x) + r(x) \frac{\partial}{\partial x} u(t,x) \qquad [5]$$

En esta fórmula $k_e(x)$ es un parámetro de elasticidad y $r(x)$ es un parámetro de fricción viscosa.

En ese caso se modifica la ecuación del movimiento. Cuando $q_v(t,x)$ se ignora, se obtiene la siguiente ecuación para el campo de desplazamientos dinámico $u(t,x)$:

$$\rho(x)\, A(x)\, \frac{\partial^2}{\partial t^2}\, u(t,x) = \frac{\partial}{\partial x}\left(A(x)\, E(x)\, \frac{\partial}{\partial x} u(t,x)\right) + p(x)\, \left(k_e(x)\, u(t,x) + r(x) \frac{\partial}{\partial x} u(t,x)\right) \qquad [6]$$

En el caso de un pilote que se ensaya con ondas mecánicas y cuyo extremo inferior se halla ubicado en $x = 0$, una condición de frontera posible es la siguiente (K es un parámetro elástico y R es un parámetro de fricción viscosa):

$$E(0)\, \frac{\partial}{\partial x} u(t,0) = K\, u(t,0) + R\, \frac{\partial}{\partial t} u(t,0) \qquad [7]$$

Si en la otra extremidad se le aplica una fuerza $F(t)$ la condición en esta frontera es:

$$\frac{\partial}{\partial x} u(t,l) = \frac{1}{E(l)} \frac{F(t)}{A(l)} \qquad [8]$$

Si la fuerza se aplica a partir del instante $t = 0$ y hasta ese instante el campo de desplazamientos dinámico y su correspondiente campo de velocidades de las partículas son nulos, con las dos condiciones en la frontera recién especificadas, el campo de desplazamientos dinámico $u(t,x)$ se puede hallar. A partir de $u(t,x)$ se determinan el campo de esfuerzos $\sigma(t,x)$, el de deformaciones $\frac{\partial}{\partial x} u(t,x)$ y el de velocidades de las partículas del material $\frac{\partial}{\partial t} u(t,x)$. Este modelo matemático puede ser aplicado, como se verá más adelante, a la interpretación de los resultados de los ensayos no destructivos de pilotes mediante ondas mecánicas producidas por impactos en su extremo superior.

[38] Las densidades de fuerzas de volumen $q_v(t,x)$ y el esfuerzo de cizalla $\tau_s(t,x)$ no siempre se deben tener en cuenta. En el caso de un pilote o de una columna, la densidad de fuerza de volumen se debe, por lo general, al peso del material y si la densidad no varía, resulta constante.

Como la ecuación del movimiento de una barra delgada es lineal, se puede resolver primero para una situación estática para la cual tanto q_v como τ_s son independientes del tiempo, planteando las condiciones en la frontera adecuadas a la situación estudiada (pilote, columna, etc.). Luego, para para construir un modelo matemático aplicable a un ensayo no destructivo mediante ondas mecánicas, la *solución estática* se puede sumar con la *solución dinámica* de la ecuación del movimiento, también para condiciones en la frontera e iniciales representativas de las correspondientes al ensayo.

Definimos una velocidad local $c_E(x)$ de propagación de *ondas extensionales* en la barra:

$$c_E^2(x) = \frac{E(x)}{\rho(x)} \qquad [9]$$

Ignorando la densidad de fuerza de volumen y el esfuerzo de cizalla en la superficie lateral de la barra, la ecuación del movimiento [3] se puede reescribir así:

$$\frac{1}{c_E^2(x)} \frac{\partial^2}{\partial t^2} u(t,x) = \frac{1}{A(x)\,E(x)} \frac{\partial}{\partial x}\left(A(x)\,E(x)\,\frac{\partial}{\partial x} u(t,x)\right) \qquad [10\ a]$$

En forma equivalente:

$$\frac{1}{c_E^2(x)} \frac{\partial^2}{\partial t^2} u(t,x) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(t,x) + \frac{1}{A(x)\,E(x)} \frac{\partial}{\partial x}\big(A(x)\,E(x)\big) \frac{\partial}{\partial x} u(t,x) \qquad [10\ b]$$

Ahora vamos a analizar dos situaciones en las cuales la ecuación de propagación de las ondas longitudinales en barras delgadas se puede simplificar drásticamente, a saber, el comportamiento cuasi estático, por un lado, y por otro lado la posibilidad de ignorar la dispersión geométrica asociada al término $\frac{1}{A(x)\,E(x)} \frac{\partial}{\partial x}\big(A(x)\,E(x)\big) \frac{\partial}{\partial x} u(t,x)$ [39]

Para estudiar las restricciones que conducen a la cuasi estaticidad, introduzcamos la coordenada espacial a dimensionada $\xi = \frac{x}{l}$ relativa a la longitud de la barra delgada y el tiempo de cruce de toda la longitud de la barra si la propagación se produjera a la velocidad local $c_E(x)$: $t_p(x) = \frac{l}{c_E(x)}$ Luego, introducimos el máximo tiempo posible de cruce de la barra: $t_{p,M} = \text{máx}_{x \in [0,l]} \{t_p(x)\}$

Si t_e es la escala de tiempo [40] de variación de la excitación debida a la fuerza $F(t)$ aplicada sobre un extremo de la barra (esta fuerza aparece en la condición de frontera dada por la fórmula [4]), definimos una coordenada temporal a dimensionada: $\tau = \frac{t}{t_e}$

Teniendo todo esto en cuenta la [10 a] se puede reescribir así:

$$\left(\frac{t_p(\xi)}{t_{p,M}}\right)^2 \left(\frac{t_{p,M}}{t_e}\right)^2 \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} u(\tau,\xi) = \frac{1}{A(\xi)\,E(\xi)} \frac{\partial}{\partial \xi}\left(A(\xi)\,E(\xi)\,\frac{\partial}{\partial \xi} u(\tau,\xi)\right) \qquad [11]$$

[39] En el capítulo 2 del libro de Karl Graff, Wave Motion in Elastic Solids, Dover, New York, 1991, se puede hallar un estudio detallado de la dispersión geométrica debida a la variación del área de las secciones transversales a lo largo del eje de la barra.

[40] Sobre escalas de variación de funciones y temas relacionados se puede consultar el libro de C. Lin y L. Segel, Mathematics Applied to Deterministic Problems in the Natural Sciences, SIAM, Philadelphia, 1988.

Como $\frac{t_p(\xi)}{t_{p,M}} \leq 1$ siempre, si $\frac{t_{p,M}}{t_e}$ es lo suficientemente pequeño respecto de la unidad, la [11] se puede aproximar por la ecuación $\frac{\partial}{\partial \xi}\left(A(\xi)\, E(\xi)\, \frac{\partial}{\partial \xi} u(\tau, \xi)\right) = 0$ Regresando a las coordenadas dimensionadas originales: $\frac{\partial}{\partial x}\left(A(x)\, E(x) \frac{\partial}{\partial x} u(t, x)\right) = 0$

Como $A(x)\, E(x) \frac{\partial}{\partial x} u(t, x) = \sigma(t, x)$, resulta que si $\frac{t_{p,M}}{t_e} \ll 1$ el esfuerzo longitudinal no depende de la posición a lo largo del eje de la barra, aunque pueda depender en forma cuasi estática del instante de tiempo.

Para estudiar las restricciones que conducen a la posibilidad de ignorar el término $\frac{1}{A(x)\, E(x)} \frac{\partial}{\partial x}\left(A(x)\, E(x)\right) \frac{\partial}{\partial x} u(t, x)$ respecto de $\frac{\partial^2}{\partial x^2} u(t, x)$. Si $\frac{\partial^2}{\partial x^2} u(t, x) \neq 0$ se puede reescribir el segundo miembro de la ecuación [10 b] de esta forma:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} u(t, x) \left\{1 + \left(\frac{1}{A(x)\, E(x)} \frac{\partial}{\partial x}\left(A(x)\, E(x)\right)\right) \left(\frac{\frac{\partial}{\partial x} u(t, x)}{\frac{\partial^2}{\partial x^2} u(t, x)}\right)\right\}$$

Se puede definir una escala espacial l_{AE} de variación de la rigidez $A(x)\, E(x)$ de la sección de abscisa x, una escala espacial $l_{\frac{\partial}{\partial x} u}$ de variación de la deformación $\frac{\partial}{\partial x} u(t, x)$.

Si el cociente $\frac{l_{\frac{\partial}{\partial x} u}}{l_{AE}}$ es lo suficientemente pequeño respecto de 1, la ecuación del movimiento [10 b] se puede aproximar por la siguiente ecuación de ondas clásica con velocidad de propagación $c_E(x)$ variable con la posición:

$$\frac{1}{c_E^2(x)} \frac{\partial^2}{\partial t^2} u(t, x) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(t, x) \qquad [12]$$

Como se verá posteriormente, este tipo de ecuación se obtiene, bajo restricciones apropiadas (pero análogas a las introducidas en el modelo unidimensional) para describir propagación de campos en tres dimensiones espaciales, y constituye una base de partida para la descripción de la propagación de ondas elásticas en medios no homogéneos, mediante rayos que se curvan, análogos a los utilizados en óptica geométrica. Este enfoque se ha utilizado en la interpretación de algunos ensayos de hormigones mediante ultrasonidos. [41]

Como dijimos al plantear las restricciones que se aplican para construir el modelo que conduce a la ecuación [3] para la propagación de ondas longitudinales en barras, debido al efecto Poisson, el esfuerzo longitudinal produce deformaciones transversales dinámicas que dilatan y contraen transversalmente a la barra.

[41] Sobre el uso de rayos curvos en ensayos ultrasónicos de losas puede consultarse el libro de R. Jones, Non-Destructive Testing of Concrete, Cambridge University Press, 1965.

Ahora, estudiaremos un modelo debido a Augustus Love, que permite tener en cuenta los efectos inerciales transversales sobre la propagación, manteniendo todas las demás restricciones. [42]

Si se ignoran posibles densidades de fuerzas de volumen y esfuerzos de cizalla sobre la superficie lateral de la barra, resulta esta ecuación del movimiento, donde $r_G(x)$ es el radio de giro de la sección transversal $\mathcal{S}$ de área $A(x)$ y ν es el módulo de Poisson:

$$\rho\, A\, \frac{\partial^2}{\partial\, t^2}\, u(t,x) = \frac{\partial}{\partial\, x}\Big(A\, E\, \frac{\partial}{\partial\, x} u(t,x)\Big) + \frac{\partial^2}{\partial t\, \partial x}\Big(\rho A \nu^2 {r_G}^2 \frac{\partial^2}{\partial t\, \partial x} u(t,x)\Big) \qquad [13]$$

Por definición: $r_G(x) = \sqrt{J(x)/A(x)}$, $J(x) = \iint_{\mathcal{S}} z^2 dy\, dz$ es el momento de inercia de la sección transversal respecto del eje y de giro.
Si los parámetros no dependen de la posición respecto del eje de la barra la ecuación [13], si $c_E = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ se puede reescribir así:

$$\frac{1}{c_E^2}\, \frac{\partial^2}{\partial\, t^2}\, u(t,x) = \frac{\partial^2}{\partial\, x^2} u(t,x) + \Big(\frac{\nu^2 {r_G}^2}{c_E^2}\Big) \frac{\partial^4}{\partial t^2\, \partial x^2} u(t,x) \qquad [14]$$

Para ver en qué circunstancias no se puede ignorar el efecto de la inercia transversal consideremos la ecuación [14] para $-\infty < x < +\infty$.
Construyamos una solución en forma de una onda armónica propagada, partiendo de la expresión compleja de una onda armónica plana de frecuencia angular $\omega = 2\pi\, f$ y número de ondas $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, introducida en la ecuación [2.1.1 a], y tomando su parte real:

$$Re\left\{\mathcal{A}(\omega)\, exp[i\, (\omega\, t - k(\omega)\, x) + \varphi(\omega))]\right\} = \mathcal{A}(\omega)\, cos\big(\omega\, t - k(\omega)\, x) + \varphi(\omega)\big) \qquad [15]$$

Sustituyéndola en la ecuación del movimiento [14] se constata la expresión [15] propuesta como solución tentativa (*ansatz*) efectivamente es una solución de la ecuación si el número de ondas se relaciona con la frecuencia angular a través de las fórmulas:

$$k(\omega) = \frac{\frac{\omega}{c_E}}{\sqrt{1-\left(\frac{\omega}{\omega_L}\right)^2}} \qquad [16\ a] \qquad\qquad \omega(k) = \frac{c_E\ k}{\sqrt{1+(\upsilon\, r_G\, k)^2}} \qquad [16\ b]$$

Por definición $\omega_L = \frac{c_E}{\upsilon r_G}$ es una frecuencia límite, tal que, si es sobrepasada, no pueden propagarse ondas a través del medio continuo cuyos campos de desplazamiento $u(t,x)$ verifican la ecuación [14].

Cuando ω se aproxima a ω_L el número de ondas tiende a infinito y la longitud de onda tiende a cero. Esto último no es compatible con un modelo global unidimensional de la propagación de ondas longitudinales, que requiere que la longitud de onda λ sea *al menos* de un orden numérico mayor que las dimensiones trasversales de la barra, representadas por d: $\lambda > 3\, d$. De esta última restricción y de la ecuación [16 a] se desprende:

[42] En el libro de Augustus Love, A Treatrise on the Mathematical Theory of Elasticity, Dover, New York, 1944, en el libro de Patricio Laura, Introducción a la Teoría de Vibraciones de Sistemas Discretos y Continuos, EUDEBA, Buenos Aires, 1973, y en el libro de Graff, Wave Motion in Elastic Solids, Dover, New York, 1991, se puede hallar el modelo de Love deducido aplicando un principio variacional.

$$\lambda = c_E \ \frac{2\pi}{\omega} \ \sqrt{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_L}\right)^2} > 3 \ d \ .$$

Entonces las frecuencias angulares deben estar acotadas superiormente: $\omega < \frac{\omega_L}{\sqrt{1+\frac{9\ d^2 \omega_L^2}{4\ \pi^2 c_E^2}}}$

De [16 a] resulta que las velocidades de fase y de grupo vienen dadas por:

$$c_f(\omega) = c_E \ \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_L}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} \quad [17\ a] \qquad c_g(\omega) = c_E \ \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_L}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}} \quad [17\ b]$$

Ambas disminuyen desde c_E hasta cero a medida que ω aumenta a partir de cero y se aproxima a ω_L .
Si la frecuencia angular $\omega = 2\pi \ f$ de la onda armónica es lo suficientemente pequeña respecto de la frecuencia angular umbral $\omega_L = 2\pi \ f_L = \frac{c_E}{\upsilon \ r_G}$, se puede despreciar $\left(\frac{\omega}{\omega_L}\right)^2$ respecto de 1 en la fórmula [17 a]. Entonces el efecto de la inercia transversal se puede ignorar y la propagación se puede describir mediante la ecuación de ondas clásica: [43]

$$\frac{1}{c_E^2} \ \frac{\partial^2}{\partial \ t^2} \ u(t,x) = \frac{\partial^2}{\partial \ x^2} u(t,x) \quad [18]$$

La densidad de energía cinética $\mathcal{E}_c$ por unidad de longitud del medio, cuando se utiliza el modelo de Augustus Love para tener en cuenta la inercia transversal viene dada por la fórmula:

$$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} \ \rho \ A \ \left[\left(\frac{\partial \ u}{\partial \ t}\right)^2 + \upsilon^2 r_G^2 \ \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \ \partial t}\right)^2\right] \quad [19\ a]$$

La densidad de energía de deformación (energía potencial) $\mathcal{E}_p$ por unidad de longitud viene dada por:

$$\mathcal{E}_p = \frac{1}{2} \ A \ E \ \left(\frac{\partial \ u}{\partial x}\right)^2 \quad [19\ b]$$

La energía total por unidad de longitud $\mathcal{E} = \ \mathcal{E}_c + \mathcal{E}_p$ se puede calcular sustituyendo la expresión para la onda armónica plana $\mathcal{A}(\omega) \ cos\big(\omega \ t - k(\omega) \ x) + \varphi(\omega)\big)$ en las ecuaciones [19 a] y [19 b] y sumando los resultados. Teniendo en cuenta que $E = \rho \ c_E^2$ y la ecuación [16 b] para $\omega(k)$ y promediando respecto del tiempo sobre un período de oscilación, se obtiene después de varios pasos de cálculo, la siguiente fórmula para la densidad de energía mecánica por unidad de longitud de la barra:

$$\mathcal{E}(\omega) = \frac{1}{2} \ \rho \ A \ c_E^2 \ k^2(\omega) \ \mathcal{A}(\omega)^2 \quad [20]$$

Un tren de ondas propagadas (un pulso) como los que se utilizan en los ensayos de hormigones (mediante ultrasonidos u ondas mecánicas producidas por impactos, o se detectan en ensayos de emisión acústica) se pueden descomponer en un espectro continuo de ondas armónicas:

$$u(t,x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{A}(\omega) \ \cos\big(\omega \ t - k(\omega) \ x) + \varphi(\omega)\big) \ d\omega \quad [21]$$

Si el material se comporta como el modelo que dio origen a la ecuación [14], *la inercia transversal debe ser tenida en cuenta* para las ondas armónicas que hacen un aporte significativo al tren de ondas. Es decir, ondas cuyas amplitudes $\mathcal{A}(\omega)$ deben ser tenidas

[43] Esta ecuación es un caso particular de la ecuación de ondas [12] cuando la velocidad de propagación es independiente de x .

en cuenta para sintetizar el pulso de acuerdo con su aporte a la densidad de energía (dada por la fórmula [20]) y cuyas frecuencias angulares ω son lo bastante elevadas como para que no sea posible despreciar $\left(\frac{\omega}{\omega_L}\right)^2$ respecto de 1. [44]

Ahora, pensando en los END mediante vibraciones mecánicas longitudinales de barras de hormigón, mortero o pasta de cemento, volvamos a la barra delgada de longitud l y busquemos otra solución tentativa (*ansatz*), pero ahora en forma de oscilación estacionaria. Supongamos que: $u(t,x) = U(x)\ sen\omega t$ [22]
Sustituyendo [22] en [14] se obtiene:

$$\frac{d^2}{d\,x^2}U(x) = -k^2\,U(x) \qquad [23\ a] \qquad\qquad k = \frac{\frac{\omega}{c_E}}{\sqrt{1-\left(\frac{\omega}{\omega_L}\right)^2}} \qquad [23\ b]$$

La ecuación [23 b] es la misma que la que expresa la ecuación [16 a]. Expresando ω en función de k se obtiene la ecuación [16 b]
Ambas fórmulas relacionan el número de ondas $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ con la frecuencia angular de oscilación $\omega = 2\pi\, f$ y se denominan relaciones de dispersión. Aparece la frecuencia angular límite: $\omega_L = \frac{c_E}{\upsilon\, r_G}$ [24]

Supongamos que las deformaciones longitudinales (y como consecuencia los esfuerzos) se anulan en ambos extremos de la barra: $\frac{\partial}{\partial\, x}u(t,0) = \frac{\partial}{\partial\, x}u(t,l) = 0$ [25]
La solución general de [23 a] es $U(x) = A\ coskx + B\ senkx$ Teniendo en cuenta las condiciones [25] en los extremos de la barra, resulta que $\frac{d}{d\,x}U(0) = 0$ y $\frac{d}{d\,x}U(l) = 0$
De estas dos últimas ecuaciones se obtiene $B = 0$ y $kl = n\pi$ para $n = 1, 2, 3, \ldots$
Entonces hay un conjunto numerable de números de onda que verifican las condiciones en la frontera cuando se los sustituye en la solución tentativa:

$$k_n = \frac{n\,\pi}{l} \quad \text{con} \quad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad [26]$$

A partir de [16 b], de $\omega = 2\pi\, f$ y de $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ se obtiene el siguiente espectro discreto de frecuencias de vibración longitudinal posibles:

$$f_n = \frac{\frac{n\ c_E}{2\,l}}{\sqrt{1+n^2\,\pi^2\left(\frac{\upsilon\, r_G}{l}\right)^2}} \quad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad [27]$$

Para que el modelo global unidimensional resulta aplicable a vibraciones longitudinales de la barra, las frecuencias que se pueden tener en cuenta en una aplicación práctica del modelo de Augustus Love deben estar acotadas superiormente:

$$f_n < \frac{f_L}{\sqrt{1+\frac{9\,d^2 f_L^2}{c_E^2}}} \quad \text{donde} \quad f_L = \frac{c_E}{2\,\pi\,\upsilon\, r_G}$$

De [27] se desprende, para la frecuencia fundamental f_1 :

[44] O la longitud de onda lo bastante pequeña ($\lambda < 3\,d$) respecto de una dimensión transversal característica de la barra.

$$c_E = 2\, l\, f_1 \sqrt{1 + \pi^2 \left(\frac{\upsilon\, r_G}{l}\right)^2} \qquad [28]$$

Si $\pi^2 \left(\frac{\upsilon\, r_G}{l}\right)^2$ es de orden numérico inferior al de la unidad, se tiene la expresión correspondiente a la ecuación de ondas clásica: $c_E = 2\, l\, f_1$ [29]
Midiendo f_1 en un ensayo de resonancia como se verá más adelante, conociendo la longitud l de la barra, su módulo de Poisson ν y el radio de giro r_G de sus secciones transversales, [28] permite estimar la velocidad de propagación de las ondas extensionales c_E en el material de la barra. Como $E = \rho\, c_E^2$, si se conoce la densidad del material se puede estimar el módulo de Young del material que vibra (*módulo de Young dinámico*):

$$E = \rho\, 4\, l^2\, {f_1}^2 \left(1 + \pi^2 \left(\frac{\upsilon r_G}{l}\right)^2\right) \qquad [30]$$

Si el efecto de la inercia transversal se puede ignorar, $E = \rho\, 4\, l^2\, {f_1}^2$. Pero si no se lo puede ignorar, se debe aplicar el factor de corrección $1 + \pi^2 \left(\frac{\upsilon\, r_G}{l}\right)^2$ que corresponde a la corrección por inercia lateral para la frecuencia fundamental de vibración f_1. Para una viga de sección transversal rectangular de ancho a y altura b resulta $r_G = \frac{b}{\sqrt{12}}$ y $\frac{r_G}{l} = \frac{b}{\sqrt{12}\, l}$.
Cuando las hipótesis que permiten aplicar un modelo global unidimensional no se cumplen, es necesario recurrir a una descripción tridimensional de la propagación de las ondas mecánicas para obtener los factores de corrección que se deben aplicar en el cálculo del módulo de Young dinámico a partir de las frecuencias de vibración de una barra. [45]

Si $\frac{\upsilon\, r_G}{l}$ es lo bastante pequeño respecto de 1, se pueden ignorar los efectos de la inercia transversal para las primeras frecuencias del espectro discreto [27]. Cuando en estas condiciones no se puede ignorar la inercia transversal, tampoco se puede aplicar el modelo de Love: como dijimos, se debe recurrir a una descripción tridimensional de la propagación de las ondas mecánicas.

Si se puede ignorar la inercia transversal, pero se debe tener en cuenta los fenómenos disipativos en el material, para una barra delgada de sección transversal uniforme la ecuación general del movimiento $\rho\, \frac{\partial^2}{\partial\, t^2}\, u(t,x) = \frac{\partial}{\partial\, x} \sigma$ se puede combinar con una relación constitutiva como la del modelo más simple de sólido viscoelástico, el de Voigt:

$$\sigma = E_0\, \varepsilon + \eta\, \frac{\partial}{\partial\, t} \varepsilon \qquad [31]$$

En esta relación constitutiva, η es un parámetro de viscosidad del material.

[4545] Ver H. Mc Skimin, Propagation of longitudinal waves and shear waves in cylindrical rods at high frequencies. J. Acoustical Soc. of America, **28** (3):484-494, 1956. También H. Kolsky, Stress waves in solids, Dover, New York, 1963. También se sugiere consultar los libros de Patricio Laura, Introducción a la Teoría de Vibraciones de Sistemas Discretos y Continuos, EUDEBA, Buenos Aires, 1973; el de Graff, Wave Motion in Elastic Solids, Dover, New York, 1991 y el libro de D. Royer y T. Valier-Brasier, Elastic Waves in Solids, ISTE y Wiley, London y New York, 2022.

Como $\varepsilon = \frac{\partial}{\partial x} u$ de la ecuación del movimiento y de [31] se obtiene la ecuación de propagación, donde $c_E^2 = \frac{E_0}{\rho}$ y $t_r = \frac{\eta}{E_0}$ es un tiempo de relajación característico:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} u(t,x) = c_E^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} u + t_r \frac{\partial^3}{\partial t\, \partial x^2} u \right) \quad [32]$$

En el extremo $x = l$ se aplica una tensión oscilante $\sigma(t,l) = \sigma_0\, exp[i\, \omega\, t]$ y en el extremo $x = 0$ la barra se encuentra libre de tensiones: $\sigma(t,0) = 0$

Comenzamos con la solución tentativa $u(t,x) = U(x)\, exp[i\, \omega\, t]$ y la sustituimos en la [31]:

$$\sigma(t,x) = E_0 \ (1 + i\, \omega\, t_r)\, \frac{d}{d\, x} U(x) \quad [33]$$

Si $\sigma(t,0) = 0$ entonces $\frac{d}{d\, x} U(0) = 0$ mientras que $\sigma(t,l) = \sigma_0\, exp[i\, \omega\, t]$ implica que $\frac{d}{d\, x} U(l) = \frac{\sigma_0}{E_0} \frac{1}{(1+i\, \omega\, t_r)}$

Sustituyendo a la solución tentativa en [32] se obtiene:

$$\frac{\frac{d^2}{d\, x^2} U(x)}{U(x)} = -\tilde{k}^2 = -\frac{\left(\omega/c_E\right)^2}{1+i\, \omega\, t_r} \quad [34]$$

Se advierte que $k_{el} = \omega/c_E$ es el número de ondas elástico, es decir, el número de ondas en ausencia de viscosidad en el material.

Ahora $\tilde{k} = k + i\, \alpha$ es un número de ondas complejo formado por un número de ondas real $k = \frac{\omega/c_E}{1+\omega^2\, {t_r}^2}$ y un coeficiente de atenuación exponencial $\alpha = -\frac{\omega\, t_r}{1+\omega^2\, {t_r}^2} \frac{\omega}{c_E}$.

La solución general de [33] es $U(x) = \tilde{A}\, cos(\tilde{k}\, x) + \tilde{B}\, sen(\tilde{k}\, x)$.

Teniendo en cuenta la condición de borde en $x = 0$, de la fórmula para $U(x)$ se obtiene $\tilde{B} = 0$ y de la condición en $x = l$ se desprende:

$$\tilde{A}(\omega) = -\frac{\sigma_0}{E_0} \frac{1}{(1+i\, \omega\, t_r)} \frac{1}{(\tilde{k}\, sen\, \tilde{k}\, l)} \quad [35]$$

Entonces la solución para el desplazamiento adopta la forma compleja (se debe tomar la parte real o la parte imaginaria): $u(t,x) = \tilde{A}(\omega)\, cos(\tilde{k}\,(\omega)\, x)\, exp[i\, \omega\, t]$

Cuando $\omega\, t_r$ es de orden numérico inferior a 1, la magnitud de la amplitud $|\tilde{A}(\omega)|$ presenta valores máximos para las *frecuencias de resonancia* aproximadas, donde $\omega_{el,n} = \frac{\pi\, n\, c_E}{l}$ $(n = 1,2,3, ...)$ es la frecuencia de resonancia en ausencia de disipación viscosa:

$$\omega_{R,n} = \omega_{el,n} \left(1 - \frac{3}{4}\, {\omega_{el,n}}^2\, {t_r}^2\right) \quad [36]$$

El factor de calidad Q definido en [2.1.8] se puede aproximar mediante la fórmula siguiente, donde $\omega_R = \omega_{R,1}$ es la frecuencia fundamental de resonancia:

$$\frac{1}{Q} = \omega_R\, t_r \quad [37]$$

La frecuencia fundamental de resonancia ω_R se puede determinar experimentalmente, al igual que el factor de calidad $Q = \sqrt{3}\frac{\omega_R}{\Delta\omega}$ donde $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ es la diferencia entre las frecuencias angulares para las cuales la amplitud de la vibración es igual a la mitad de su valor máximo (en este caso a la frecuencia fundamental de resonancia). De [37] se obtiene t_r y de [36] se obtiene ${\omega_{el,1}}^2$. De esta última frecuencia se obtiene $\frac{E_0}{\rho}$. Conociendo la densidad del material se halla el módulo E_0 y de este módulo y del tiempo de relajación t_r se determina la viscosidad η .
Otro método para hallar E_0 y η consiste en producir un impacto mecánico que ponga la barra a vibrar longitudinalmente. Se supone que la tensión en los extremos de la barra, una vez impactada, es nula: $\sigma(t,0) = \sigma(t,l) = 0$

En este caso una solución tentativa de [32] es la siguiente: $u(t,x) = \cos kx \; T(t)$. Los números de onda vienen dados por la ecuación [26]: $k = k_n = \frac{n\pi}{l}$ para $n = 1,2,3, ...$

La Figura 2.10 muestra los tres primeros patrones espaciales de vibración (modos normales) de una barra con ambos extremos libres de fuerzas.

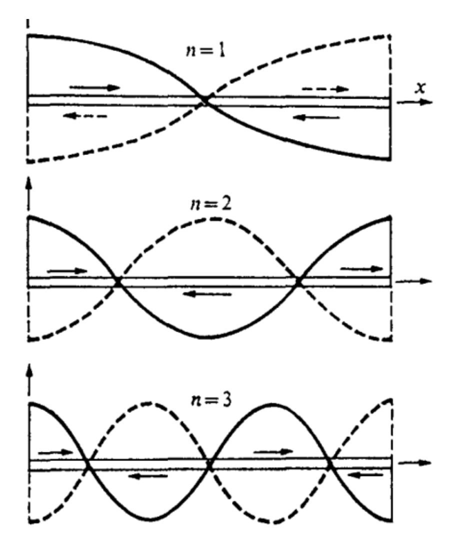


Figura 2.10

Entonces la tensión [31] se puede reescribir en términos de la solución tentativa:

$$\sigma(t,x) = E_0 \left(\frac{\partial}{\partial x}u + t_r \frac{\partial^2}{\partial t\,\partial x}u\right) = E_0 \left(T(t) + t_r \frac{d}{dt}T(t)\right) (-k \operatorname{sen} kx\ )$$

Se ve que si $k = k_n = \frac{n\pi}{l}$ las tensiones en los extremos de la barra son nulas para todo instante de tiempo.

La [32] adopta la forma: $\frac{d^2}{d\,t^2}\,T_n(t) + c_E^2 {k_n}^2 t_r \frac{d}{dt}T_n(t) + \; c_E^2 {k_n}^2\,T_n(t) = 0$ [38]

La solución con significado físico de la [38] se puede formular así:

$T_n(t) = A_n\, exp[-\alpha_n t]\; cos(\omega_n\, t + \theta_n)$ siendo

$$\alpha_n = \frac{\eta}{2\rho}\frac{n^2\pi^2}{l^2} \qquad [39\ a] \qquad\qquad \omega_n = c_E \frac{n\pi}{l}\sqrt{1 - \frac{\eta^2}{4\rho E_0}\frac{n^2\pi^2}{l^2}} \qquad [39\ b]$$

Entonces la solución de [32] para vibraciones libres se puede escribir como suma de las contribuciones de los *modos normales de vibración* de la barra delgada $A_n\, exp[-\alpha_n t]\, cos(\omega_n\, t + \varphi_n)\ \cos\frac{n\pi}{l} x$:

$$u(t,x) = \sum_{n=1}^{+\infty} A_n\, exp[-\alpha_n t]\, cos(\omega_n\, t + \varphi_n)\ \cos\frac{n\pi}{l} x \qquad [39\ c]$$

Si $\alpha_1 = \frac{\eta}{2\rho}\frac{\pi^2}{l^2}$ resulta $\alpha_2 = 4\ \alpha_1$, $\alpha_3 = 9\ \alpha_1$, …

Entonces, pese a que inmediatamente después de un impacto se excitan, por lo general, varios modos de vibración, cabe esperar que luego de que transcurre un intervalo de tiempo se desvanezcan los modos de vibración de orden superior, excepto el primero:

$$u(t,x) \cong u_1(t,x) = A_1\, exp[-\alpha_1 t]\, cos(\omega_1\, t + \varphi_1)\ \cos\frac{\pi}{l} x \qquad [39\ d]$$

Registrando el decaimiento de este modo, se pueden hallar α_1 y ω_1 lo cual, si se conoce la densidad del medio permite hallar E_0 y η (recordando que $c_E = \sqrt{\frac{E_0}{\rho}}$).

El modelo de Voigt es el modelo más simple de sólido viscoelástico, pero en general no resulta aplicable en todos los casos que presentan interés. Ignorando la inercia transversal, se pueden tener en cuenta fenómenos disipativos utilizando una relación constitutiva más general. Si se trata de una barra delgada de sección transversal uniforme, la ecuación general del movimiento $\rho\ \frac{\partial^2}{\partial\, t^2}\ u(t,x) = \frac{\partial}{\partial\, x}\sigma$ se puede combinar con la relación constitutiva [1.5.27] reescrita de esta forma:

$$\sigma(t,x) = E_0\ \left(\frac{\partial}{\partial\, x} u(t,x) - \int_0^t \mathrm{L}(t-t')\frac{\partial}{\partial\, x}\ u(t',x)\, dt'\ \right) \qquad [40]$$

De [40] y de la ecuación del movimiento se obtiene la ecuación integro diferencial:

$$\frac{\partial^2}{\partial\, t^2}\ u(t,x) = c_E^2\ \left(\frac{\partial^2}{\partial\, x^2} u(t,x) - \int_0^t \mathrm{L}(t-t')\frac{\partial^2}{\partial\, x^2}\ u(t',x)\, dt'\ \right) \qquad [41]$$

Buscamos una solución de la forma: $u(t,x) = T(t)\ coskx$ [42]

Entonces sustituyendo [42] en [40] obtenemos:

$$\sigma(t,x) = E_0\ \left(T(t) - \int_0^t \mathrm{L}(t-t')T(t')\, dt'\ \right)\ (-k\ sen\ kx) \qquad [43]$$

Esta tensión se anula en ambos extremos de la barra si $k = k_n = \frac{n\pi}{l}$

Sustituyendo [42] en [41] resulta:

$$\frac{d^2}{d\, t^2}\ T(t) = -c_E^2\ k^2\ \left(T(t) - \int_0^t \mathrm{L}(t-t')\, T(t')dt'\right) \qquad [44]$$

Buscamos para $T(t)$ una solución exponencial: $T(t) = exp[-\alpha\ t + i\ \omega\ t]$ [45]

Mediante un método de aproximaciones sucesivas se obtiene $\omega_0 = c_E\ k$, $\alpha_0 = 0$

$$\omega_1 = \omega_0\sqrt{1 - L_r(\alpha_0\,, \omega_0\,)} \qquad [46\ a] \qquad\qquad \alpha_1 = \frac{\omega_0\, L_i(\alpha_0\,,\omega_0)}{2\sqrt{1-L_r(\alpha_0\,,\omega_0\,)}} \qquad [46\ b]$$

En las fórmulas [46] se tiene, por definición:

$$L_r(\alpha_0\,,\omega_0\,) = \int_0^{+\infty} L(s)\cos(ks)\,ds \qquad [47\ a]$$

$$L_i(\alpha_0\,,\omega_0\,) = \int_0^{+\infty} L(s)\,sen(ks)\,ds \qquad [47\ b]$$

Puesto que $k = k_n = \frac{n\pi}{l}$ se tiene infinitos valores $\omega_{0,n} = c_E \frac{n\pi}{l} \quad n = 1,2,\ldots$ y como consecuencia se tienen infinitos valores de las frecuencias aproximadas $\omega_{1,n}$ de vibración libre y de los correspondientes coeficientes de atenuación aproximados $\alpha_{1,n}$:

$$\omega_{1,n} = c_E \frac{n\pi}{l} \sqrt{1 - \int_0^{+\infty} L(s)\cos\left(\frac{n\pi}{l}s\right)\,ds} \qquad [48\ a]$$

$$\alpha_{1,n} = \frac{c_E \frac{n\pi}{l} \int_0^{+\infty} L(s) sen\left(\frac{n\pi}{l}s\right)\,ds}{2\sqrt{1-\int_0^{+\infty} L(s)\cos\left(\frac{n\pi}{l}s\right)\,ds}} \qquad [48\ b]$$

Teniendo en cuenta [1.5.29], es decir $0 \le \int_0^{+\infty} \mathrm{L}(t)dt \le 1$, y que $\mathrm{L}(t)$ es una función positiva estrictamente decreciente del tiempo que tiende a cero a medida que t crece, resulta que las integrales $\int_0^{+\infty} L(s)\cos\left(\frac{n\pi}{l}s\right)\,ds$ y $\int_0^{+\infty} L(s)\,sen\left(\frac{n\pi}{l}s\right)\,ds$ son positivas, menores que 1 y disminuyen monótonamente tendiendo a cero a medida que n aumenta. El efecto de los procesos disipativos es una disminución de las frecuencias de vibración libre de la barra, más marcada en el caso de la frecuencia fundamental.

Supongamos que, en el extremo de la barra, en $x = l$, se aplica una tensión oscilante $\sigma(t,l) = \sigma_0\,exp[i\,\omega\,t]$ mientras que en otro extremo se mantiene $\sigma(t,0) = 0$. Reescribimos la fórmula [40] para tener en cuenta un régimen oscilatorio estacionario:

$$\sigma(t,x) = E_0\left(\frac{\partial}{\partial\,x}u(t,x) - \int_{-\infty}^{t} \mathrm{L}(t-t')\frac{\partial}{\partial\,x}\,u(t',x)\,dt'\right) \qquad [49]$$

Sustituimos la solución tentativa $u(t,x) = U(x)\,exp[i\,\omega\,t]$ en [40] y resulta:

$$\sigma(t,x) = E_0\left(1 - \int_0^{+\infty} \mathrm{L}(s)\,exp[-i\omega s]\,ds\right)\left(\frac{d}{d\,x}U(x)\right)\,exp[i\omega t] \qquad [50]$$

A partir de las condiciones en los extremos se desprende:

$$\frac{d}{d\,x}U(0) = 0 \qquad [51\ a] \qquad\qquad \frac{d}{d\,x}U(l) = \frac{\sigma_0}{E_0\left(1-\int_0^{+\infty}\mathrm{L}(s)\,exp[-i\omega s]ds\right)} \qquad [51\ b]$$

Sustituyendo la solución tentativa $(t,x) = U(x)\,exp[i\,\omega\,t]$ en la ecuación del movimiento [41] se obtiene:

$$-\frac{1}{U(x)}\frac{d^2}{dx^2}\,U(x) = \tilde{k}^2(\omega) = \frac{\omega^2}{c_E^2}\frac{1}{\left(1-\int_0^{+\infty}\mathrm{L}(s)\,exp[-i\omega s]ds\right)} \qquad [52]$$

La solución general de [52] es $U(x) = \tilde{A}\,(\omega)\,cos\left(\tilde{k}(\omega)\,x\right) + \tilde{B}\,(\omega)\,sen\left(\tilde{k}(\omega)\,x\right)$. Teniendo en cuenta la condición de borde en $x = 0$, de la fórmula para $U(x)$ se obtiene $\tilde{B} = 0$ y de la condición en $x = l$ se desprende:

$$\tilde{A}(\omega) = -\frac{\sigma_0}{E_0}\frac{1}{\left(1-\int_0^{+\infty}\mathrm{L}(s)\,exp[-i\omega s]ds\right)}\frac{1}{\left(\tilde{k}\,sen\,\tilde{k}\,l\right)} \qquad [53]$$

Entonces la solución para el desplazamiento adopta la forma compleja (se debe tomar la parte real o la parte imaginaria): $u(t,x) = \tilde{A}(\omega)\,cos\left(\tilde{k}\,(\omega)\,x\right)exp[i\,\omega\,t]$ [54]

Cuando $\left|\int_0^{+\infty} \mathrm{L}(s)\, exp[-i\omega s]\, ds\right|$ es pequeño respecto de la unidad, el campo de desplazamientos presenta resonancias, aproximadamente, para las frecuencias $\omega_{R,n}$ (donde $\omega_{el,n} = \frac{\pi\, n\, c_E}{l}$ $(n = 1,2,3,\dots)$ es la frecuencia de resonancia en ausencia de disipación): $\omega_{R,n} = \omega_{el,n}\left(1 - \frac{3}{4}\left(\int_0^{+\infty} \mathrm{L}(s)\, sen(\omega_{el,n} s)\, ds\right)^2\right)$ [55]

Se pueden construir modelos globales espacialmente unidimensionales para las *vibraciones de torsión y de flexión de barras*.

Para las *vibraciones de torsión* de barras delgadas, isótropas, de sección circular uniforme, longitud l y un material homogéneo de densidad ρ, se obtiene una ecuación de ondas clásica $\frac{1}{c_S^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\theta(t,x) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}\theta(t,x)$ donde $\theta(t,x)$ es el ángulo de rotación de una sección transversal respecto del eje de la barra y $c_S = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$ es la velocidad de propagación dada en función del módulo de cizalla G del material.
El caso que interesa en los ensayos de resonancia en torsión ambos extremos de la barra están libres de momento de torsión, por lo cual $\frac{\partial}{\partial x}\theta(t,0) = \frac{\partial}{\partial x}\theta(t,l) = 0$.
En ese caso, para $k_n = \frac{n\pi}{l}$ y $\omega_n = 2\pi f_n = c_S\, k_n$ $(n = 1,2,3,\dots)$ las soluciones se pueden obtener combinando los modos normales de vibración por torsión:

$$\theta_n(t,x) = \theta_0 \cos(k_n\, x)\cos(\omega_n t + \varphi_n) \qquad [56]$$

El patrón espacial y la distribución de puntos nodales en el eje de la barra, en el modo de índice n , es igual al patrón espacial y la distribución de puntos nodales correspondientes a una barra con extremos libres que vibra longitudinalmente en el modo con el mismo índice n . En la Figura 2.10 se muestran los patrones espaciales para $n = 1,2,3$.
A partir de la medición de las frecuencias de resonancia f_n se puede determinar el módulo de rigidez transversal, donde T_n es un factor de corrección: $G = 4\rho l^2 \frac{{f_n}^2}{n^2} T_n$ [57]

Para barras prismáticas homogéneas, isótropas, si $w(t,x)$ es el desplazamiento transversal al eje de la barra, la ecuación del movimiento global unidimensional *para flexión* se puede escribir así, donde r_G es el radio de giro de la sección transversal y K' es un parámetro a dimensionado: [46]

$$\left\{\rho\frac{\partial^2}{\partial t^2} w(t,x) + E r_G^2 \frac{\partial^2}{\partial x^4} w(t,x)\right\} - \left\{{r_G}^2 \frac{\partial^4}{\partial t^2\,\partial x^2} w(t,x)\right\} - \left\{{r_G}^2\left(\frac{E}{K'G}\frac{\partial^4}{\partial t^2\,\partial x^2} w(t,x) - \frac{\rho}{K'G}\frac{\partial^4}{\partial t^4} w(t,x)\right)\right\} = 0 \qquad [58]$$

Si retenemos solo el primer término entre corchetes se obtiene la ecuación de Euler-Bernoulli: $\rho\frac{\partial^2}{\partial t^2} w(t,x) + E r_G^2 \frac{\partial^4}{\partial x^4} w(t,x) = 0$ [59]

Esta ecuación ya presenta dispersión: la velocidad de fase $c_f(k) = c_E\, r_G\, k$ depende del número de ondas, y por tanto de la frecuencia.

[46] S. Timoshenko, Vibration Problems in Engineering, Van Nostrand, New York, 1937.

Para una barra con ambos extremos libres, las condiciones en la frontera son $\frac{\partial^2}{\partial x^2} w(t,0) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} w(t,l) = 0$ (se desprende de anular el momento flector) y $\frac{\partial^3}{\partial x^3} w(t,0) = \frac{\partial^3}{\partial x^3} w(t,l) = 0$ (se desprende de anular la fuerza de corte).

Sustituyendo en [58] la solución tentativa $w(t,x) = sen\ (\omega\ t)\ U(x)$ se obtiene:

$$U(x) = A(\cos kx + \cosh kx) + B(sen\ kx + senh\ kx)$$

La frecuencia angular y el número de ondas se vinculan a través de la relación de dispersión: $$\omega = c_E\, r_G k^2 \quad [60]$$

Para que existan soluciones no triviales debe verificarse esta restricción sobre los números de onda: $$\cos(kl)\ \cosh(kl) = 1 \quad [61]$$

De [61] y [60] se deducen los siguientes valores para las frecuencias angulares de vibración libre-libre: $$\omega_n = C_n \frac{c_E\, r_G}{l^2} \quad [62]$$

Las frecuencias correspondientes a los primeros tres modos (hay una solución que implica $\omega = 0$) resultan de tomar $C_1 = 22.4$, $C_2 = 61.7$ y $C_3 = 121$: [47]

$$\omega_1 = 22.4 \frac{c_E\, r_G}{l^2} \qquad \omega_2 = 61.7 \frac{c_E\, r_G}{l^2} \qquad \omega_3 = 121 \frac{c_E\, r_G}{l^2}$$

La Figura 2.11 muestra los patrones espaciales correspondientes a los primeros tres modos normales de flexión libre-libre de acuerdo con la ecuación [59]:

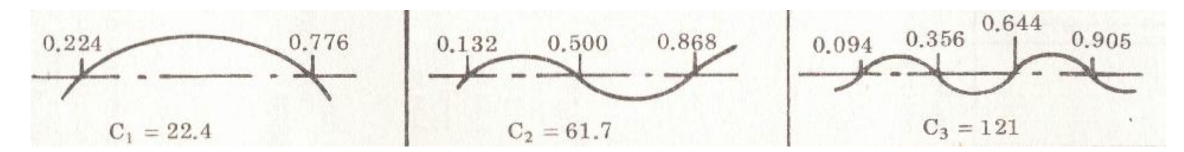


Figura 2.11

En la Figura 2.11 se toma la longitud de la barra como unidad y se indica la posición de los nodos a lo largo del eje de la barra. En el primer modo normal los nodos son dos y se encuentran a una distancia, respecto del extremo izquierdo de la barra, $0.224\ l$ y $0.776\ l$ respectivamente. Para el segundo modo normal los nodos son tres, ubicados en $0.132\ l$, $0.500\ l$ y $0.868\ l$. Para el tercer modo normal los nodos son cuatro, ubicados en $0.094\ l$, $0.356\ l$, $0.644\ l$ y $0.905\ l$.

Regresando a la ecuación [58] de Timoshenko, los otros dos términos entre corchetes en esa ecuación son correcciones sucesivas: por *inercia rotatoria* $r_G{}^2 \frac{\partial^4}{\partial t^2\, \partial x^2} w(t,x)$ y por *deformación de cizalla* $r_G{}^2 \left(\frac{E}{K'G} \frac{\partial^4}{\partial t^2\, \partial x^2} w(t,x) - \frac{\rho}{K'G} \frac{\partial^4}{\partial t^4} w(t,x) \right)$.

Teniendo en cuenta la ecuación [58] completa, Spinner, Richard y Teft propusieron la siguiente fórmula para determinar el módulo de Young del material [48] a partir de la

[47] P. Laura y J. Pombo, Introducción a la Dinámica Estructural, EUDEBA, Buenos Aires, 1980.

[48] S. Spinner, W. Richard y W. Teft, A comparison of experimental and theoretical relations between Young´s modulus and the flexural and longitudinal resonance frequencies of uniform bars, Journal of Research, National Bureau of Standards-A, Physics and Chemistry, 64 A (2):147-155.

frecuencia de resonancia $f_R = \frac{\omega_R}{2\pi}$ del modo fundamental de vibración por flexión, la longitud l y el grosor h de la barra, la densidad ρ del material y un factor de corrección T_1 correspondiente al modo fundamental de vibración:

$$E = 0.9465\, \rho\, f_R^2\, \frac{l^4}{h^2}\, T_1 \quad [63]$$

Más adelante se verán las fórmulas análogas a la [63] que corresponden a modos de vibración por flexión de orden superior al primero. [49]

2.3 Modelos para describir la propagación de ondas mecánicas en tres dimensiones espaciales.

2.3.1 Ecuaciones del movimiento en 3-D

Consideremos ahora las ecuaciones generales del movimiento en tres dimensiones espaciales en coordenadas cartesianas ortogonales:

$$\rho\, \frac{\partial^2}{\partial\, t^2} u(t,x,y,z) = \frac{\partial}{\partial\, x}\sigma_{xx} + \frac{\partial}{\partial\, y}\sigma_{xy} + \frac{\partial}{\partial\, z}\sigma_{xz} + \rho f_x \quad [1\ a]$$

$$\rho\, \frac{\partial^2}{\partial\, t^2} v(t,x,y,z) = \frac{\partial}{\partial\, x}\sigma_{yx} + \frac{\partial}{\partial\, y}\sigma_{yy} + \frac{\partial}{\partial\, z}\sigma_{yz} + \rho f_y \quad [1\ b]$$

$$\rho\, \frac{\partial^2}{\partial\, t^2} w(t,x,y,z) = \frac{\partial}{\partial\, x}\sigma_{zx} + \frac{\partial}{\partial\, y}\sigma_{zy} + \frac{\partial}{\partial\, z}\sigma_{zz} + \rho f_z \quad [1\ c]$$

Las funciones f_i $(i = x, y, x)$ son las densidades de fuerza de volumen por unidad de masa. De ahora en más supondremos que se anulan.

Para un medio lineal elástico sin respuesta diferida, isótropo, pero no necesariamente homogéneo, donde $\lambda = K - \frac{2}{3}\, G$ es uno de los parámetros de Lamé (el otro es el módulo G de rigidez transversal o de cizalla):

$\sigma_{xx} = \lambda\, e + 2\, G\, \varepsilon_{xx}$ [2 a] $\sigma_{yy} = \lambda\, e + 2\, G\, \varepsilon_{yy}$ [2 b] $\sigma_{zz} = \lambda\, e + 2\, G\, \varepsilon_{zz}$ [2 c]

$\sigma_{xy} = G\, \varepsilon_{xy}$ [2 d] $\sigma_{yz} = G\, \varepsilon_{yz}$ [2 e] $\sigma_{zx} = G\, \varepsilon_{zx}$ [2 f]

La dilatación cúbica $e = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}$, las deformaciones $\varepsilon_{i,j} = \varepsilon_{j,i}$ y los esfuerzos $\sigma_{i,j} = \sigma_{j,i}$ fueron introducidas en la parte final de la sección 1.5.

[49] Un desarrollo detallado de las vibraciones forzadas longitudinales y transversales de una barra delgada de un material viscoelástico lineal general puede hallarse en el informe de mis antiguos compañeros de trabajo, Antonio M. F. Trianón Rainusso y Jorge Griego, Contribución al problema de identificación de los parámetros de un medio viscoelástico lineal, Laboratorio de Vibraciones y Ultrasonidos, Departamento de Física, Facultad de Humanidades y Ciencias, Universidad de la República, Uruguay, 1983. Plantearon una dinámica con variables ocultas, basada en la termodinámica lineal de procesos irreversibles, para obtener modelos paramétricos de los materiales viscoelásticos. Dedujeron las fórmulas aproximadas [36] y [37] para un material viscoelástico lineal general sometido a vibraciones longitudinales. Extendieron los resultados a las vibraciones transversales de una barra viscoelástica. Mediante un equipo diseñado y construido por los autores, estos midieron los parámetros viscoelásticos de una varilla de vidrio cuando se la sometió a vibraciones forzadas de flexión y durante el decaimiento de las oscilaciones de flexión luego de un impacto.

Expresando las deformaciones en términos de los desplazamientos y sustituyendo [2] en [1] resultan las ecuaciones aplicables a la propagación de las ondas mecánicas:

$$\rho\ \frac{\partial^2}{\partial\, t^2}u = \frac{\partial}{\partial\, x}\left(\lambda\ \left(\frac{\partial}{\partial\, x}u + \frac{\partial}{\partial\, y}v + \frac{\partial}{\partial\, z}w\right) + 2\ G\ \frac{\partial}{\partial\, x}u\right) + \left(G\ \left(\frac{\partial}{\partial\, y}u + \frac{\partial}{\partial\, x}v\right)\right) + \frac{\partial}{\partial\, z}\left(G\ \left(\frac{\partial}{\partial\, z}u + \frac{\partial}{\partial\, x}w\right)\right) \qquad [3\ a]$$

$$\rho\ \frac{\partial^2}{\partial\, t^2}v = \frac{\partial}{\partial\, x}\left(G\ \left(\frac{\partial}{\partial\, x}v + \frac{\partial}{\partial\, y}u\right)\right) + \frac{\partial}{\partial\, y}\left(\lambda\ \left(\frac{\partial}{\partial\, x}u + \frac{\partial}{\partial\, y}v + \frac{\partial}{\partial\, z}w\right) + 2\ G\ \frac{\partial}{\partial\, y}v\right) + \frac{\partial}{\partial\, z}\left(G\ \left(\frac{\partial}{\partial\, y}w + \frac{\partial}{\partial\, z}v\right)\right) \qquad [3\ b]$$

$$\rho\ \frac{\partial^2}{\partial\, t^2}w = \frac{\partial}{\partial\, x}\left(G\ \left(\frac{\partial}{\partial\, z}u + \frac{\partial}{\partial\, x}w\right)\right) + \frac{\partial}{\partial\, y}\left(G\ \left(\frac{\partial}{\partial\, y}w + \frac{\partial}{\partial\, x}v\right)\right) + \frac{\partial}{\partial\, z}\left(\lambda\ \left(\frac{\partial}{\partial\, x}u + \frac{\partial}{\partial\, y}v + \frac{\partial}{\partial\, z}w\right) + 2\ G\ \frac{\partial}{\partial\, z}w\right) \qquad [3\ c]$$

Aunque todas las estructuras están acotadas en el espacio, es conveniente comenzar el análisis de lo que implican las ecuaciones [3] suponiendo un medio infinito en todas direcciones. Esto se puede justificar debido a varios motivos.

En primer lugar, puede ocurrir que las ondas que produce un transductor emisor o una fisura en crecimiento alcancen un transductor receptor sin haberse reflejado ni haber sido absorbidas en una frontera, aunque esta exista. En la figura 2.2 aparece una propagación directa de este tipo.

En segundo lugar, el estudio de la propagación en medios no acotados se puede utilizar como un elemento básico para analizar la interacción con las fronteras de un cuerpo sólido. Por ejemplo, en el caso de la barra viscoelástica delgada considerada al final de la sección 2.1, se impartía un impacto a la barra. Se generan ondas que se propagan desde el punto de impacto hacia el interior de la barra, reflejándose en su frontera una y otra vez, interfiriendo destructiva y constructivamente unas con otras, hasta que se establece un patrón espacial de vibración cuya amplitud se atenúa progresivamente, pero que se puede describir mediante un modelo global unidimensional.

Los paquetes de software disponibles permiten la construcción de versiones discretizada de modelos matemáticos continuos construidos a partir de una versión de las ecuaciones del movimiento (incluyendo o no relaciones constitutivas viscoelásticas), de la geometría del cuerpo sólido considerado y de una representación del impacto en la superficie del cuerpo.

Las corridas de simulación digital permiten reproducir *in silico* diferentes impactos en diferentes ubicaciones sobre la superficie del cuerpo, la propagación, reflexión e interferencia de las ondas, la aparición de patrones espaciotemporales dominantes y su progresiva desaparición cuando el modelo discretizado tiene en cuenta la disipación de la energía mecánica transferida por el impacto.

Finalmente, algunas veces es conveniente considerar cuerpos *semi infinitos,* acotados en una o en dos dimensiones, que guían la propagación de las ondas.

2.3.2 *Ondas planas longitudinales y transversales. Resonancia en losas.*

Ahora supondremos que el medio es homogéneo de modo que los parámetros de Lamé son independientes de la posición y del tiempo.
Exploraremos dos soluciones tentativas de [3] que corresponden a *ondas planas* de frecuencia angular ω que se propagan en dirección creciente del eje x. Los desplazamientos $u(t,x)$ de la primera onda son paralelos al eje x mientras que los desplazamientos de la segunda onda $v(t,x)$ son perpendiculares a ese eje:

$$u(t,x) = exp[i(\omega\, t - k_L\, x)] \quad [4] \qquad y \qquad v(t,x) = exp[i(\omega\, t - k_T\, x)] \quad [5]$$

Sustituyendo cada una de ellas en [3] resulta que efectivamente son soluciones de las ecuaciones del movimiento si $k_L = \frac{\omega}{c_L}$ y $k_T = \frac{\omega}{c_T}$ siendo c_L y c_T , respectivamente, las velocidades de las *ondas primarias*, *longitudinales o de dilatación* y de *las ondas secundarias*, *transversales o de distorsión* (fórmulas 2.1.[5 a] y 2.1.[5 b]):

$$c_L = \sqrt{\frac{\lambda+2G}{\rho}} = \sqrt{\frac{E\,(1-\upsilon)}{\rho\,(1+\upsilon)(1-2\upsilon)}} \qquad [6\ a]$$

$$c_T = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{2\rho\,(1+\upsilon)}} = \sqrt{\frac{1-2\upsilon}{2(1-\upsilon)}}\; c_L \qquad [6\ b]$$

Estos dos tipos de ondas planas fueron revisadas en la sección 2.1 y aparecen representadas en la Figura 2.1 (a) y (b).

Consideremos ahora una losa de un material homogéneo e isótropo, de espesor H, no acotada en las demás dimensiones espaciales. Introducimos el eje x perpendicular a las caras planas de la losa. La cara ubicada en $x = 0$ se encuentra libre de esfuerzos. En la cara ubicada en $x = H$ actúa un esfuerzo normal $\sigma_{xx}(t,H) = \sigma_0\, cos\omega t$. Los demás esfuerzos que pueden actuar sobre la superficie de esa misma cara son nulos. Los campos de desplazamientos $v(t,x)$ y $w(t,x)$ se anulan en todas partes y en todo instante de tiempo.
En esas condiciones se genera una onda longitudinal plana cuyo campo de desplazamientos $u(t,x)$ verifica la ecuación de ondas $\frac{\partial^2}{\partial\, t^2}\, u = c_L^2\, \frac{\partial^2}{\partial\, x^2}\, u$. La solución de esta última ecuación para un estado de régimen de oscilación de la placa es: $u(t,x) = A\, cos(\omega\, t + k_L x) + B\, cos(\omega\, t - k_L x)$
En el interior de la losa:

$$\frac{\sigma_{xx}(t,x)}{\rho\, c_L^2} = \frac{\partial}{\partial\, x}\, u(t,x) = -k_L A\, sen(\omega\, t + k_L x) + k_L B\, sen(\omega\, t - k_L x)$$

De la condición en la frontera $x = 0$ se desprende que $A = B$ mientras que de la condición en la frontera $x = H$ se deprende $A = -\frac{\sigma_0}{\rho\, c_L^2}\, \frac{1}{2k_L sen k_L H}$
Se produce resonancia cuando $k_L H = n\pi\ (n = 1,2, \dots)$
Como $k_L = \frac{\omega}{C_L}$ y $\omega = 2\pi\, f$ resulta que la frecuencia fundamental de resonancia $f_{R,1}$ $(n = 1)$ se relaciona con el espesor de la losa a través de la fórmula:

$$H = \frac{c_L}{2\, f_{R,1}} \qquad [7]$$

Cuando se produce una resonancia, el modelo de propagación que ignora el frotamiento interno en el material predice una amplitud de vibración infinita. Si se tienen en cuenta los procesos disipativos como se hizo en la sección 2.2 al estudiar la resonancia en barras,

esta dificultad desaparece y la amplitud de vibración pasa por un máximo, al variar la frecuencia, para cada resonancia. Como se verá en el capítulo 4, sección 3, la fórmula [7] se puede aplicar para medir, bajo ciertas condiciones, el espesor de losas de hormigón en pavimentos.

2.3.3 *Las ecuaciones del movimiento en forma vectorial. Potenciales escalar y vectorial.*

Para un medio homogéneo, teniendo en cuenta [6 a] y [6 b] las ecuaciones [3] se pueden rescribir así:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}u = (c_L^2 - c_T^2)\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial}{\partial x}u + \frac{\partial}{\partial y}v + \frac{\partial}{\partial z}w\right) + c_T^2\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}u + \frac{\partial^2}{\partial y^2}u + \frac{\partial^2}{\partial z^2}u\right) \qquad [8\ a]$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}v = (c_L^2 - c_T^2)\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial}{\partial x}u + \frac{\partial}{\partial y}v + \frac{\partial}{\partial z}w\right) + c_T^2\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}v + \frac{\partial^2}{\partial y^2}v + \frac{\partial^2}{\partial z^2}v\right) \qquad [8\ b]$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}w = (c_L^2 - c_T^2)\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial}{\partial x}u + \frac{\partial}{\partial y}v + \frac{\partial}{\partial z}w\right) + c_T^2\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}w + \frac{\partial^2}{\partial y^2}w + \frac{\partial^2}{\partial z^2}w\right) \qquad [8\ c]$$

Si los vectores unitarios correspondientes a los ejes x, y, z son $\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}$ respectivamente, introduciendo el campo vectorial de desplazamientos $\vec{s} = u\vec{\imath} + \ \vec{\jmath} + w\,\vec{k}$ las ecuaciones [8] se rescriben en forma compacta:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{s} = c_L^2\ \nabla(\nabla\cdot\vec{s}) - c_T^2\left(\nabla\times(\nabla\times\vec{s})\right) \qquad [9]$$

En [9] aparece el gradiente $\nabla(\mathrm{e})$ de la dilatación cúbica local $e = \nabla\cdot\vec{s} = \frac{\partial}{\partial x}u + \frac{\partial}{\partial y}v + \frac{\partial}{\partial z}w$ y el campo vectorial $\nabla\times(\nabla\times\vec{s})$ que se obtiene aplicando dos veces el *operador rotor* $\nabla\times$ al campo vectorial de desplazamientos. [50]

Recordemos que, en coordenadas cartesianas ortogonales, para un campo vectorial $\vec{A} = A_x\vec{\imath} + A_y\vec{\jmath} + A_z\,\vec{k}$ lo bastante regular el operador divergencia $\nabla\cdot(\quad)$ aplicado a ese campo da como resultado el campo escalar:

$$\nabla\cdot\vec{A} = \frac{\partial}{\partial x}A_x + \frac{\partial}{\partial y}A_y + \frac{\partial}{\partial z}A_z$$

El operador rotor $\nabla\times$ aplicado a ese mismo campo da como resultado el campo vectorial:

$$\nabla\times\vec{A} = \left(\frac{\partial}{\partial y}A_z - \frac{\partial}{\partial z}A_y\right)\vec{\imath} + \left(\frac{\partial}{\partial z}A_x - \frac{\partial}{\partial x}A_z\right)\vec{\jmath} + \left(\frac{\partial}{\partial x}A_y - \frac{\partial}{\partial y}A_x\right)\vec{k}$$

Bajo la forma [9] las ecuaciones del movimiento se pueden aplicar en sistemas de coordenadas curvilíneas. [51]

[50] En el libro de Luis Santaló, Vectores y Tensores con sus Aplicaciones, EUDEBA, Buenos Aires, 1969, se puede hallar un tratamiento completo del análisis vectorial, incluyendo un resumen de sus aplicaciones en mecánica de sólidos.

[51] Sobre esto puede consultarse el libro de José Ruzzante, Ondas Elásticas en Sólidos. Física de la propagación de las ondas elásticas y algunas aplicaciones, Buenos Aires, 2020 o el apéndice al libro de H. Kolsky, Stress Waves in Solids, Dover, New York, 1963.

Todo campo vectorial lo suficientemente regular se puede descomponer (descomposición de Helmholtz) en la suma de un campo cuyo rotor es nulo y un campo cuya divergencia es nula.
En particular podemos descomponer $\vec{s} = \vec{s}_L + \vec{s}_T$ de modo que $\nabla \times \vec{s}_L = \vec{0}$ y $\nabla \cdot \vec{s}_T = 0$ en todo punto del medio y para todo instante de tiempo. En ese caso la [9] da origen a estas dos ecuaciones:

$$\frac{\partial^2}{\partial\, t^2}\vec{s}_L = c_L^2\, \nabla(\nabla \cdot \vec{s}_L) \qquad [10\ a] \qquad\qquad \frac{\partial^2}{\partial\, t^2}\vec{s}_T = -c_T^2\, \big(\nabla \times (\nabla \times \vec{s}_T)\big) \qquad [10\ b]$$

En un medio no acotado el campo $\vec{s}_L$ irrotacional (con rotor nulo) se propaga con velocidad c_L mientras que el campo $\vec{s}_T$ solenoidal (con divergencia nula) se propaga con velocidad c_T .
Se pueden introducir *dos potenciales*, uno *escalar* ϕ y el otro *vectorial* $\vec{\psi}$ tales que $\vec{s}_L = \nabla\phi$ y $\vec{s}_T = \nabla \times \vec{\psi}$. El potencial escalar verifica una ecuación de ondas escalar con velocidad de propagación c_L y el potencial vectorial verifica una ecuación de ondas vectorial con velocidad de propagación c_T .

2.3.4 *Ondas de Rayleigh*

Si el medio está acotado, las condiciones sobre las tensiones, las deformaciones o los desplazamientos en la frontera del medio conducen a un acoplamiento de los campos $\vec{s}_L$ y $\vec{s}_T$ (o en forma equivalente, de las derivadas parciales del potencial escalar y de las componentes del potencial vectorial).
En particular, una frontera plana entre un sólido semi infinito y un vacío (o a efectos prácticos, aire) puede acoplar los campos de modo de producir ondas de superficie del tipo de Rayleigh revisadas en la sección 2.1 y representadas en la Figura 2.3.
Si la frontera plana se ubica en $z = 0$ y el eje z se dirige hacia el interior del sólido, las ecuaciones del movimiento admiten como solución una onda plana que viaja paralela a la superficie, con velocidad c_R , componente v nula y componentes u y w ambas no nulas, pero con amplitudes que disminuyen exponencialmente a medida que aumenta la distancia z a partir de la frontera del medio. Ver la Figura 2.3.
La construcción de la solución que corresponde a las ondas de Rayleigh se facilita partiendo de los potenciales escalar y vectorial. El potencial escalar que corresponde a la situación física viene dado por (siendo $q = k\sqrt{1 - \left(\frac{c_R}{c_L}\right)^2}$):

$$\phi = A\, e^{-qz}\, e^{i(\omega t - kx)} \qquad [11\ a]$$

Si $\mu = k\sqrt{1 - \left(\frac{c_R}{c_T}\right)^2}$ el potencial vectorial presenta en este caso una sola componente no nula:

$$\psi_y = B\, e^{-\mu\, z}\, e^{i(\omega t - kx)} \qquad [11\ b]$$

La velocidad c_R debe ser inferior a las velocidades c_T y c_L porque si así no fuera, los potenciales describirían la propagación de ondas planas no paralelas a la frontera y con amplitudes constantes.
Las amplitudes A y B se relacionan a través de las condiciones en la frontera (en este caso anulación de los esfuerzos normal y tangenciales para $z = 0$). Se obtienen dos ecuaciones lineales homogéneas:

$$(c_R^2 - 2c_T^2)\, A + 2c_T\sqrt{c_T^2 - c_R^2}\, iB = 0 \qquad 2\frac{c_T^2}{c_L}\sqrt{c_L^2 - c_R^2}\; i\, A + (2{c_T}^2 - c_R^2)B = 0$$

Estas ecuaciones poseen soluciones no triviales para las amplitudes A y B solo si se anula el determinante formado por los coeficientes. Anulando ese determinante, después de varios pasos de cálculo se obtiene la siguiente ecuación de sexto grado en $\xi = \frac{c_R}{c_T}$ con $\alpha = \left(\frac{c_T}{c_L}\right)^2 = \frac{(1-2\upsilon)}{2(1-\upsilon)}$:

$$\xi^6 - 8\,\xi^4 + 8(3 - 2\alpha^2)\,\xi^2 - 16(1 - \alpha^2) = 0 \qquad [12]$$

La ecuación [12] posee solo una raíz inferior a c_T , que es la condición necesaria para que los potenciales dados en las ecuaciones [11 a] y [11 b] representen una onda que se propaga paralelamente al plano frontera con desplazamientos cuyas amplitudes disminuyen exponencialmente al aumentar la distancia a la superficie del medio.

En abscisas de la Figura 2.12 aparece el cociente $\frac{c_L}{c_T} = \sqrt{\frac{2(1-\upsilon)}{(1-2\upsilon)}}$ y en ordenadas aparece el cociente $\frac{c_R}{c_T}$, es decir, la velocidad de las ondas de Rayleigh relativa a la velocidad de las ondas S.

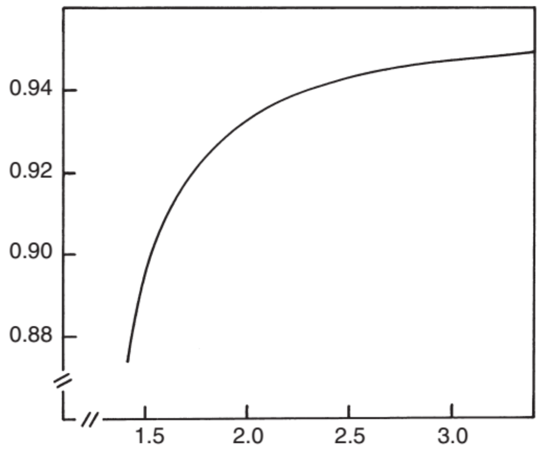


Figura 2.12

La ecuación [2.1.6] cuando se tiene en cuenta que $c_{f,S} = c_T$, da una muy buena aproximación para calcular c_R en función de c_T y del módulo de Poisson.

2.3.5 *Vibraciones en cuerpos acotados de tres dimensiones. Modos normales de vibración libre. Modos de vibración forzada.*

Las vibraciones mecánicas de pequeña amplitud de un cuerpo sólido se pueden estudiar mediante modelos matemáticos lineales como el que conduce a la ecuación [9] para el campo de desplazamientos $\vec{s}(t, \vec{r})$ de un cuerpo homogéneo e isótropo, en ausencia de procesos de disipación de la energía mecánica.

$\vec{x} = x\,\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\,\vec{k}$ es el vector de posición del punto del cuerpo cuyo desplazamiento se considera.

Si una parte de la frontera del cuerpo se encuentra libre de fuerzas, allí la tensión en la frontera y por tanto las componentes del estado de esfuerzos en la frontera (la tensión normal a la frontera y las dos componentes de la tensión de cizalla paralelas a la frontera) debe anularse.

Si en el resto de la frontera el desplazamiento no varía con el tiempo, la velocidad $\frac{\partial \vec{s}}{\partial t}$ con la que varía el desplazamiento es nula. Entonces, en ambos casos no hay intercambio de energía entre el cuerpo sólido y su ambiente.
En lo que sigue admitimos que el cuerpo está cargado en forma estática y sometido a una combinación de libre de fuerzas en una parte de la frontera y velocidad nula en otra parte de la frontera.

Supongamos que el cuerpo se encuentra en reposo ($\vec{s}(t,\vec{x}) = \vec{0}$ en todo punto $\vec{x}$) hasta un cierto instante de tiempo. En ese momento se introduce una perturbación súbita en la frontera o en el interior del cuerpo.
Se generan ondas P, S y posiblemente R que viajan en todas las direcciones, se reflejan y se convierten modos una y otra vez, hasta que se establece un estado global de vibración en todo el cuerpo.
Este estado vibratorio se puede expresar como la superposición de un conjunto de modos de vibración característicos del cuerpo, denominados *modos normales*, tales que todos los puntos del cuerpo oscilan a la misma frecuencia, característica del modo. [52]
Si sustituimos en [9] la solución tentativa $\vec{s}(t,\vec{x}) = cos(\omega\, t + \theta)\, \vec{s}_0(\,\vec{x})$ obtenemos la ecuación:

$$-\,\omega^2 \vec{s}_o(\,x) = c_L^2\, \nabla\big(\nabla \cdot \vec{s}_o(\,\vec{x})\big) - c_T^2\, \Big(\nabla \times \big(\nabla \times \vec{s}_o(\,\vec{x})\big)\Big) \qquad [13]$$

Esta ecuación para $\vec{s}_o(\,\vec{x})$ se pueden resolver, teniendo en cuenta las condiciones en la frontera asumidas previamente, para un conjunto discreto de frecuencias de oscilación posibles $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{n,}$ ...
Para cada frecuencia angular ω_n hay un patrón espacial de vibración $\vec{s}_n(\,\vec{x})$.
Se pueden hallar los patrones espaciales de vibración aun cuando la densidad y los módulos de rigidez varían en forma regular de un punto a otro del cuerpo, y por tanto las velocidades de las ondas longitudinales (P) y transversales (S) dependen del punto del cuerpo considerado.
El modo de vibración correspondiente se denomina *modo normal*, *modo natural* o *modo de vibración libre*.
Se puede expresar mediante el producto de una oscilación armónica a la frecuencia angular ω_n y la variación espacial de las amplitudes del movimiento $\vec{s}_n(\,\vec{x})$:

$$cos[\omega_n\, t + \theta_n]\;\; \vec{s}_n(\,\vec{x}) \qquad [14]$$

Integrando sobre la totalidad de la región B ocupada por el cuerpo, a partir de la ecuación general del movimiento $\rho\, \frac{\partial^2}{\partial t^2}\, \vec{s} = \nabla \cdot \tilde{\sigma}$ del cuerpo sólido en vibración libre, se encuentra que los patrones espaciales de diferentes modos normales son ortogonales entre sí: [53]

---

[52] A. Sommerfeld, Mechanics of Deformable Bodies, Academic Press, New York, 1950; A. Sommerfeld, Partial Differential Equations in Physics, Academic Press, New York, 1964; G. Nadeau, Theory of elasticity, Holt, Rinehart and Winston, New York, 1964.

[53] La fórmula [15 a] se puede deducir partiendo de la ecuación del movimiento para vibración libre, sustituyendo en esta ecuación la solución tentativa $\vec{s}(t,\vec{r}) = f(t)\; \vec{s}(\vec{r})$. En un material lineal elástico, sin respuesta diferida en la escala de las vibraciones libres, resulta $\tilde{\sigma}(t,\vec{r}) = f(t)\; \tilde{\sigma}(\vec{r})$. Entonces de la ecuación del movimiento se desprende que $\ddot{f}(t) = -\omega^2 f(t)$ con ω real. Utilizando las condiciones en la frontera para introducir los modos normales naturales $\vec{s}_n$, se obtiene el espectro de frecuencias naturales ω_n y la expresión [14]. Comenzando con $-\rho\; \omega_n^2\; \vec{s}_n = \nabla \cdot \tilde{\sigma}_n$, luego de varios pasos de cálculo se obtiene [15 a]. Ver, por ejemplo, el libro de G. Nadeau, Theory of elasticity, Holt, Rinehart and Winston, New York, 1964. También se puede consultar el artículo de R. R. Suárez-Antola, The region of influence of

$$\iiint_B \rho(\vec{x})\ \vec{s}_m(\vec{x}) \cdot \vec{s}_n(\vec{x})\, dV = 0\ (m \neq n) \quad [15\ a]$$

Se pueden normalizar los modos imponiendo la restricción:

$$\iiint_B \vec{s}_n(\vec{x}) \cdot \vec{s}_n(\vec{x})\, dV = 1 \quad [15\ b]$$

En ese caso, un estado de vibración general se puede expresar superponiendo modos normales e introduciendo una amplitud A_n para cuantificar el aporte de cada modo al campo total de desplazamientos:

$$\vec{s}(t, \vec{r}) = \sum_{n=1}^{+\infty} A_n\, cos(\omega_n\, t + \theta_n)\, \vec{s}_n(\vec{x}) \quad [16]$$

La descomposición del campo de desplazamientos en modos normales también se puede aplicar cuando no se pueden ignorar los procesos disipativos en el material.
Se puede expresar el campo de desplazamientos en términos de modos normales amortiguados:

$$\vec{s}(t, \vec{x}) = \sum_{n=1}^{+} A_{*n} exp[-\alpha_{n*}\, t]\, cos(\omega_{*n}\, t + \theta_{*n})\, \vec{s}_{*n}(\vec{x}) \quad [17]$$

Las frecuencias de los modos normales en presencia de procesos disipativos ω_{*n} se relacionan con las frecuencias ω_n en ausencia de disipación de energía mecánica en forma análoga a la estudiada en la sección 2.2 para las oscilaciones longitudinales amortiguadas de una barra delgada. También resultan menores que las ω_n , si no se tiene en cuenta la posibilidad del denominado *amortiguamiento estructural* en el modelo matemático de la dinámica del cuerpo.
Los modos normales o de vibración libre de fuerzas externas están determinados por completo por las propiedades del cuerpo que vibra. Un modo normal se caracteriza por una frecuencia angular, un coeficiente de amortiguamiento y un patrón espacial de amplitud de vibración (forma modal).

Cuando el cuerpo se encuentra sometido a fuerzas oscilatorias externas, de frecuencia ω, aparecen respuestas en régimen denominadas *modos de vibración forzada*.
El campo de desplazamientos de los modos de vibración forzada *depende tanto de las propiedades del cuerpo que vibra como de las características de las fuerzas externas (de sus frecuencias y de la distribución de sus amplitudes*).
Como el modelo del sistema es lineal, si actúan varias excitaciones externas con diferentes frecuencias, el desplazamiento forzado en régimen es la suma de los desplazamientos correspondientes a cada excitación armónica.

Revisemos brevemente las características de vibración armónica forzada en un cuerpo constituido por un material lineal elástico sin procesos disipativos (sin respuesta retardada en la escala de tiempo de las vibraciones).
Comencemos por expresar el campo de desplazamientos como combinación de modos normales de vibración libre: $\vec{s}(t, \vec{x}) = \sum_{n=1}^{+\infty} q_n(t)\ \vec{s}_n(\vec{x})$ [18]
Las funciones $q_n(t)$ se relacionan con el campo de desplazamientos a través de la ecuación siguiente, que se desprende de [14] y [18]:

$$q_n(t) = \int_B \rho(\vec{x})\, \vec{s}(t, \vec{x}) \cdot \vec{s}_n(\vec{x})\, dV \quad [19]$$

---

significant defects and the mechanical vibrations of linear elastic solids, Proceedings of the XI DINAME 2005, ABCM, S.P. Brazil.

La integral se extiende a toda la región B ocupada por el cuerpo.
Ahora es preciso especificar las ecuaciones de evolución de estas funciones del tiempo.
El conjunto de modos normales de vibración libre permite expresar campos vectoriales y tensoriales, que se puedan construir a partir de $\vec{s}(t,\vec{x})$, en forma de desarrollos en serie de funciones de estos modos con coeficientes $q_n(t)$.
Así los tensores de deformación [1.5.22 a] y de esfuerzo [1.5.22 b] se pueden representar así:

$$\tilde{\varepsilon}(t,\vec{x}) = \sum_{n=1}^{+\infty} q_n(t)\ \tilde{\varepsilon}_n(\vec{x}) \qquad [20\ a]$$

$$\tilde{\sigma}(t,\vec{x}) = \sum_{n=1}^{+\infty} q_n(t)\ \tilde{\sigma}_n(\vec{x}) \qquad [20\ b]$$

La energía cinética $T = \frac{1}{2}\int_B \rho\ (\frac{\partial}{\partial t}\vec{s} \cdot \frac{\partial}{\partial t}\vec{s})\ dV$ del cuerpo que vibra, teniendo en cuenta [18] y [14]: $T = \sum_{m,n=1}^{+\infty} \dot{q}_m\ \dot{q}_n\ \left\{\int_B \rho\left(\vec{s}_{0,m}\cdot\vec{s}_{0,n}\right) dV\right\} = \sum_{m=1}^{+\infty} M_m\ \dot{q}_m{}^2$ [21]

En [21], por definición $\qquad M_m = \int_B \rho\left(\vec{s}_{0,m}\cdot\vec{s}_{0,m}\right) dV$ [22]

Se denomina *constante de masa estructural* asociada al m-ésimo modo normal.

Teniendo en cuenta que $\int_B (\tilde{\sigma}_m \colon \tilde{\varepsilon}_n)\ dV = 0$ si $m \neq n$ (donde el símbolo : representa el doble producto escalar de tensores) la energía potencial del cuerpo se puede expresar así [54]

$$U = \frac{1}{2}\int_B \tilde{\sigma}(t,\vec{x}) * \tilde{\varepsilon}(t,x)\ dV \qquad [23\ a]$$

$$U = \frac{1}{2}\sum_{m,n=1}^{+\infty} q_m\ q_n\ \int_B (\tilde{\sigma}_m \colon \tilde{\varepsilon}_n)\ dV = \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{+\infty} K_m\ q_m{}^2 \qquad [23\ b]$$

En [23 b], por definición: $\qquad K_m = \int_B (\tilde{\sigma}_m \colon \tilde{\varepsilon}_m)\ dV$ [24]

Se denomina *constante de rigidez estructural* asociada al m-ésimo modo normal.

Si representamos por ∂B la superficie del cuerpo, por $\vec{f}(t,\vec{x})$ la densidad de fuerza por unidad de masa y por $\vec{t}(t,\vec{x}) = \vec{n}(\vec{x})\cdot\tilde{\sigma}(t,x)$ la fuerza por unidad de área de la superficie frontera del cuerpo ∂B con $\vec{n}(\vec{x})$ representando el campo de vectores unitarios normales a cada punto $\vec{x}\epsilon\partial B$ de la frontera, apuntando hacia afuera del cuerpo, entonces la velocidad de variación de la energía mecánica $T+U$ se relaciona con la potencia producida por las fuerzas de superficie y de volumen así:

$$\frac{d}{dt}(T+U) = \int_{\partial B}\frac{\partial}{\partial t}\vec{s}\,(t,\vec{x})\cdot\vec{t}(t,\vec{x})\ dV + \int_B \frac{\partial}{\partial t}\vec{s}(t,\vec{x})\cdot\rho(x)\vec{f}\,(t,\vec{x})\ dV \qquad [25]$$

$$\int_{\partial B}\frac{\partial}{\partial t}\vec{s}\,(t,\vec{x})\cdot\vec{t}(t,\vec{x})\ dV = \sum_{m=1}^{+\infty}\left(\int_{\partial B} \vec{s}_m(\vec{x})\cdot\vec{t}(t,\vec{x})\ dV\right)\dot{q}_m \qquad [26\ a]$$

$$\int_B \frac{\partial}{\partial t}\vec{s}(t,\vec{x})\cdot\rho(\vec{x})\,\vec{f}\,(t,\vec{x})\ dV = \sum_{m=1}^{+\infty}\left(\int_{\partial B} \vec{s}_m(\vec{x})\cdot\rho(\vec{x})\vec{f}(t,\vec{x})\ dV\right)\dot{q}_m \qquad [26\ b]$$

Sumando [26 a] con [26 b] se obtiene a partir de [25]:

$$\frac{d}{dt}(T+U) = \sum_{M=1}^{+\infty} Q_{e,m}\,\dot{q}_m \qquad [27]$$

Por definición: $\quad Q_{e,m} = \left(\int_{\partial B} \vec{s}_m(\vec{x})\cdot\vec{t}(t,\vec{x})\ dV\right) + \left(\int_{\partial B} \rho(\vec{x})\ \vec{s}_m(\vec{x})\cdot\vec{f}(t,\vec{x})\ dV\right)$ [28]

[54] G. Nadeau, Theory of elasticity, Holt, Rinehart and Winston, New York, 1964.

Esta es la fuerza generalizada asociada al modo m-ésimo. También se puede utilizar si en la frontera o en el interior del cuerpo hay fuerzas puntuales. Si la única fuerza es $\vec{F}(t,\ \vec{x}_j)$, una fuerza puntual aplicada en el punto de vector de posición $\vec{r}_j$ entonces, de [18]:

$$Q_{e,m} = \vec{s}_m(\ \vec{x}_j) \cdot \vec{F}(t,\ \vec{x}_j\ ) = \left(\frac{\partial}{\partial q_m}\vec{s}(t,\ \vec{x}_j)\right) \cdot \vec{F}(t,\ \vec{x}_j\ ) \qquad [29]$$

Cuando hay una única fuerza aplicada y esta es puntual, ubicada en $\vec{x}_j$, resulta que si en $\vec{x}_j$ hay un nodo del modo normal m-ésimo, es decir $\vec{s}_m(\ \vec{x}_j) = \vec{0}$ entonces esta fuerza no aporta a la fuerza generalizada $Q_{e,m}$. Claro que si para otro modo normal $\vec{s}_n(\ \vec{x}_j) \neq \vec{0}$ la fuerza puntual hará un aporte a $Q_{e,n}$.
Si hay N fuerzas puntuales ubicadas en $\{\vec{x}_{1,}\vec{x}_{2,} \cdots \vec{x}_N\}$ se suman cada una de sus contribuciones para obtener el aporte que hacen a la fuerza generalizada $Q_{e,m}$.
Si hay fuerzas puntuales y fuerzas distribuidas en la superficie y en el interior del cuerpo se suman todas las contribuciones para obtener $Q_{e,m}$.

Puesto que de [21] y [23] se desprende que $\frac{d}{dt}(T+U) = \sum_{m=1}^{+\infty}(M_m\ddot{q}_m + K_m\ q_m)\ \dot{q}_m$, mientras que de esta última ecuación junto con la ecuación [27] se obtiene: $\sum_{m=1}^{+\infty}(M_m\ddot{q}_m + K_m\ q_m - Q_{e,m})\ \dot{q}_m = 0$

Puesto que los modos normales se pueden excitar en forma independiente, esta última ecuación implica la siguiente:

$$M_m\ddot{q}_m + K_m\ q_m = Q_{e,m} \qquad [30]$$

Si añadimos en el miembro a la derecha de la igualdad de la ecuación [27], una contribución $\sum_{m=1}^{+\infty} Q_{d,m}\ \dot{q}_m$ debida a los procesos disipativos en el cuerpo en vibración, de modo que queda $\sum_{m=1}^{+\infty} Q_{d,m}\ \dot{q}_m + \sum_{M=1}^{+\infty} Q_{e,m}\ \dot{q}_m$, procediendo de igual forma deducimos la ecuación:

$$M_m\ddot{q}_m + K_m\ q_m = Q_{e,m} + Q_{d,m} \qquad [31]$$

Si suponemos una amortiguación viscosa $Q_{d,m} = -C_{v,m}\dot{q}_m$ obtenemos finalmente la dinámica de la amplitud $q_m(t)$ del m-ésimo modo forzado y amortiguado:

$$M_m(\ \ddot{q}_m + 2\ \zeta_m\ \omega_m\dot{q}_m +\ \omega_m{}^2 q_m) = Q_{e,m} \qquad [32]$$

En [32], por definición, $\omega_m{}^2 = \frac{K_m}{M_m}$ es la frecuencia natural de vibración del m-ésimo modo y $\zeta_m\ = \frac{C_{v,m}}{2\ M_m\omega_m}$ es su coeficiente a-dimensional de amortiguamiento viscoso.

A partir de la fórmula [19] se puede hallar los valores iniciales de $q_m(t)$ y de $\dot{q}_m(t)$ si se conocen de los valores iniciales de $\vec{s}(t,\vec{x})$ y $\frac{\partial}{\partial\ t}\vec{s}(t,\vec{x})$.
Entonces se puede construir la solución $q_m(t)$ de la ecuación [32], para cada modo normal, ya sea en régimen de oscilación establecida o con un transitorio.
Luego determinamos $\vec{s}(t,\vec{x}) = \sum_{m=1}^{+\infty} q_m(t)\ \vec{s}_m(\ \vec{x})$ y a partir del campo de desplazamientos $\vec{s}(t,\vec{x})$ determinamos los estados de deformación $\vec{\varepsilon}(t,\vec{x})$,

relacionándolos con los estados de esfuerzo $\tilde{\sigma}(t,\vec{x})$ a través de la relación constitutiva asignada al material del cuerpo en vibración.
Si la fuerza generalizada oscila como $Q_{e,m}(0)\ cos\omega t$ a una frecuencia ω con amplitud $Q_{e,m}(0)$, la solución en régimen de la ecuación [32] se puede escribir así:

$$q_m(t) = q_{m,0}(\omega)\ \ cos(\omega\, t - \varphi_m) \qquad [33\ a]$$

La amplitud de vibración $q_{m,0}(\omega)$ viene dada por la fórmula:

$$q_{m,0}(\omega) = \frac{Q_{e,m}(0)}{M_m}\ \frac{1}{\sqrt{\left(\omega_m^2-\omega^2\right)^2+4\zeta_m^2\ \omega_m^2\omega^2}} \qquad [33\ b]$$

Pasa por un máximo para la frecuencia de resonancia:

$$\omega_{d,m} = \omega_m\sqrt{1-\zeta_m^2} \qquad [34]$$

En [33] el ángulo de desfasaje $\varphi_m(\omega)$ entre el desplazamiento generalizado correspondiente al m-ésimo modo normal (salida) y la fuerza generalizada m-ésima (entrada) verifica:

$$tg\ \varphi_m(\omega) = \frac{2\,\zeta_m\ \omega_m\,\omega}{(\omega_m^2-\omega^2)} \qquad [35]$$

Si se excita el modo m-ésimo mediante un impacto, la respuesta es una oscilación amortiguada:

$$q_m(t) = A_m\ exp[-\zeta_m\ \ \omega_m\ t]\ \ cos\big(\omega_{d,m}\, t + \theta_m\big) \qquad [36]$$

Cuando ω se aproxima por debajo a ω_m el desfasaje entre la respuesta y la entrada se aproxima a $\frac{\pi}{2}$ radianes. La identificación de la frecuencia para la cual se produce este desfasaje permite determinar la frecuencia natural de vibración no amortiguada ω_m mediante un ensayo de excitación oscilatoria con frecuencia variable. El decaimiento de la amplitud del modo luego de un ensayo por impacto permite determinar $\zeta_m\ \ \omega_m$ y si se ha medido ω_m en un ensayo de vibraciones forzadas, se puede determinar el coeficiente de amortiguamiento viscoso ζ_m .

Con fines prácticos los desarrollos en serie que involucran los modos naturales de vibración se truncan a partir de un índice N y se trabaja con una aproximación para el campo de desplazamientos:

$$\vec{s}(t,\vec{x}) \cong \sum_{m=1}^{N} q_m(t)\ \ \vec{s}_m(\ \vec{x})$$

Cuando el cuerpo que vibra es una placa, una columna, un mástil o una viga, cuyas condiciones de frontera y estado de carga (cuando forma parte de una estructura) son conocidas, se pueden construir modelos de medio continuo más simples en 2-D (placa) o 1-D (columna, mástil o viga). [55]

2.4 Radiación en un medio homogéneo e isótropo. Campo cercano y campo lejano. Relación entre la potencia emitida y la potencia recibida: fórmula de Friis.

[55] J. L. Humar, Dynamics of Structures, CRC Press, Boca Raton, 2012; S. Graham Kelly, Mechanical Vibrations: Theory and Applications, CENGAGE Learning, New York, 2012; S. Sung, D. Culver, D. Nefske y E. Dowell, Asymptotic Modal Analysis of Structural and Acoustic Systems, Morgan & Claypool, 2021.

Un transductor emisor contacta al material ensayado en una superficie plana, que podemos asimilar a un círculo de diámetro d . Supongamos que oscila como un pistón con movimiento armónico simple, perpendicular al material ensayado y excita fundamentalmente ondas longitudinales (pero también transversales y de Rayleigh) en todos los puntos de esa superficie. [56] El transductor radia a una frecuencia $\omega = 2\pi f$.

La superficie del material ensayado que rodea al pistón radiante se supone que se mantiene en reposo.
Esas ondas se pueden concebir como una sucesión de ondas armónicas esféricas emitidas por radiadores elementales que cubren toda la superficie del círculo, vibran en fase perpendicularmente a la superficie del transductor y se propagan hacia el interior del cuerpo ensayado con amplitudes inversamente proporcionales a la distancia como muestra la fórmula 2.1.[1 b].
Se puede emplear el principio de Huygens para construir los frentes de onda resultantes de la combinación de estas ondas armónicas esféricas. El resultado se puede interpretar como la superposición de una onda plana que se propaga perpendicular al pistón con una onda difractada de igual amplitud, proveniente del borde del pistón. Cerca del transductor estas ondas interfieren en buena medida destructivamente formando un patrón complejo con puntos donde la amplitud de la radiación es nula y otros donde es máxima: el denominado campo cercano o zona de Fresnel. La extensión N del campo cercano sobre el eje del transductor se puede calcular mediante la fórmula: [57]

$$N = \frac{d^2 - \lambda^2}{4\,\lambda} \qquad \text{para} \qquad \lambda < d \qquad [37]$$

En [37] la velocidad de fase de las ondas se representa por c. Para ondas longitudinales $c = c_P = c_L$. La aproximación $N \cong \frac{d^2}{4\,\lambda} = \frac{f\,d^2}{4\,c}$ se aplica cuando la longitud de onda es pequeña respecto del diámetro del emisor.
Si $\lambda \geq d$ no hay ceros en la amplitud de la radiación. Para $\frac{d}{\lambda} = 0{,}95$ el cálculo de la amplitud de radiación sobre el eje z del pistón, cuando la coordenada z aumenta, indica que esa amplitud primero crece para luego de pasar por un máximo decrecer monótonamente tendiendo a cero cuando $z \to +\infty$.
Más allá del campo cercano la interferencia de las ondas es en buena medida constructiva y la radiación se distribuye en una región cónica cuyo patrón de radiación se conoce como campo lejano o zona de Fraunhofer.
El ángulo γ_0 que forma la frontera del cono de radiación del campo lejano con el semi eje $z > 0$ dirigido hacia el interior del material ensayado, perpendicular al transductor y que pasa por su centro viene dado por la fórmula aproximada:

$$tg\,\gamma_0 \cong 2\,\frac{\lambda}{d} = 2\,\frac{c}{f\,d} \qquad [38]$$

La Figura 2.13 muestra el transductor emisor radiando hacia un *semi espacio* formado por el material ensayado, que se supone es homogéneo e isótropo.

[56] G. Miller y H. Pursey, On the partition of energy between elastic waves in a semi-infinite solid, Proceedings of the Royal Society A, **233**:55–69, 1955.

[57] A. Pierce, Acoustics: An Introduction to Its Physical Principles and Applications, Springer Nature, Cham, 2019.

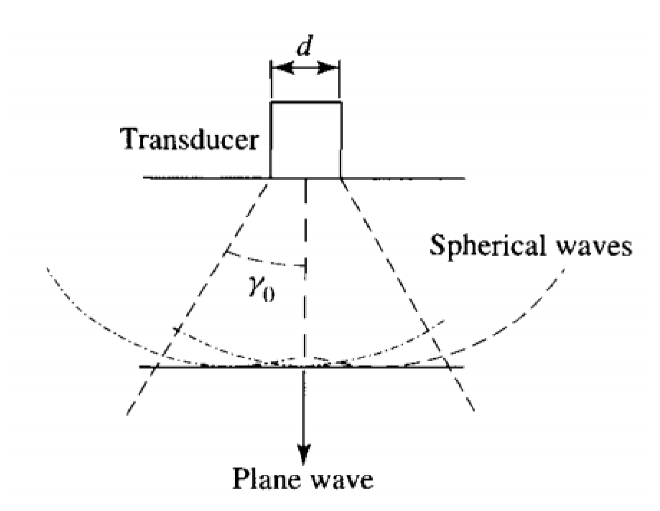


Figura 2.13 (Adaptada de Brian Lempriere, Ultrasound and Elastic Waves, Frequently Asked Questions, Academic Press, Elsevier Science, San Diego (USA), 2002.)

Se representan tres frentes de onda esféricos provenientes de tres puntos de la superficie de contacto del transductor (círculo de diámetro d) y una porción de frente de onda plano, resultante de la interferencia de las ondas esféricas en las proximidades del eje del cono. El número sin dimensiones $\frac{c}{f\,d}$ determina el ángulo γ_0 de apertura del haz en el campo lejano. Cuando tiende infinito (un diámetro del transductor pequeño, una frecuencia baja y una velocidad de fase elevada) el haz diverge cubriendo todo el semi espacio ocupado por el material, y la proporción de energía radiada como ondas transversales aumenta.
Si $\frac{c}{f\,d}$ disminuye aproximándose a cero (un diámetro grande, una frecuencia elevada y una velocidad de fase baja) el haz se estrecha cada vez más y la proporción de energía elástica que se radia como ondas longitudinales es cada vez mayor.
Debido a la simetría del campo acústico producido por el emisor, su amplitud $\mathcal{A}(x, y, z)$ en un punto del semi espacio ocupado por el material es función de la coordenada z y del ángulo $\gamma = arctg\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{z}$ que el radio vector, tomado desde el centro del emisor, forma con el eje z : $\mathcal{A}(x, y, z) = \mathcal{A}(\gamma, z)$
La amplitud $\mathcal{A}(\gamma, z)$ del campo, relativa a su valor $\mathcal{A}(0, z)$ sobre el semieje $z > 0$, se puede expresar aproximadamente mediante la fórmula (en términos de la función de Bessel de primer orden y especie): [58]

$$\frac{\mathcal{A}(\gamma,z)}{\mathcal{A}(0,z)} \cong 2\,\frac{J_1\left(\frac{\pi\,d}{\lambda}\,sen\gamma\right)}{\frac{\pi\,d}{\lambda}\,sen\gamma} \qquad [39]$$

La figura 2.14 muestra el comportamiento de la función $\frac{J_1(v)}{v}$

[58] B. Lempriere, Ultrasound and Elastic Waves, Frequently Asked Questions, Academic Press, Elsevier Science, San Diego (USA), 2002.

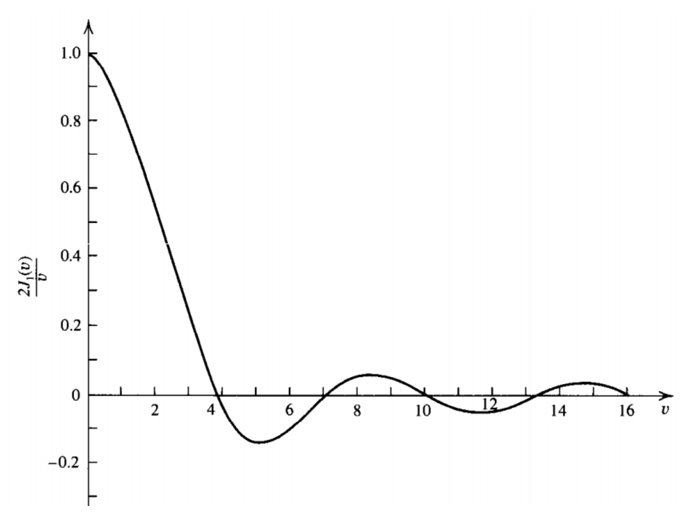


Figura 2.14

En el caso correspondiente a la fórmula [39], $v = \frac{\pi\, d}{\lambda}\ sen\gamma$. Como γ varía entre 0 y $\frac{\pi}{2}$, resulta que v varía ente 0 y $\frac{\pi\, d}{\lambda}$. Como el primer cero de la función $\frac{J_1(v)}{v}$ se encuentra en $v = 3{,}83$, si $\frac{\pi\, d}{\lambda} < 3.83$ el patrón de radiación del emisor consiste en un único lóbulo. Al crecer el ángulo γ a partir de cero, cada vez que $\frac{\pi\, d}{\lambda}\ sen\gamma$ pasa por un cero de $\frac{J_1(v)}{v}$ el patrón de radiación presenta una superficie nodal cónica sobre la cual la amplitud del campo es nula.
Entre cada par de superficies nodales adyacentes el patrón de radiación presenta un lóbulo secundario, como muestra la Figura 2.15 para un caso en el cual $\frac{\pi\, d}{\lambda} = 10$. En lo referente a la intensidad de la radiación, el lóbulo principal es dominante. En la figura se representa en dB las intensidades del patrón de radiación referidas al máximo correspondiente al lóbulo principal, es decir, para $\gamma = 0$, y se indican en grados los ángulos de las dos superficies nodales cónicas que aparecen cuando $\frac{\pi\, d}{\lambda} = 10$.

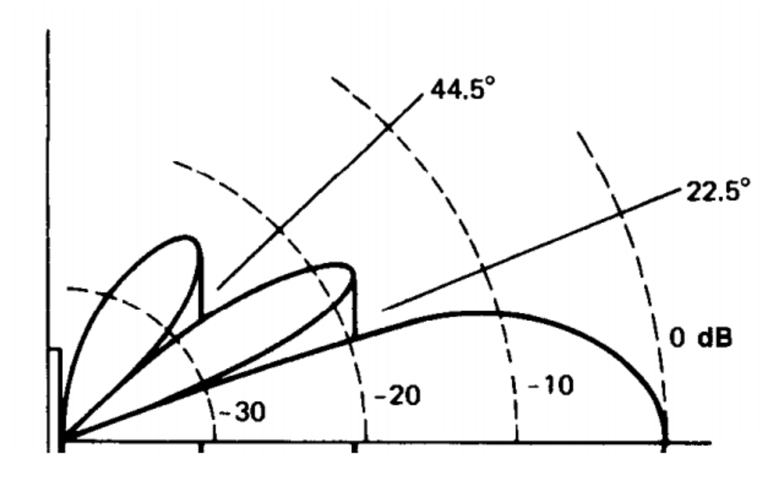


Figura 2.15

La Figura 2.16 muestra los lóbulos principales de los diagramas polares de radiación, para tres valores del cociente entre el diámetro del transductor y la longitud de onda radiada,

en un hormigón cuyo módulo de Poisson $\upsilon = 0{,}2$ y cuya velocidad de propagación para las ondas P es $c_P = 4000\ \frac{m}{s}$.

El patrón de radiación que aparece a la izquierda de la Figura 2.16 posee un lóbulo principal lo bastante estrecho como para que el haz de radiación emitido esté muy focalizado y se parezca un poco a los haces que se emplean en la detección y ubicación de defectos por el método ultrasónico del pulso-eco en metales.

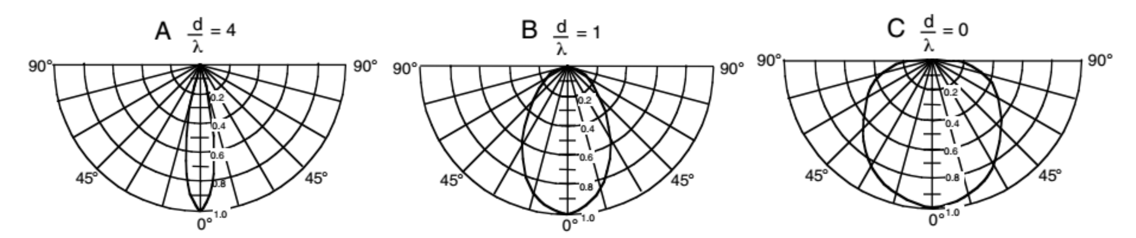


Figura 2.16 (Adaptada del Handbook of Nondestructive Testing of Concrete, capítulo 14: Stress wave propagation methods, CRC Press, Boca Raton, 2004.)

Si la frecuencia del transductor utilizado fuera de $f = 100\ kHz$ (lo bastante baja como para poder utilizarlo en hormigón) el diámetro del transductor debería ser igual a $d = 4\,\lambda = 4\frac{c_P}{f} = 0{,}16\ m$.

En el medio de la Figura 2.16 requeriría un transductor de 0,04 m para el mismo hormigón y la misma frecuencia de operación. Este diámetro es compatible con los 0,05 m de diámetro de los transductores que por lo general se utilizan en el ensayo de hormigones por determinación de los pulsos de tránsito, pero el haz de ondas P emitido está menos focalizado. Si bien los hay de mayor frecuencia, la frecuencia más común que se emplea en el método de los tiempos de tránsito es 54 kHz. En este caso para tener la misma direccionalidad que a 100 kHz el diámetro del transductor debería ser de aproximadamente 0,08 m.

A la derecha en la Figura 2.16 aparece el diagrama polar cuando el diámetro del transductor es varios órdenes de magnitud inferior a la longitud de onda.

Como se verá en el capítulo 6, los procesos de difusión de la radiación que se producen fundamentalmente en las interfaces entre el agregado grueso y la pasta de cemento modifican los diagramas polares que aparecen en las figuras 2.15 y 2.16 y que se aplican para un medio perfectamente homogéneo e isótropo. En los hormigones, los lóbulos principales se ensanchan y los lóbulos secundarios se atenúan significativamente o desaparecen.

Un mismo transductor que, como los utilizados en los ensayos ultrasónicos de hormigones mediante la medición de los tiempos de tránsito de los pulsos, puede utilizarse tanto para emitir como para recibir ondas mecánicas, se denomina transductor reversible. Aplicando un principio de reciprocidad a los campos acústicos se puede demostrar que las propiedades direccionales del patrón de emisión de un transductor reversible son iguales a las del patrón de recepción. [59]

[59] A. Pierce, Acoustics: An Introduction to Its Physical Principles and Applications, Springer Nature, Cham, 2019; D. Royer y T. Valier-Brasier, Elastic Waves in Solids, volumen 2, ISTE y Wiley, London y New York, 2022.

En suma, la mayor parte de la energía transmitida al cuerpo ensayado se encuentra en el interior de una región cónica cuyo vértice se ubica en el cabezal del emisor. El cociente entre el diámetro del transductor y la longitud de la onda radiada determina las características geométricas del patrón de radiación del pulso.

Consideremos ahora un transductor emisor y un transductor receptor que se encuentra en el campo lejano del emisor.
Supongamos que el emisor introduce una potencia acústica P_E en un material y que un receptor, ubicado a una distancia L del emisor, capta una potencia P_R proveniente del emisor. Si la emisión es monocromática con longitud de onda $\lambda = \frac{c}{f}$, *si el emisor y el receptor apuntan directamente uno hacia el otro*, y si es posible ignorar tanto la atenuación física por absorción de energía mecánica durante el trayecto de las ondas como posibles efectos debidos a las fronteras del medio o a obstáculos interpuestos en ese trayecto, Friis demostró que: $\frac{P_R(f)}{P_E(f)} = \frac{A_R\,A_E}{\lambda^2\ L^2} = \frac{f^2 A_R\,A_E}{c^2\ L^2}$ [40]
En [40] A_R y A_E son las áreas de las denominadas superficies efectivas del receptor y del emisor, respectivamente. [60]
Para los cabezales ultrasónicos utilizados para medir tiempos de tránsito en hormigones, esas áreas son iguales entre sí.
De [40] se desprende que cuanto menor es la frecuencia del emisor, menor es la fracción de la potencia emitida captada por el receptor. Esto se debe a que a menor frecuencia mayor resulta el ancho del lóbulo principal del patrón de emisión del emisor y como consecuencia la potencia emitida se debe repartir en un ángulo sólido mayor.
Si los transductores no se encuentran enfrentados, hay que tener en cuenta la dependencia angular en los patrones de radiación y de recepción. En ese caso la fórmula de Friis no se aplica.

Dejaremos, por el momento, los modelos vibración, de radiación y de propagación en tres dimensiones espaciales.
En el capítulo 4 se estudiarán los modos normales y los modos forzados de vibración de una estructura, las condiciones para poder excitarlos, el amortiguamiento estructural comparado con el amortiguamiento viscoso, y la relación existente entre las frecuencias y los patrones espaciales de estos modos, por un lado, y el daño estructural por el otro.
Los modelos de vibraciones en 3-D, como los resumidos en esta sección del informe, a menudo resultan demasiado complicados y demandantes de recursos computacionales, para cálculo y simulación digital de las dinámicas de las estructuras de hormigón armado. Por este motivo los modelos continuos y los modelos discretos construidos a partir de esos modelos continuos para la simulación digital de aspectos de interés práctico de la dinámica estructural, a menudo se reemplazan por una clase de modelos más simples, denominados modelos discretos con múltiples grados de libertad. En el contexto de estos modelos se definen modos normales de vibración libre y forzada. Se resumirán en el capítulo 4.

---

[60] J. Pierce, Almost all about waves, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1974. Friis obtuvo la formula [40] para la radiación y recepción de ondas electromagnéticas, pero se puede aplicar a la radiación y recepción de ondas mecánicas, reinterpretando adecuadamente el significado de los símbolos.

Las ondas guiadas en placas infinitas (ondas de Lamb) se revisarán en el capítulo 4 sección 3, a propósito de los ensayos no destructivos de pavimentos. La interpretación de la resonancia en profundidad para una losa de pavimento, sometida a una excitación armónica que genera modos de propagación de flexión (antisimétricos), como un efecto debido a la existencia de una frecuencia de corte en un modo simétrico de propagación de orden superior al modo simétrico fundamental, se revisará en esa misma sección del capítulo 4.

Las ondas guiadas en medios acotados en dos dimensiones se analizarán en el capítulo 5 al tratar la influencia de las dimensiones de los miembros de una estructura y la interferencia de las armaduras sobre los resultados de los ensayos ultrasónicos del hormigón.

Las respuestas diferidas en escalas de tiempo muy cortas en situaciones 3-D se estudiarán junto con los métodos de END de estructuras de hormigón mediante vibraciones y ultrasonidos en los capítulos 4, 5 y 6.

Los fundamentos de la teoría de rayos en acústica de sólidos y la propagación en medios no homogéneos, incluyendo los métodos de homogenización, se considerarán al estudiar los ensayos ultrasónicos y por impacto en los capítulos 5 y 6 respectivamente.

3. Generalidades sobre ensayos destructivos, semi destructivos y no destructivos de hormigones

3.1 Comparación preliminar entre, por un lado, ensayos no destructivos y mecánica de la fractura de aleaciones metálicas, y por otro lado ensayos no destructivos y mecánica de la fractura de hormigones

Los ensayos no destructivos de piezas metálicas (como los basados en vibraciones y ultrasonidos, radiografías, corrientes parásitas, fuga de campos magnéticos y tintas penetrantes) se pusieron a punto y se integraron en normas nacionales e internacionales varias décadas antes de la puesta a punto y de la aparición de recomendaciones nacionales y normas para los ensayos no destructivos de hormigones.
Tuberías de acero, vías férreas, piezas de máquinas, estructuras de acero y de aluminio se ensayan rutinariamente con técnicas ultrasónicas o radiográficas para hallar defectos.

En el caso de los metales, el enfoque basado en la resistencia de materiales clásica para el diseño y las decisiones de mantenimiento de las piezas en estructuras y máquinas dio lugar al diseño y a decisiones de mantenimiento basadas en la mecánica de la fractura (MF), lineal elástica o elastoplástica.

La aplicación de la mecánica de la fractura en el caso de los metales se basa en un modelo de material homogéneo que presenta una población de defectos relevantes para la predicción del comportamiento mecánico de las piezas, incluyendo la predicción del crecimiento de fisuras asociado a fatiga o a la combinación de esfuerzos mecánicos con efectos químicos nocivos provenientes del ambiente.

Se asume que la presencia y el tipo al que pertenece un defecto pueden ser hallados, así como sus dimensiones y orientación, mediante técnicas no destructivas.

Los umbrales de detección y las incertidumbres en la medición de las dimensiones y eventualmente en la orientación de los defectos, limitan la aplicación de criterios de la MF a los metales.

No obstante, las mejoras en las técnicas de ensayo y en los fundamentos de la MF han permitido extender la aplicación exitosa de estos criterios a un cada vez mayor número de casos.

El hormigón es un material compuesto (pasta de cemento hidratado y agregados) cuyos componentes se mezclan en proporciones diversas y las propiedades de cada componente pueden variar.
Dejando de lado las piezas de hormigón prefabricado, que se parecen en eso a las piezas metálicas producidas en serie por la industria metalúrgica, el hormigón se produce en plantas relativamente pequeñas que entregan las amasadas en el sitio de construcción, o en ocasiones las amasadas se realiza en la obra misma (canchadas).

La manera en que se lleva a cabo la colocación, consolidación y curado introduce diferencias en el hormigón resultante, cuyas propiedades pueden variar mucho en comparación con lo que se encuentra en metales y aleaciones. [61]

La escala en las que se presentan las heterogeneidades en el hormigón y su grado de aleatoriedad, impiden la aplicación lisa y llana del modelo de material homogéneo con una población de defectos relevantes, que tan bien funciona en el caso de los metales, tanto desde el punto de vista de los END como desde el punto de vista de la MF.

Mientras que las propiedades de una aleación permanecen relativamente estables con el transcurso del tiempo y casi todas se encuentran tabuladas en función de las principales variables de las cuales dependen (por ejemplo, las velocidades de propagación de las ondas mecánicas, la conductividad eléctrica y térmica), no ocurre lo mismo con las propiedades de los hormigones.
Se modifican con el fraguado, con el efecto de sustancias deletéreas que provienen del ambiente o del interior mismo del material, con los cambios en la humedad del ambiente y con la fisuración irreversible debida a los ciclos térmicos.

Mediante técnicas de END adecuadas, se puede seguir el fraguado del hormigón y su endurecimiento progresivo una vez fraguado.
Dentro de ciertos límites, es posible utilizar los resultados de END para predecir las propiedades del material endurecido en función de las propiedades del material fresco y de las condiciones de curado, así como extrapolar para estimar las propiedades futuras del material endurecido sometido a diferentes procesos de curso controlado.

También se pueden seguir a tiempo real algunos procesos de fractura de hormigones mediante END: eventos de emisión acústica producidos por el crecimiento y detención brusca de fisuras, aumento en la atenuación y disminución de la velocidad de propagación de pulsos ultrasónicos por el crecimiento de campos de micro fisuras, potenciales eléctricos generados en superficie y en profundidad por procesos electro osmóticos asociados al flujo de soluciones iónicas en la red de capilares del hormigón y datos provenientes de galgas extensiométricas (aunque el uso de galgas no se suele considerar como una técnica de END).

Este seguimiento de procesos que modifican la estructura del material puede parecer análogo al que permite detectar, por ejemplo, posibles cambios de fase de estado sólido

[61] Por ejemplo, para el acero se puede aplicar un modelo de material homogéneo tal que la velocidad de las ondas longitudinales es constante (para una temperatura dada). Entonces a partir de su valor conocido y del intervalo de tiempo entre la emisión y la recepción de un pulso ultrasónico longitudinal se pueda hallar la distancia a un defecto que refleja el pulso simplemente multiplicando la duración por la velocidad y dividiendo el resultado entre dos. Para los hormigones las velocidades de las ondas longitudinales varían apreciablemente (entre 3000 m/s y 5000 m/s) lo cual en un principio parece inhabilitar el procedimiento para hallar distancias a partir de los intervalos de tiempo entre la emisión y la recepción de los pulsos si no se mide la velocidad de propagación en cada caso. Además, la heterogeneidad del material produce la difusión de la energía de los pulsos en un abanico de direcciones y la aparición de ondas transversales por conversión de modos en las interfaces entre la pasta de cemento y los agregados, lo cual introduce un nivel de ruido muy considerable que se añade a las ondas longitudinales que retornan al transductor emisor. Como se verá posteriormente, la técnica del pulso eco se aplica a los hormigones, pero de una forma muy diferente al caso de los metales.

en las aleaciones, o su ruptura bajo carga, pero al entrar en detalle, el seguimiento de los procesos de deformación, fractura y flujo en el hormigón resulta muy diferente.

La relación entre la MF (disciplina que se ha desarrollado, en forma bastante completa y relativamente reciente, para los hormigones) y los END de hormigones es, por estos y otros motivos, muy diferente a la relación entre MF y END en metales.

Recordemos ahora que, en líneas generales la MF, aplicada a aleaciones metálicas, cerámicos y otros materiales relativamente homogéneos a escala macroscópica, simplifica las complejidades del análisis de la iniciación y la propagación de una fractura a partir de una fisura, en una estructura, máquina o dispositivo (microelectrónico).
El diseño de una pieza lo reduce a combinar el estado local de esfuerzos (Mecánica de Sólidos) con la naturaleza y tamaño de los defectos en la pieza (Ensayos No Destructivos) formando un parámetro o parámetros (factores de intensidad de esfuerzos (para los denominados modos I, II y III), desplazamiento de la abertura de una fisura o integral J) que se comparan con un valor umbral (tenacidad) de ese parámetro o parámetros de mediante un criterio de fractura (Ciencia de los Materiales).[62]
Dependiendo del criterio de fractura, el diseño se lleva a cabo por mecánica de la fractura lineal elástica (MFLE) o elástico-plástica (MFEP).
También para los hormigones la MF se fundamenta en un criterio energético.
Cuando se analiza la fractura del hormigón sometido a compresión, en vez de un defecto relevante único real u obtenido por fusión de defectos próximos, como se suele considerar para aplicar los criterios de la MF en los metales o en los cerámicos, es necesario considerar un campo de fisuras extenso (Figura 3.1).

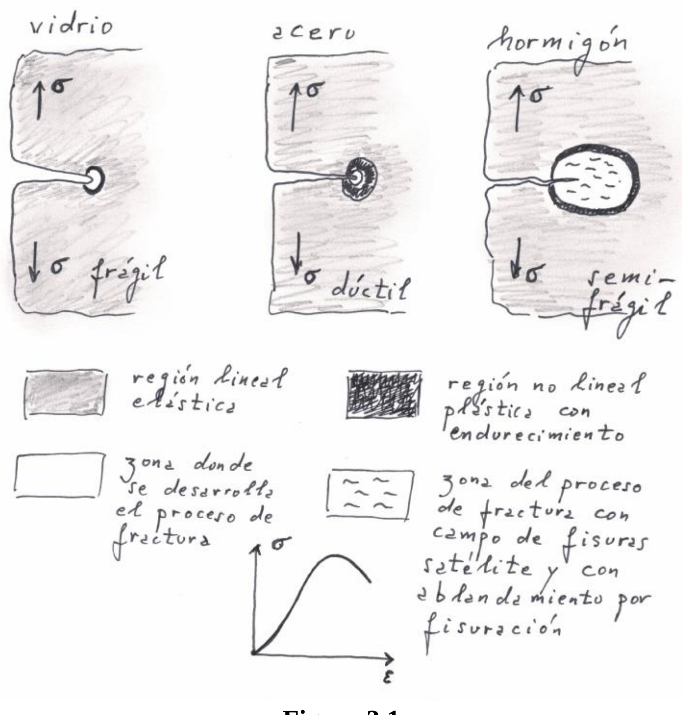


Figura 3.1

[62] Para las personas que estén interesadas en una introducción completa a la MF, el libro de R. Hertzberg, R. Vinci y J. Hertzberg, Deformation and Fracture Mechanics of Engineering Materials, Wiley, New York, 2012, puede ser una buena opción.

A medida que aumenta la carga externa, las micro fisuras aumentan en número y crecen en forma discontinua. Este proceso se encuentra en el origen la relación no lineal entre la tensión de compresión y la deformación longitudinal, así como en la base del proceso de fractura semi frágil (o si se quiere, semi dúctil) del hormigón sometido a compresión.
Si se construye una *longitud equivalente* $\bar{c}$ al campo de fisuras, el incremento de la energía asociada a la superficie de las fisuras $\left(\frac{\partial}{\partial \bar{c}}U\right)_{sup}$ por unidad de longitud de la *fisura equivalente*, necesaria para aumentar su longitud, aumenta con dicha longitud en forma no lineal (sigmoidea) debido a que el mecanismo por el cual se disipa la energía elástica durante la fractura no está confinado a una única superficie ni consiste solamente en un aumento de la energía de superficie.
En la Figura 3.2 se representa, en forma cualitativa, $\bar{c}$ en abscisas, y en ordenadas tanto $\left(\frac{\partial}{\partial \bar{c}}U\right)_{sup}$ como el incremento de la energía elástica por unidad de longitud de la fisura equivalente $\left(\frac{\partial}{\partial \bar{c}}U\right)_{el}$ para diferentes tensiones nominales σ.[63]

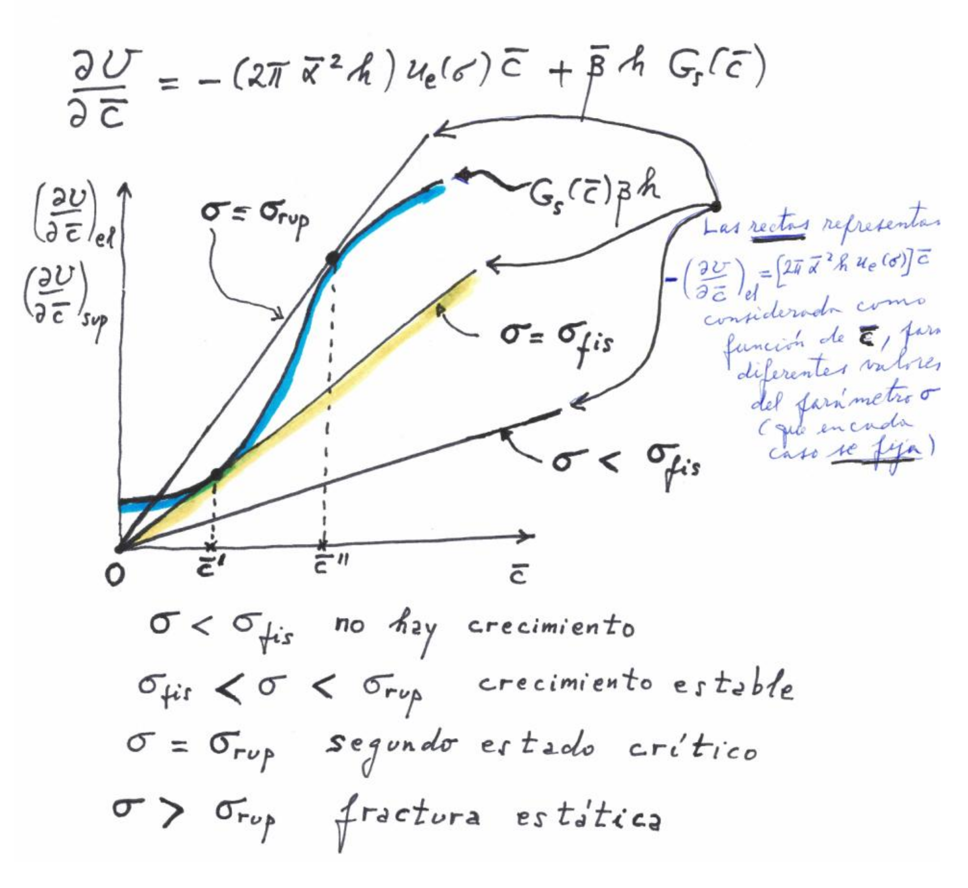


Figura 3.2

La función que relaciona $\left(\frac{\partial}{\partial \bar{c}}U\right)_{sup}$ con $\bar{c}$ se representa mediante una curva sigmoidea marcada en azul, y las variaciones de $\left(\frac{\partial}{\partial \bar{c}}U\right)_{el}$ con $\bar{c}$ para diferentes tensiones nominales σ se representan mediante rectas por el origen. Se marca en amarillo la recta correspondiente a la tensión de fisuración, tangente a la curva sigmoide para $\bar{c} = \bar{c}'$.

[63] Desde el punto de vista termodinámico se debe utilizar la energía libre de Helmholtz (procesos a temperatura constante) o de Gibbs (temperatura y presión ambiente constantes).

La recta tangente a la curva sigmoide para $\bar{c} = \bar{c}''$ corresponde a la tensión de ruptura.

Cuando se analiza la fractura del hormigón por tracción, se observa que es fundamentalmente frágil. La fractura, a diferencia de lo que acontece en compresión, está ahora asociada al crecimiento de una fisura maestra con relativamente pocas fisuras satélites cuando se la compara con el proceso de fractura en compresión.

Las no linealidades y el comportamiento viscoelástico-plástico del hormigón puede tenerse en cuenta en modelos de cálculo numérico, integrando criterios realistas de fractura semi frágil como se requiere para aplicar la MF al diseño de estructuras de hormigón.[64]

Además, en la MF de hormigones hay que tener en cuenta: el tamaño de la estructura, la distribución de las cargas, las propiedades del hormigón, la duración del intervalo de aplicación de la carga, la presencia de armaduras y su adherencia, la presencia de defectos asociados a problemas durante el llenado y el vibrado, a campos de temperatura anormales o a procesos de deterioro debidos a la corrosión o al ataque químico, las heterogeneidades en la distribución del agregado grueso y del agua, debida al campo gravitatorio y las debidas a los procedimientos de fabricación mientras el hormigón está fresco, las deformaciones reversibles e irreversibles "instantáneas" y diferidas, el posible rol de los flujos de agua en los procesos de fractura, la redistribución de las tensiones en el material de la estructura que hacen crecer las fisuras hasta ser detenidas y que las deformaciones elásticas diferidas reacomodan las tensiones concentrándolas en los extremos de las fisuras hasta que las fisuras vuelven a crecer, son nuevamente detenidas, y así sucesivamente.

La mayor parte de estas propiedades pueden ser exploradas y cuantificadas mediante técnicas de END específicas para hormigones.
En general estas técnicas se suelen clasificar en dos categorías: las técnicas que permiten estimar las resistencias de los hormigones en las estructuras (con excepción de los ensayos de rebote y de madurez, el resto son semi destructivos) y técnicas destinadas a medir las demás propiedades. [65]

3.2 Ensayos destructivos, semi destructivos y no destructivos de hormigones

Los ensayos de hormigones permiten:

Controlar la producción del material por el productor.

---

[64] También para los que pudieran tener interés, sobre MF de hormigones y temas relacionados puede verse el reciente libro de V. E. Saouma y M. Amin Hariri-Ardebili, Aging, Shaking, and Cracking of Infrastructures: From Mechanics to Concrete Dams and Nuclear Structures, Springer, New York, 2021, así como el clásico libro de Z. Bazant y J. Planas, Fracture and size effect in concrete and other quasi- brittle materials, CRC, Boca Raton, 1998.

[65] Cada una de estas dos categorías de técnicas se suelen tratar por separado. Ver por ejemplo el informe sobre métodos para estimar la resistencia in situ del concreto (ACI 228.1R-19 del año 2019 o versiones posteriores) y el informe sobre métodos de END para evaluar el concreto en las estructuras (ACI 288.2R-13 del año 2013 o versiones posteriores), ambos publicados por el American Concrete Institute.

Aportar de elementos de juicio útiles para que el director de obra pueda manifestar su conformidad.

Aportar de elementos de juicio para evaluar la calidad del hormigón en puentes, carreteras, edificios, fundaciones profundas, represas y otras estructuras existentes (resistencia, durabilidad y estabilidad dimensional).

En el caso de un hormigón endurecido su calidad viene caracterizada por:

• Resistencia efectiva (compresión, flexión, tracción).

• Defectos (cavidades, objetos extraños, segregaciones, delaminaciones, dimensiones incorrectas de componentes de una estructura).

• Fisuras y campos de micro fisuras.

• Porosidad y permeabilidad del material.

• Densidad.

• Grado de humedad.

• Propiedades elásticas, viscoelásticas y plásticas de importancia estructural (revisadas en la primera parte de este informe).

En el caso de un hormigón armado su calidad depende de:

• Ubicación, dimensiones e interconexiones de las armaduras portantes y de montaje.

• Grado de corrosión de las armaduras.

• Recubrimiento de las armaduras.

• Adherencia de las armaduras al hormigón.

• Fisuras asociadas con las armaduras.

Métodos para evaluar de la calidad del hormigón en las estructuras

(a) Mediante inspección visual de la estructura. Realizada por una persona preferiblemente con amplios conocimientos y experiencia sobre hormigones, diseño de estructuras, métodos de construcción, y mecanismos de deterioro de los materiales, la inspección visual puede suministrar mucha información para reconocer y clasificar daños, identificar causas posibles y planificar ensayos posteriores. Como solo las superficies resultan accesibles a la observación (ayudada por dispositivos ópticos) los defectos internos que no se reflejen en cambios superficiales pasan desapercibidos. Además, algunos resultados de la inspección visual pueden variar de un experto a otro.

(b) Mediante ensayos destructivos: ensayos de carga hasta el colapso de la estructura o de miembros de esta. Se pueden utilizar para obtener información directa sobre los estados límite últimos-resistencia y estabilidad- del hormigón en la estructura. En condiciones adecuadas se puede remover un elemento de la estructura para ensayarlo en forma destructiva y para calibrar otros procedimientos de ensayo (si hay que evaluar un número grande de elementos estructurales análogos).

También se monitorea el comportamiento de estructuras que se demuelen (a menudo puentes), con el fin de obtener información sobre sus respuestas bajo cargas que se incrementan hasta sus valores últimos y para relacionar esas respuestas con procesos de deterioro.

(c) Mediante Ensayos Semi-Destructivos:
-Ensayo por sobrecarga sin llegar al colapso de la estructura. (Se pueden utilizar para obtener información directa sobre estados límite de servicio).
-Extracción de testigos para ensayos mecánicos (determinación de las cargas límite durante ensayos de resistencia efectuados sobre el hormigón del testigo e historias de deformaciones longitudinales, radiales y tangenciales durante ese mismo ensayo) y fisicoquímicos (composición química, macro y microestructura). [66]
Cabe esperar que las resistencias in situ del hormigón puedan diferir significativamente de las resistencias de las probetas correspondientes, debido a que el hormigón in situ ha sido colocado, compactado y curado en forma diferente a como es colocado, compactado y curado el hormigón de las probetas.
El ensayo de la resistencia aplicado a testigos tomados en diferentes ubicaciones dentro de la estructura permite, con ciertas limitaciones, eludir este problema.
-Ensayo por arrancamiento (Pull-out).
-Ensayo por quebrantamiento (Break-off).
-Ensayo mediante desprendimiento por tracción (Pull-off).
-Ensayo de resistencia a la penetración.

Las versiones actuales de las técnicas correspondientes a los cuatro últimos ensayos suministran diferentes estimaciones más o menos indirectas de la resistencia local a la compresión en regiones próximas a la superficie del hormigón. Solamente el arrancamiento y el quebrantamiento suministran directamente un parámetro local de resistencia.

(e) Mediante Ensayos No Destructivos [67]

-*Métodos mecánicos*: dureza superficial (identación) y rebote del esclerómetro, ultrasonidos, métodos basados en vibraciones, ondas mecánicas producidas por impactos, emisión acústica.
A estos ensayos se pueden añadir:

---

[66] Entre los ensayos fisicoquímicos se incluye la medición de la p*rofundidad alcanzada por el frente de pH 10* en testigos cilíndricos de hormigón extraídos de la estructura investigada. Se puede emplear como indicador la timol-ftaleína, que cambia de incoloro a azul cuando el pH desciende por debajo de 10. Por debajo de pH 10 comienza la corrosión por picaduras en el acero utilizado para las armaduras. La corrosión en masa comienza por debajo de pH 8.9. En el libro de Edvard Grunau "Reparación y protección de hormigón armado", CEAC, Barcelona, 1988, puede encontrarse una explicación y fundamentación detallada del método del pH 10.

[67] Una buena introducción a los ensayos in situ de hormigones se puede hallar en el libro de J. Bungey, S. Millard y M. Grantham, Non destructive testing of concrete structures, Taylor & Francis, New York, 2006. El manual de ensayo no destructivo de hormigones, editado por V. Malhotra y N. Carino, CRC, Boca Raton, 2004, es una referencia exhaustiva y profunda, dirigida fundamentalmente a los interesados en la práctica de los ensayos. Más detallado y avanzado es el libro alemán en dos tomos, Non-destructive evaluation of reinforced concrete structures, editado por C. Maierhofer, H. Reinhardt y G. Dobmann, CRC, Boca Raton, 2010.

(a) Los ensayos de carga estáticos y dinámicos. Los ensayos estáticos para medir las deformaciones o las deflexiones producidas por sobrecargas localizadas, destinadas a comprobar la calidad del diseño o la construcción, o luego de producido un daño. Los ensayos dinámicos para determinar la denominada “firma dinámica” de la estructura y sus modificaciones asociadas con el daño estructural.
(b) El monitoreo del comportamiento estático y dinámico de una estructura o de un miembro estructural desde la etapa de construcción hasta el largo plazo, en general bajo las condiciones previstas de servicio, con diversos tipos de sensores (de deformación, temperatura, humedad, corrosión en armaduras y en varillas o en cables de acero utilizados en pretensado y postensado).

-*Métodos basados en radiaciones ionizantes*: radiografía, gammagrafía, ensayos con neutrones.

-*Métodos electromagnéticos*: métodos eléctricos (medidas de resistividad del hormigón), métodos magnéticos (utilizando conjuntos de imanes para explorar someramente grandes superficies para localizar armaduras y estimar el espesor de recubrimiento, o un instrumento electromagnético (pacómetro) para determinaciones más precisas de la localización, espesor del recubrimiento de las armaduras y en condiciones favorables, sus diámetros), métodos basados en pulsos de radar (georradar) y corrientes inducidas en las armaduras.

-*Métodos electroquímicos*: potenciales de corrosión, resistencia de polarización, ruido electroquímico, espectroscopía basada en impedancias electroquímicas.

-*Métodos térmicos*: termografía infrarroja.

-*Métodos para medir propiedades de transporte de masa*: absorción inicial de agua por succión capilar, permeabilidad al agua impulsada por una diferencia de presión y difusión debida a gradientes de concentración o de potenciales electroquímicos (para los iones).

-*Madurez*: determinación de una *edad equivalente de curado* a partir de la denominada función de madurez del hormigón calculada a partir del registro de la temperatura del material en función del tiempo, durante el proceso de fraguado.
Este método se basa en la ley de Saul y Bergström: “dos hormigones de igual composición que endurecen a temperaturas diferentes alcanzan la misma resistencia si presentan el mismo grado de madurez”.
La velocidad con la que aumenta la resistencia a la compresión R_c con el paso del tiempo se puede expresar así: $\frac{d}{dt}R_c = f(R_c)\, k(T)$ La función de la resistencia $f(R_c)$ se puede aproximar $f(R_c) \cong R_{c\,\infty}\left(1-\frac{R_c}{R_{c\,\infty}}\right)^2$ y $k(T)$ es cierta función de la temperatura absoluta T que se puede aproximar $k(T) \cong k_0\, exp\left[-\frac{Q}{R\,T}\right]$ donde Q es una energía de activación y R es la constante universal del gas ideal.

Si la mezcla de los componentes del hormigón se produce en el instante $t = 0$ y el proceso de aumento de la resistencia comienza para $t = t_0$, comenzando con $R_c(t_0) = 0$, se obtiene: $R_c(t) = R_{c\,\infty} \frac{M(t,\{T\})}{1+M(t,\{T\})}$

Por definición $M(t,\{T\}) = \int_{t_0}^{t} k\big(T(s)\big)\, ds$ es la *función de madurez del hormigón* y depende de la historia de temperaturas del material $\{T\}$ desde el instante t_0 hasta el instante t. Por su parte$R_{c\,\infty}$ es un valor asintótico de la resistencia a la compresión al cual se aproxima $R_c(t)$ con el paso del tiempo.

Si T_r es una temperatura constante de referencia y $k_r = k(T_r)$ la *edad equivalente* de ese hormigón si hubiera fraguado a la temperatura T_r sería $t_e = t_0 + \frac{1}{k_r} M(t,\{T\})$ [68]

A partir de datos obtenidos utilizando ultrasonidos, radiaciones ionizantes, mediciones de impedancia eléctrica y pulsos de radar, aplicando técnicas de reconstrucción digital de imágenes, se pueden realizar estudios tomográficos del hormigón armado.

Las imágenes producidas mediante los distintos métodos brindan informaciones, que en buena medida son complementarias, acerca de la estructura interna del material (distribución espacial de las fases componentes del hormigón, grado de homogeneidad, distribución de la humedad en el material, ubicación, dimensiones y adherencia de las armaduras portantes y de montaje, presencia, dimensiones y orientación de fisuras, cavidades y defectos diversos).

Los resultados de la medición de parámetros físicos del hormigón mediante técnicas de END se ven afectados por incertidumbres debidas a:

(1) Imprecisión y baja repetibilidad del proceso de medición en un punto determinado de la estructura ensayada.
(2) La variabilidad del material en el interior de un volumen que, a los fines del ensayo, se supone homogéneo. Esto se puede relacionar con las variaciones que suelen aparecer entre muestras de la misma mezcla de hormigón o entre dos lotes sucesivos de la misma mezcla.
(3) El efecto que pueden tener las variaciones en la humedad, temperatura y ataque químico cuando difieren significativamente de un sitio a otro de una misma estructura, construida con un hormigón que inicialmente se podía considerar homogéneo en esos sitios.

Los diferentes métodos de END de hormigones endurecidos se pueden combinar y han sido combinados de diferentes maneras.

Dependiendo del problema que se debe resolver, la combinación de métodos puede suministrar información más confiable que la que se obtendría aplicando cada método por separado.

En todos los casos se comienza por una inspección visual. Hoy día la inspección visual se puede llevar a cabo con ayuda de drones provistos de varios tipos de cámaras, que permiten inspeccionar sitios a los que puede ser difícil, peligroso o imposible acceder.

[68] Ver el capítulo 5 The Maturity Method, de Nicholas Carino en el Handbook of Nondestructive Testing of Concrete, CRC Press, Boca Raton, 2004.

Cabe señalar que, por lo general, la inspección visual en sí misma no se considera un método de END. [69]

Luego, en el sitio elegido, se aplican dos o más métodos de END cuyos resultados se pueden correlacionar para estimar propiedades tales como la resistencia local a la compresión.
El concepto subyacente es que, si los dos métodos se ven influenciados de diferentes maneras por el mismo factor, su uso combinado da como resultado un efecto de cancelación que mejora la precisión de la resistencia estimada. [70]
Por ejemplo, un aumento en el contenido de humedad del hormigón aumenta la velocidad del pulso ultrasónico, pero disminuye el número de rebote del esclerómetro.

El caso más conocido de combinación de métodos de END es la combinación del rebote del esclerómetro con la medición de la velocidad de los pulsos ultrasónicos longitudinales, con el fin de predecir los valores de las resistencias locales mediante fórmulas empíricas que permiten estimar la resistencia a partir del rebote y de la velocidad de los pulsos.
Otro caso es el uso de mediciones de potencial de semicelda para indicar el nivel de posibilidad de que ocurra corrosión, cuando las mediciones de resistividad posteriores en zonas que se muestran en riesgo identificarán la probabilidad de que ocurra realmente la corrosión.
Una combinación de estos métodos, utilizada correctamente, puede mapear áreas para trabajos de reparación en estacionamientos, tableros de puentes y otras estructuras de hormigón vulnerables.
También se puede utilizar la determinación de la madurez en combinación con otro ensayo in situ que mida una propiedad relacionada con la resistencia real del hormigón a la compresión, como uno de los métodos semi destructivos.
El método de madurez se utiliza para determinar cuándo el hormigón in situ debería haber alcanzado la resistencia requerida, luego se lleva a cabo el otro método de ensayo para verificar que se ha alcanzado la resistencia requerida. Debe tenerse en cuenta que el período de la construcción de una estructura de hormigón puede ser la etapa donde la estructura resulta más vulnerable.

Cuando se dispone de una correlación confiable para el tipo de hormigón ensayado, la combinación de métodos puede evitar un ensayo destructivo de testigos tomados de los sitios que interesan.
La Figura 3.3 es un esbozo que representa la resistencia a la compresión de un testigo cilíndrico extraído con una broca de copa en un punto de una estructura como función del resultado de un ensayo no destructivo que permite estimar la resistencia a la compresión

---

[69] No obstante, los resultados cuantitativos obtenidos a partir de los registros de las cámaras de los drones aéreos se consideran parte de los END.

[70] Una presentación resumida pero completa de los procedimientos para combinar ensayos se puede hallar en el capítulo de Maierhofer, C. Kohl and J. Wöstmann, Combinación de los resultados de diversas técnicas de evaluación no destructiva para hormigón armado: fusión de datos, en el segundo tomo del libro Non-destructive evaluation of reinforced concrete structures, editado por C. Maierhofer, H. Reinhardt y G. Dobmann, CRC, Boca Raton, 2010.

en ese mismo sitio. Una relación como ésta se podría utilizaría para estimar la resistencia del hormigón en una estructura en función del valor del resultado del ensayo in situ (en la estructura).

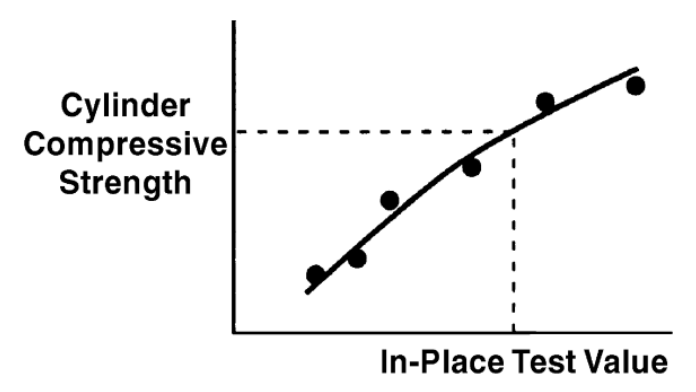
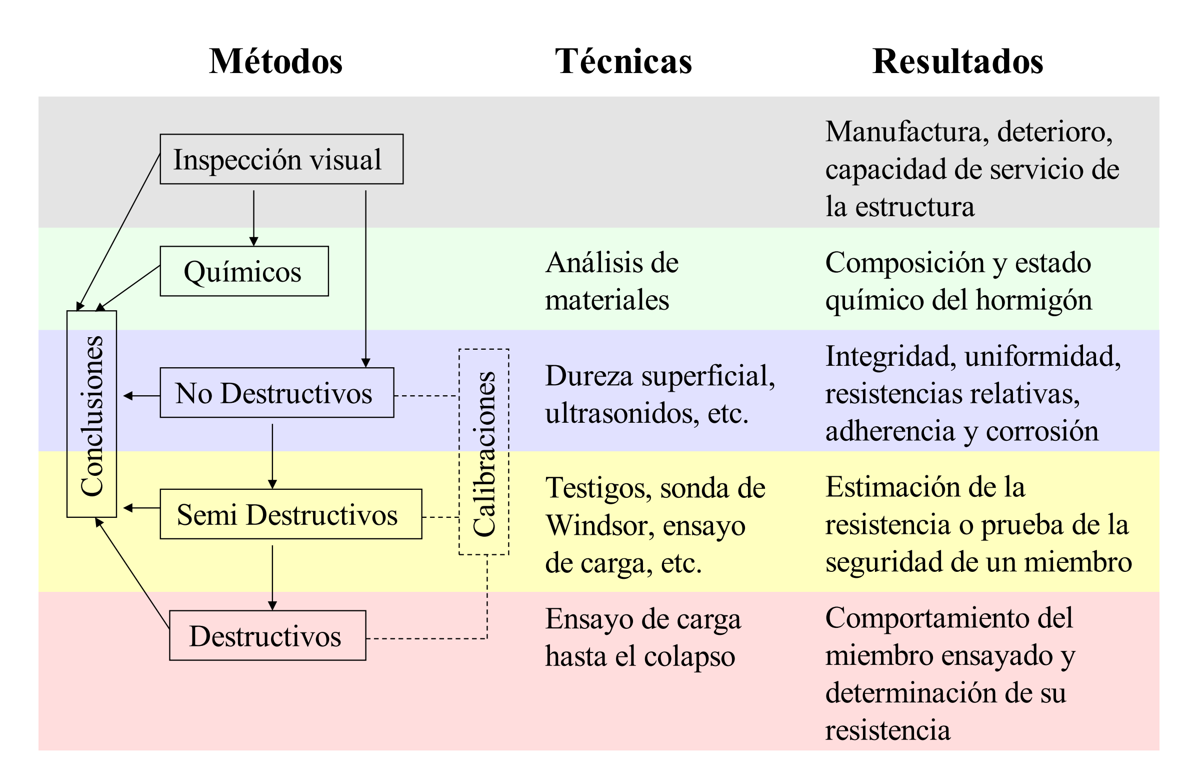


Figura 3.3 (adaptada de ACI 228.1R-19)

El esquema siguiente resume algunas de las interrelaciones entre métodos, técnicas y resultados de los ensayos destructivos, semi destructivos y no destructivos aplicados a estructuras de hormigón.



En relación con los ensayos no destructivos, conviene tener presente lo que, a menudo, se les dice a los alumnos en las escuelas de medicina, en relación con el diagnóstico médico: **Se encuentra lo que se busca y se busca lo que se sabe**.

Esto se aplica al descubrimiento e identificación de defectos, geométricos (dimensiones y formas) o materiales (cavidades, delaminaciones, segregaciones, recubrimiento insuficiente o dimensiones inadecuadas de las armaduras, corrosión, falta de adherencia y otros defectos), que puede efectuarse mediante técnicas de END.

La localización, determinación de la extensión y evaluación del grado de deterioro asociado al defecto vienen a continuación, dependiendo de las técnicas y de los instrumentos disponibles.

3.3 Esquema de un procedimiento secuencial para diagnóstico del estado de una estructura de hormigón armado, deteriorada por un proceso de corrosión

Una consecuencia del deterioro por corrosión de las estructuras de hormigón armado es que pueden aproximarse a uno de sus estados límite de servicio si no se actúa haciendo las reparaciones del caso.

Para un diagnóstico de la situación se puede utilizar la siguiente secuencia de métodos de ensayo, algunos de los cuales se combinan para aumentar la confiabilidad de los resultados de las mediciones:

(1) Inspección visual para identificar posibles áreas problema

(2) END rápidos con técnicas mecánicas en las áreas identificadas en (1) y eventualmente en otras áreas.

(3) END magnético para determinar posición, eventualmente diámetro de las armaduras y el espesor del recubrimiento de hormigón.

(4) END electroquímico global para obtener las líneas isopotenciales en áreas problema, utilizando la información obtenida en (3) para efectuar las mediciones electroquímicas.

(5) Mediciones de resistividad en las zonas donde el ensayo electroquímico sugiere que las armaduras se hallan en riesgo de corrosión, para complementar la información obtenida en (4).

(6) Si los resultados del paso (5) confirman resultados positivos obtenidos en el paso (4), se puede efectuar un END electroquímico en detalle (velocidad local de polarización, ruido electroquímico, midiendo potenciales y corrientes) para un diagnóstico más preciso de lo que ocurre en las áreas estudiadas en (5).

(7) Una vez obtenida evidencia de que se están produciendo procesos de corrosión significativos, se procede a la descubierta de algunas armaduras para inspección visual, en zonas elegidas en base a la información recabada previamente.
Luego se pasa a ensayos semi destructivos mecánicos y químicos extrayendo testigos en zonas admisibles de la estructura.
Se determina densidad, permeabilidad y resistencia mecánica de testigos.
Se determina la composición del hormigón (dosificación y propiedades fisicoquímicas de los componentes, análisis elemental y de especies químicas como cloruros, sulfatos, etc.).

(8) Ensayo microbiológico para caracterizar posibles poblaciones microbianas asociadas al proceso de corrosión (bacterias reductoras de sulfato, bacterias del azufre, bacterias del hierro, o capas microbiológicas en la superficie de las armaduras, que pueden alterar las condiciones electroquímicas locales aún sin participar directamente en las reacciones asociadas con el proceso de corrosión).

3.4 Monitoreo de la salud de una estructura versus ensayo no destructivo de esa estructura.

Los END se efectúan transportando equipos de ensayo al sitio donde se encuentra la estructura, con el fin de hallar y valorar defectos en los materiales.

El denominado monitoreo de la salud estructural (MSE) se efectúa mediante sensores (para medir de deformación, temperaturas, humedad, pH, corrientes y potenciales eléctricos, emisiones acústicas, velocidades de propagación de ondas mecánicas y otros parámetros) generalmente integrados en la estructura desde su fabricación.
Estos sensores transmiten en forma permanente paquetes de información a unas unidades central de procesamiento (mediante fibras ópticas o cables eléctricos para señales) y permiten formular una línea de base respecto de la cual se pueden comparar las variaciones en la información recibida desde los diferentes sensores.

Ni esta línea de base ni la información en línea del MSE están disponible en el caso de los END: en estos últimos la información no está en línea, sino en todo caso se obtiene cuando se efectúa un mantenimiento programado, y no se cuenta con una línea de base propiamente dicha. [71]

Tanto en el caso de los END como en el caso del MSE, cuando se combinan diferentes métodos de ensayo, hay un primer nivel de trabajo en el cual se comparan diferentes conjuntos de datos, pero los conjuntos de datos individuales no necesariamente se modifican.
Un segundo nivel de trabajo se basa en la superposición de diferentes conjuntos de datos en una imagen.
Un tercer nivel de trabajo emplea fusión de datos, entendida como el procesamiento, la interpretación y el uso de datos de diferentes fuentes, generando un nuevo conjunto de datos basado en los conjuntos de datos individuales obtenidos a partir de los diferentes sensores. Este nuevo conjunto de datos incluye más información que los conjuntos de datos individuales con respecto a criterios seleccionados y es la modalidad que se suele emplear en el monitoreo de la salud estructural.

En particular, se están desarrollando, para el MSE, aplicaciones de ondas acústicas guiadas por los elementos presentes en la estructura de hormigón armado (como las armaduras y las regiones adyacentes a las armaduras, entre otros componentes de un miembro de una estructura). Cuando se comparan con la información que se puede obtener mediante, por ejemplo, las técnicas ultrasónicas clásicas basadas en haces introducidos por transductores externos, en general parece que el enfoque propio del MSE suministra información más rápidamente, con mayor sensibilidad y economía.

En general, cuando se necesita un sistema de sensores para realizar la monitorización de la salud estructural, las opciones más difundidas son las tecnologías de sensores

[71] Un resumen bastante completo se puede hallar en el capítulo de W. R. Habel sobre MSE para estructuras de hormigón armado, en el segundo tomo del libro Non-destructive evaluation of reinforced concrete structures, editado por C. Maierhofer, H. Reinhardt y G. Dobmann, CRC, Boca Raton, 2010. Un tratamiento más completo del tema se puede hallar en la obra en 5 tomos editada por C. Boller, F.K. Chang, e Y. Fujino, Encyclopedia of Structural Health Monitoring, Wiley, New York, 2009.

convencionales (extensómetros, transformadores diferenciales variables lineales (LVDT), transductores de deformación y medidores de carga o fuerza, sensores ultrasónicos y sensores de tensión piezorresistivos, electrodos, termómetros).
No obstante, sobre todo desde comienzos de este siglo, se han venido desarrollando nuevos métodos de medición.
Una de estas nuevas tecnologías de medición es la tecnología de sensores de fibra óptica. Miles de sensores de fibra óptica ya se han instalado en diferentes tipos de estructuras de ingeniería civil para proporcionar datos de medición formando parte de sistemas de MSE. Aparte del tipo de sensor, el sistema de sensores (el elemento sensor, el cableado y el área de entrada/salida) tiene que adaptarse a las condiciones específicas de aplicación y a las características de funcionamiento del lugar de trabajo.
A vía de ejemplo, la Figura 3.4 muestra un conjunto de sensores FPI (interferómetros de Fabry-Perot) fijados en la jaula de refuerzo de un pilote de hormigón de 19 m de longitud (el recuadro inferior derecho muestra el cuerpo del sensor que incluye el sensor FPI).

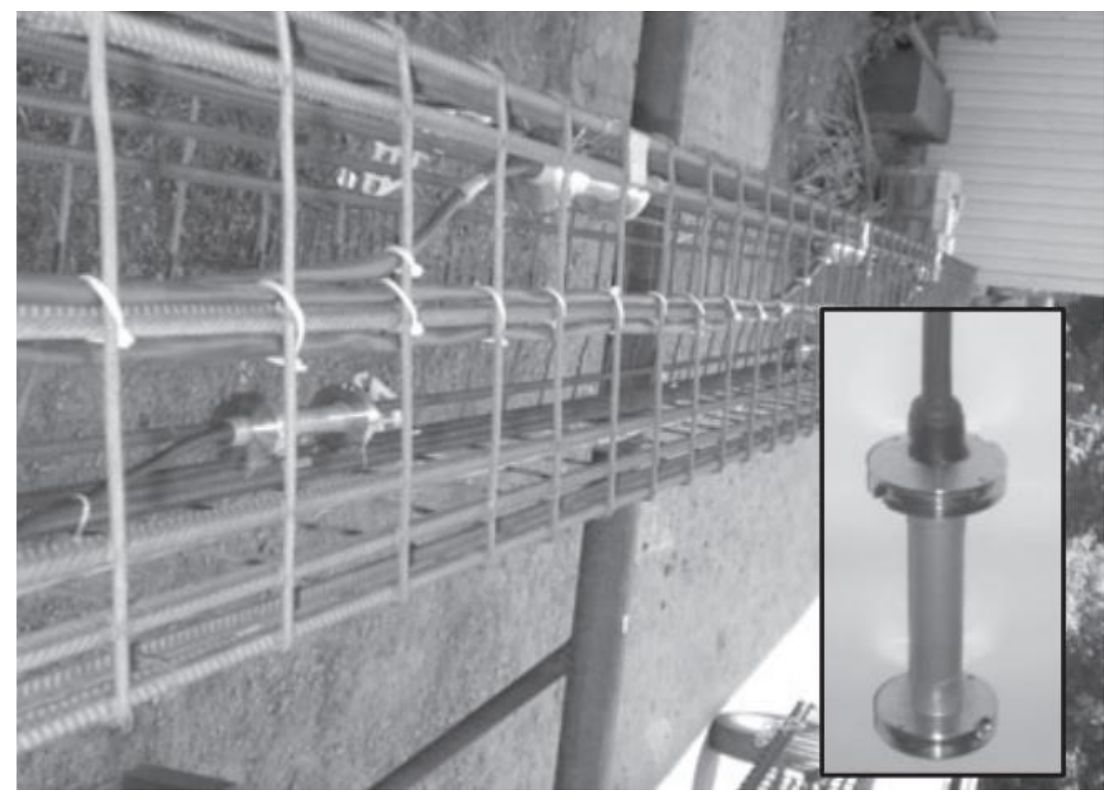


Figura 3.4

El interferómetro de fibra óptica Fabry-Perot se utiliza principalmente como sensor de deformación.

El empleo de sensores térmicos ubicados en el interior del material permite determinar la función de madurez del hormigón a partir de las historias de temperatura en función del tiempo suministrada por cada sensor.
Esto, a su vez, permite combinar la madurez con un método de END en el momento indicado.
El uso del método de madurez en el marco del MSE, para determinar cuándo se debe realizar otro ensayo, puede evitar ensayos prematuros.

Además, las lecturas de madurez disponibles en forma continua se pueden utilizar para evaluar la importancia de los resultados de ensayos semi destructivos o no destructivos que arrojan valores más bajos o altos de lo esperado para el parámetro ensayado.

La ubicación apropiada de sensores de deformación, junto con el conocimiento de la historia de cargas y las restricciones mecánicas aplicadas a una estructura, suministran información parcial, pero a tiempo real, sobre las respuestas instantáneas y diferidas, elásticas y plásticas. Junto con otra información (relacionada con los orígenes de las diferentes deformaciones volumétricas que presenta el material) se puede emplear en procesos de cálculo de redistribución de tensiones y deformaciones en las secciones de los elementos estructurales, teniendo en vista los estados límite de servicio y los estados límite últimos.

4. Ensayos no destructivos de hormigones basados en vibraciones mecánicas

Los métodos de END basados en producir vibraciones mecánicas en piezas o estructuras de hormigón se implementan de dos formas. Mediante una excitación mecánica continua de frecuencia variable, para identificar las frecuencias de resonancia de los primeros modos normales de vibración del cuerpo y los factores de calidad correspondientes, o mediante un impacto adecuado, seguido por la medición de la frecuencia del modo fundamental de vibración libre y su coeficiente de atenuación.

Los métodos de vibraciones se pueden aplicar tanto a cuerpos de prueba (probetas, cilíndricas o prismáticas) de hormigón en el laboratorio, como a estructuras de hormigón en masa o de hormigón armado en el campo.

Por lo general las estructuras se encuentran bajo cargas de servicio, y siempre soportan su propio peso y reciben la reacción de los apoyos.
En el momento en el que se realiza un ensayo por vibraciones, en cada punto de la estructura de hormigón hay un estado de esfuerzos y un estado de deformaciones asociados a las fuerzas y momentos aplicados. Esos estados locales pueden modificarse con el paso del tiempo debido a la fluencia, la retracción de fraguado, el ciclado térmico, las modificaciones en la humedad del material y otros procesos.
La escala de tiempo en la que se producen esas modificaciones es mucho mayor que la duración de un ensayo por vibraciones.
Por este motivo, durante cada ensayo, las propiedades mecánicas del material se pueden considerar constantes.

Los estados de esfuerzo y deformación resultantes de una excitación continua o de un impacto del tipo utilizado para el ensayo no destructivo, son perturbaciones pequeñas comparadas con los estados de esfuerzos y de deformaciones existente previamente en la estructura y debidas a las cargas aplicadas y a las reacciones de los apoyos.
Por este motivo, aunque la relación entre esfuerzos y deformaciones debidas a las cargas y las reacciones de los apoyos sea no lineal, la perturbación en el estado de esfuerzos se vincula con la perturbación en el estado de deformaciones mediante relaciones constitutivas lineales (incluyendo respuestas diferidas lineales asociadas con procesos disipativos en la escala de tiempo de las vibraciones) cuyos módulos de elasticidad (rigidez y complacencia) se denominan *módulos dinámicos*.
Esos módulos dinámicos, de *almacenamiento* y de *pérdida* (de disipación) de la energía mecánica, dependen de los estados locales del material de la estructura.
En particular, los coeficientes de amortiguamiento de las vibraciones libres correspondientes a los modos normales de vibración, o los factores de calidad de las frecuencias de resonancia, se relacionan con la porosidad, con la humedad, los campos de micro fisuras, las fisuras, el estado de integridad de los anillos de transición entre los agregados y la matriz de pasta de cemento, y en general con las imperfecciones en el material.

Los gradientes de velocidad locales asociados a las vibraciones, a través del frotamiento viscoso, también contribuyen a la disipación de energía mecánica, pero en los hormigones

de cemento Portland estos procesos no adquieren la importancia que sí tienen en el caso de los hormigones asfálticos.

Como los detalles del ensayo y la información que se puede obtener en un ensayo por vibraciones de un cuerpo de prueba en el laboratorio es muy diferente a cómo se lleva a cabo y la información que se puede obtener en un ensayo por vibraciones de una estructura en el campo, trataremos por separado estos dos casos.

4.1 Ensayos en el laboratorio

Estos ensayos por lo general se aplican a las probetas normalizadas de hormigón, mortero o pasta de cemento que se utilizan en los ensayos de compresión o de flexión. Se las somete a vibraciones longitudinales, de torsión o de flexión, manteniendo los extremos libres de toda restricción. El procedimiento de ensayo es prácticamente el mismo en los tres casos, exceptuando la ubicación del punto de excitación y la posición de los soportes respecto del cuerpo ensayado.

El objetivo principal del ensayo por vibraciones (por resonancia o por oscilaciones amortiguadas) es la determinación del módulo de Young dinámico E_d (mediante vibraciones longitudinales o vibraciones de flexión) y del módulo de cizalla dinámico G_d (mediante vibraciones de torsión). El módulo de Poisson dinámico υ_d se calcula a partir de la ecuación [1.5.24 a] aplicada a los módulos dinámicos: $\upsilon_d = \frac{E_d}{2G_d} - 1$

Mediante fórmulas de correlación (como la debida a Popvics [72]) se pueden estimar los módulos estáticos a partir de los módulos dinámicos.

Las variables que influyen sobre los módulos de elasticidad de los hormigones medidos sobre una probeta por ensayos estáticos, por ensayos de resonancia o por oscilaciones atenuadas causadas por un impacto se pueden clasificar en tres grupos.
Variables relacionadas con los componentes del hormigón: propiedades de los agregados, los anillos de transición y la matriz de cemento hidratado.
Variables relacionadas con los procesos de preparación del cuerpo de prueba ensayado: preparación de la mezcla, condiciones de vertido y compactación en un molde, condiciones de curado y manipulación.
Variables relacionadas con el ensayo propiamente dicho: dimensiones y geometría del cuerpo ensayado, temperatura y humedad en el laboratorio, parámetros característicos del tipo de ensayo.
En el capítulo 1 vimos algunos aspectos de la relación entre estos grupos de variables y los módulos de elasticidad del hormigón.
En el capítulo 5 volveremos más en detalle sobre cómo estas las variables influyen sobre los módulos de elasticidad de los hormigones.

La Figura 4.1 muestra un esquema genérico de un aparato que permite implementar el método de resonancia forzada.

[72] S. Popovics, Verification of relationships between mechanical properties of concrete-like materials. Matériaux et Constructions, **8**(3): 183-191, 1975.

Muestra las posiciones del elemento excitador (XX) y del sensor de las vibraciones (YY) para los tres modos de vibración: (A) resonancia de flexión, (B) resonancia de torsión, (C) resonancia longitudinal. [73]

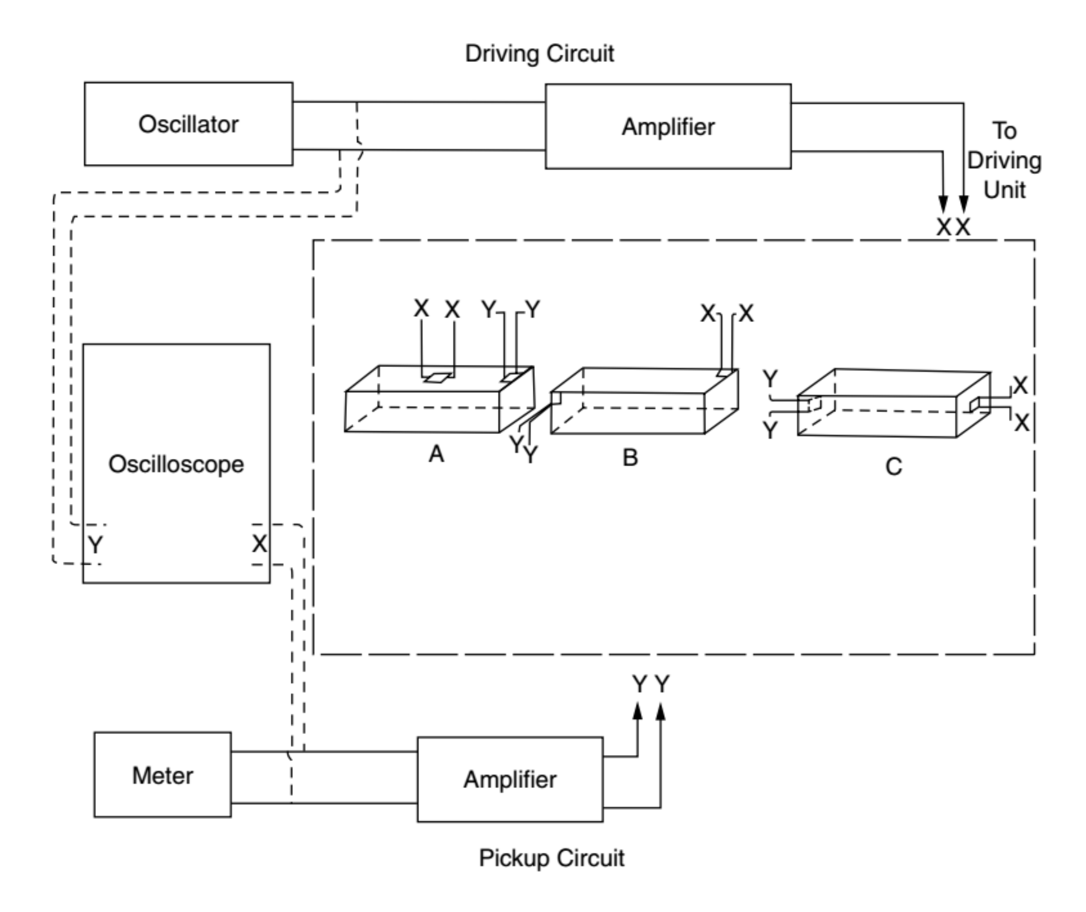


Figura 4.1

La salida de un oscilador de audiofrecuencia es amplificada e introducida en el generador electromecánico (XX) para producir vibraciones mecánicas en el cuerpo ensayado. Las vibraciones se detectan mediante un transductor piezoeléctrico (YY) que convierte las vibraciones mecánicas en oscilaciones de voltaje de la misma frecuencia. Estas se introducen en un amplificador antes de entrar en el instrumento que registra la amplitud de la señal (meter). Un osciloscopio de rayos catódicos, con una entrada desde el generador y otra entrada desde el sensor, permite relacionar la oscilación de entrada con la respuesta vibratoria y facilita la identificación de las resonancias a medida que la frecuencia de excitación va variando. (En la Figura 4.1 deben intercambiarse X e Y en el osciloscopio).

Tanto el elemento que genera las vibraciones como el sensor que las mide deben perturbar lo menos posible el movimiento del cuerpo ensayado.
Las masas, relacionadas con el equipo de medición, deben ser despreciables en comparación con la masa del cuerpo de prueba. Para un cilindro de hormigón de 30 cm de altura y 15 cm de diámetro, y para cuerpos de prueba análogos como los que se

[73] Información adicional sobre el método de ensayo no destructive de hormigones por resonancia puede hallarse en ASTM C215, Standard Test Method for Fundamental Transverse, Longitudinal, and Torsional Resonant Frequencies of Concrete Specimens; designation: C215-19. ASTM International, 2019.

emplean para determinar la resistencia a la flexión, en principio esto no ha sido difícil de lograr, desde que el método de ensayo por resonancia comenzó a ser aplicado para determinar los módulos dinámicos de hormigones. Si es necesario, se dispone de factores de corrección para los módulos dinámicos obtenidos mediante vibraciones longitudinales, de flexión y de torsión, cuando las masas del excitador y del sensor ubicadas en los extremos del cuerpo de prueba no se pueden ignorar.

Además, el sensor que mide las vibraciones debe estar protegido de ruidos mecánicos de diverso origen, provenientes del resto del sistema y del ambiente. Este sensor se comporta, por lo general, como un acelerómetro. El hormigón no atenúa tanto las vibraciones mecánicas como para que se produzca un desfasaje significativo entre la frecuencia correspondiente a la amplitud máxima de vibración y la frecuencia correspondiente a la máxima aceleración. Por tanto, para fines prácticos aceleración y amplitud, en una resonancia, se pueden considerar proporcionales entre sí.

La ubicación de los soportes que sostienen al cuerpo ensayado depende del tipo de vibración generada (longitudinal, de flexión o de torsión) y del modo normal de vibración que se busca excitar. Sus frecuencias de resonancia deben encontrarse distantes de las frecuencias de resonancia del cuerpo ensayado.
Los apoyos *se deben ubicar en los planos nodales* del modo de vibración longitudinal, de torsión o de flexión que se busque generar. En los planos nodales y en su inmediata proximidad el cuerpo se encuentra prácticamente en reposo.
A veces no es posible sujetar el cuerpo a la altura de un plano nodal. En ese caso una capa de goma esponjosa puede ser una alternativa a considerar.
La ubicación y las características de los soportes constituyen un aspecto crítico para el éxito de las mediciones, tanto por resonancia como por atenuación de las oscilaciones luego de un impacto.

En un ensayo de vibraciones forzadas, un generador electrodinámico de frecuencia de excitación variable, generalmente comprendida entre 10 y 10^4 Hz, actúa sobre la pieza de hormigón ensayada a través de una armadura de contacto.
Esta armadura debe ser rígida, liviana y de resistencia mecánica a la fatiga lo suficientemente elevada.
Su anclaje mecánico a la carcasa del generador se hace a través de resortes blandos.
Una sustancia de acople adhiere el extremo de la armadura con la superficie del material, pero solo se trata de una adherencia bastante débil.
Para la mayor parte del intervalo de frecuencias de oscilación, la amplitud del movimiento de la armadura en contacto con el hormigón es muy pequeña, pero en el entorno de las frecuencias de resonancia esa amplitud crece significativamente.
Una frecuencia correspondiente a un máximo en la amplitud de vibración es una de las frecuencias de resonancia de la pieza ensayada.
En un ensayo en el cual la excitación se produce mediante un impulso (generalmente un impacto) también se excitan modos normales de vibración (atenuados) si el impulso se aplica en el sitio adecuado y si los soportes están bien ubicados.
Si el cuerpo ensayado es lo bastante homogéneo, ha sido bien preparado y no ha sufrido daños en ensayos previos, con una excitación y una sujeción apropiadas se generan y se

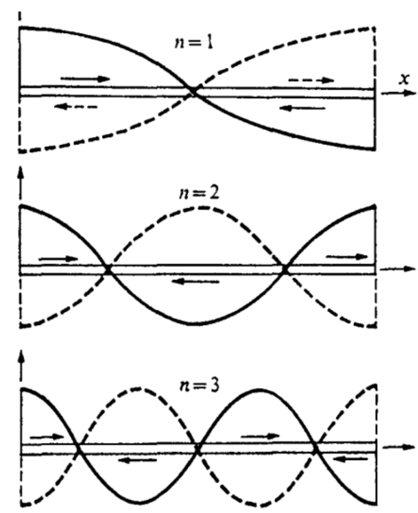
identifican sin mayores dificultades los modos de oscilación longitudinal, de torsión o de flexión junto con las frecuencias de resonancia correspondientes.
Pero si el cuerpo es muy heterogéneo o ha sido dañado previamente al ensayo mediante vibraciones forzadas o inducidas por un impacto, la identificación del modo puede complicarse bastante. Modos de diverso tipo pueden acoplarse entre sí. Un barrido de frecuencias correspondiente a una vibración longitudinal puede acompañarse con una resonancia debida a un modo de flexión no deseado que se presenta muy próxima a una resonancia asociada, esta sí, a las oscilaciones longitudinales. [74]
El amortiguamiento de las vibraciones puede ser tan elevado que requiere un suministro de energía tal que se excitan y se detectan vibraciones espurias en los componentes del equipo de ensayo, de amplitudes comparables a la del cuerpo ensayado.
Por estos motivos, al llevar a cabo ensayos de resonancia resulta útil tener una idea previa acerca de los intervalos de frecuencia donde cabe esperar la aparición de resonancias. La tabla siguiente, debida a Ronald Jones, suministra esa información para vibraciones de flexión y vibraciones longitudinales para, tres tipos de cuerpos de prueba.

	Approximate Range of Resonant Frequency, Hz	
Size of Specimens (mm)	Transverse	Longitudinal
152 × 152 × 710-mm prism	550–1150	1800–3200
102 × 102 × 510-mm prism	900–1600	2500–4500
152 × 305-mm cylinder	2500–4500	4000–7500

Se observa que, para los prismas, el extremo superior del intervalo esperable de frecuencias de resonancia de flexión es menor que el extremo inferior del intervalo esperable de frecuencias de resonancia longitudinal. Para el cilindro ambos intervalos presentan un subintervalo común, entre los 4000 y los 4500 Hz.

4.1.1 *Ensayo mediante vibraciones longitudinales*

La Figura 2.10, que repetimos aquí por comodidad, muestra la posición de los vientres y los nodos para los modos de índices 1 (modo fundamental), 2 y 3 de vibración longitudinal de una barra.



[74] C. Kesler e Y. Higuchi, Problems in the sonic testing of plain concrete, Proc. Int. Symp. on Nondestructive Testing of Materials and Structures, Vol. 1, RILEM, Paris, 1954.

Para el modo fundamental hay un solo nodo ubicado en la mitad de la barra. Todos los modos de índice impar presentan un nodo y todos los modos de índice par presentan un vientre en esa posición. Los extremos de la barra corresponden a vientres para todos los modos. Para el modo de índice 2 los nodos se encuentran ubicados, a partir de un extremo de la barra, en $\frac{l}{4}$ y en $\frac{3\,l}{4}$. Para el modo de índice 3 los nodos se encuentran ubicados, a partir del extremo de la barra, en $\frac{l}{6}$, en $\frac{l}{2}$ y en $\frac{5\,l}{6}$.

Si el cuerpo de prueba vibrara longitudinalmente como una barra delgada de un material elástico lineal, sin respuesta viscoelástica, homogéneo e isótropo, el módulo de Young dinámico se podría determinar, midiendo la frecuencia $f_{long,1}$ para el modo fundamental y aplicando la fórmula: $E_d = \rho\, 4\, l^2\, {f_{long,1}}^2$ [1]

Las frecuencias de resonancia $f_{long,n}$ del modo de vibración longitudinal de índice n para una barra semejante viene dada por: $f_{long,n} = n f_{long,1}$ [2]

Como las suposiciones de idealidad, que conducen las fórmulas [1] y [2], no se cumplen en el caso de un cuerpo de ensayo de hormigón, se le añade un factor de corrección $T_{long.1}$ que tiene en cuenta los apartamientos de la idealidad para el caso del modo fundamental de vibración, y en general un factor $T_{long,n}$.

En la sección 2.2 (fórmula 2. [30]) vimos que para tener en cuenta el efecto de la inercia transversal utilizando el modelo debido a Augustus Love, en el caso de la frecuencia fundamental de vibración $f_{long,1}$ se debe aplicar el factor de corrección $1 + \pi^2 \left(\frac{\nu\, r_G}{l}\right)^2$

En este factor ν es el módulo de Poisson y r_G es el radio de giro de la sección transversal de la barra.

Cuando el cuerpo de prueba vibra longitudinalmente como una barra delgada de un material homogéneo e isótropo, pero con respuesta viscoelástica [75] a las vibraciones producidas en un ensayo, a partir de la fórmula 2.[55] se puede relacionar la frecuencia fundamental de resonancia medida, afectada por la viscoelasticidad $f_{long,1}^{viscoelástica}$, con la frecuencia fundamental de resonancia que se mediría en caso de un comportamiento elástico ideal $f_{long,1}^{elástica}$:

$$f_{long,1}^{viscoelástica} = f_{long,1}^{elástica}\left(1 - \frac{3}{4}\left(\int_0^{+\infty} \mathrm{L}(s)\, sen\left(2\pi f_{long,1}^{elástica}\, s\right) ds\right)^2\right) \qquad [3]$$

Despejando de la fórmula [3] $f_{long,1}^{elástica}$ como función de la frecuencia medida $f_{long,1}^{viscoelástica}$, sustituyendo $f_{long,1}^{viscoelástica}$ en lugar de $f_{long,1}^{elástica}$ en el argumento del seno en [3], sustituyendo la fórmula que relaciona $f_{long,1}^{elástica}$ con $f_{long,1}^{viscoelástica}$ se obtiene una corrección a la fórmula [1] . En la práctica, es necesario conocer la función $\mathrm{L}(t)$ para el hormigón ensayado.

Un enfoque diferente se desprende de la relación constitutiva viscoelástica [2.49]:

$$\sigma(t,x) = E_0\left(\varepsilon(t,x) - \int_{-\infty}^{t} \mathrm{L}(t-t')\varepsilon(t',x)\, dt'\right) \qquad [4]$$

Suponiendo que $\varepsilon(t,x) = \varepsilon_0(x)\, exp[i\,\omega\, t]$ y sustituyendo en [4] se obtiene la expresión compleja:

$$\sigma_0(x) = E_0\left(1 - \int_0^{+\infty} \mathrm{L}(s)\, exp[-i\,\omega\, s]\, ds\right)\varepsilon_0(x) = \left(E_a(\omega) + i\, E_p(\omega)\right)\varepsilon_0(x) \qquad [5]$$

[75] Lineal y débil, como es el caso, casi siempre, del hormigón endurecido.

Los módulos $E_a(\omega)$ y $E_p(\omega)$ que constituyen la parte real y la parte imaginaria del módulo complejo $E_*(\omega) = E_a(\omega) + i\,E_p(\omega)$ que aparece en la fórmula [5] se denominan, respectivamente, módulo de almacenamiento y módulo de pérdida, y vienen dados por las siguientes funciones reales de la frecuencia:

$$E_a(\omega) = E_0\left(1 - \int_0^{+\infty} \mathrm{L}(s)\, cos[\omega\, s]\, ds\right) \qquad [6\ a]$$

$$E_p(\omega) = E_0 \int_0^{+\infty} \mathrm{L}(s)\, sen[\omega\, s]\, ds \qquad [6\ b]$$

Las componentes del módulo complejo se pueden determinar a partir del registro de las historias de deformación $Re\{\varepsilon_0(x) exp[i\,\omega\, t]\}$ y de tensión $Re\{\sigma_0(x)\, exp[i\,\omega\, t]\}$ para una excitación armónica estacionaria (cuya frecuencia se puede ir variando de un ensayo a otro): $Re\{\sigma_0(x)\, exp[i\,\omega\, t]\} = Re\{\,|E_*(\omega)|\, exp[i\,\varphi(\omega)]\ \ \varepsilon_0(x) exp[i\,\omega\, t]\}$ [7]

Los módulos de almacenamiento y de pérdida se relacionan con $|E_*(\omega)|$ y con el desfasaje $\varphi(\omega)$ entre deformación y tensión:

$E_a(\omega) = |E_*(\omega)|\, cos\varphi(\omega)$ [8 a] $\qquad E_p(\omega) = |E_*(\omega)|\, sen\varphi(\omega)$ [8 b]

La tangente del desfasaje es igual al cociente de módulos: $tang\ \varphi(\omega) = \frac{E_p(\omega)}{E_a(\omega)}$ [9]

El módulo de pérdida mide el apartamiento que presenta el material respecto de la elasticidad perfecta. El cociente $\eta_E(\omega) = \frac{E_p(\omega)}{E_a(\omega)}$ se denomina *factor de pérdida*. Mide la diferencia de fase, durante una oscilación armónica forzada, entre una tensión aplicada y la deformación resultante.

El módulo dinámico calculado sin tener en cuenta el efecto de la viscoelasticidad puede ser corregido multiplicándolo por $1 + \frac{3}{16}\left(\frac{E_p(\omega)}{E_a(\omega)}\right)$. [76]

Como a las frecuencias utilizadas en los ensayos, el factor de pérdida para el hormigón endurecido en general varía entre 0.05 y 0.005, la corrección asociada al amortiguamiento de las vibraciones por efectos viscoelásticos es muy pequeña. [77]

Teniendo en cuenta los demás errores que se cometen en los ensayos, esa corrección al módulo de Young dinámico se puede despreciar.

La heterogeneidad del hormigón en general no influye, porque a las frecuencias utilizadas en los ensayos las longitudes de onda son mucho mayores que las dimensiones del agregado grueso. El hormigón se comporta como un medio homogéneo equivalente. Este tema será considerado en los capítulos 5 y 6 del informe. La anisotropía tampoco constituye un problema, a diferencia de lo que acontece, por ejemplo, en el ensayo de cuerpos de madera.

Si el cuerpo de prueba vibrara longitudinalmente como un material elástico lineal, sin respuesta viscoelástica, homogéneo e isótropo, pero no se lo puede modelar como una barra delgada, se pueden aplicar un factor de corrección, para $f_{long,1}$, que dependen de ν y del cociente entre una dimensión transversal equivalente (el diámetro si el cuerpo es un cilindro, $\sqrt{\frac{2}{3}}\ \sqrt{a^2 + b^2}$ si el cuerpo posee una sección transversal rectangular de lados a y b) y la longitud de onda $\lambda = 2\ l$ del modo fundamental.

[76] W. Lethersich y H. Pelzer, The Measurement of the Coefficient of Internal Friction of Solid Rods by a Resonance Method, Br. J. Appl. Phys. **1**(1):1-5, 1950.

[77] R. Jones, Non-Destructive Testing of Concrete, Cambridge University Press, 1965.

Para módulos de Poisson entre 0.15 y 0.35 (extremos del intervalo de valores del módulo ν para el hormigón endurecido) y para las dimensiones que generalmente poseen los cuerpos ensayados, el factor de corrección resulta no mayor que 1%. [78]

La Figura 4.2 muestra en un esquema la ubicación del generador de vibraciones longitudinales y del sensor que las mide en los extremos del cuerpo de prueba. Corresponde a la disposición indicada como (C) en la Figura 4.1.

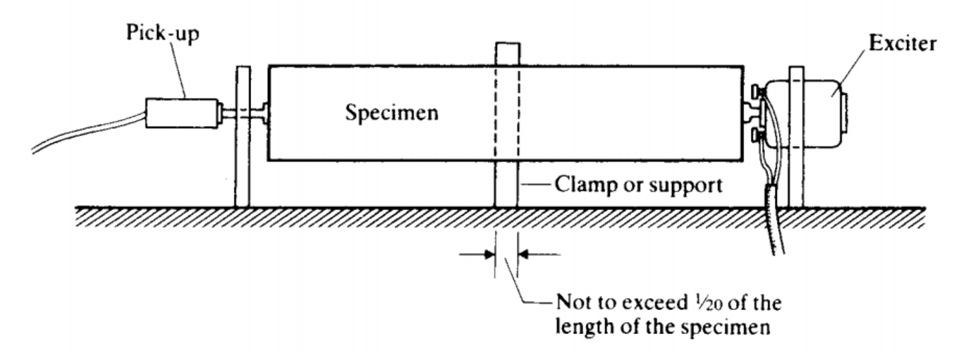


Figura 4.2

La figura 4.2 muestra un soporte ubicado en el punto medio de la pieza de hormigón, o sea en la posición del nodo para el primer modo normal (modo fundamental) de vibración. Obsérvese la indicación sobre el ancho máximo admisible para el elemento de fijación para que este último no perturbe la vibración del cuerpo en el modo fundamental.

La Figura 4.3 muestra un equipo de medición completo, que corresponde al esquema de la Figura 4.2.

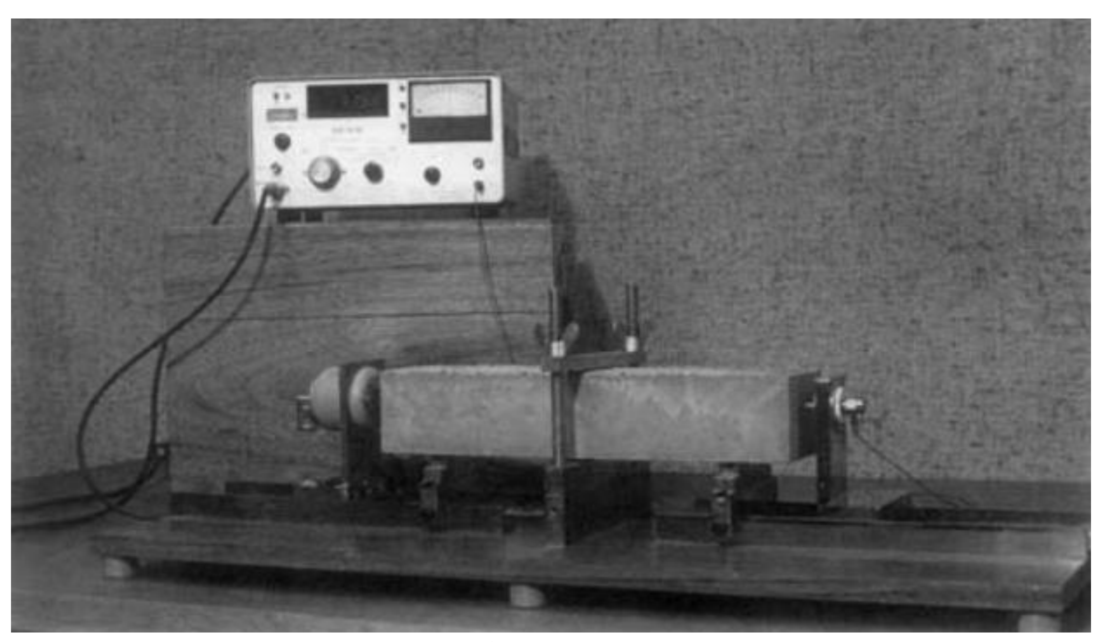


Figura 4.3

[78] S. Spinner, W. Richard y W. Teft, A comparison of experimental and theoretical relations between Young´s modulus and the flexural and longitudinal resonance frequencies of uniform bars, Journal of Research, National Bureau of Standards-A, Physics and Chemistry, 64 A (2):147-155. Según estos autores, si se toma un valor intermedio ν=0.25 el factor de corrección resulta inferior al 0.5 %.

Para vibraciones longitudinales, si se tienen en cuenta las masas del generador y del receptor de vibraciones, y si las masas de estos elementos no superan el 10% de la masa del cuerpo ensayado, los módulos de elasticidad dinámicos calculados a partir de las condiciones de borde libre-libre deben multiplicarse por $\left(1+\frac{m_1}{M}+\frac{m_2}{M}\right)^2$ Aquí m_1 y m_2 son las masas ubicadas en los extremos y M es la masa del cuerpo ensayado. [79]

La Figura 4.4 resume gráficamente en color los resultados del cálculo numérico de las amplitudes de vibración longitudinal en el modo fundamental.

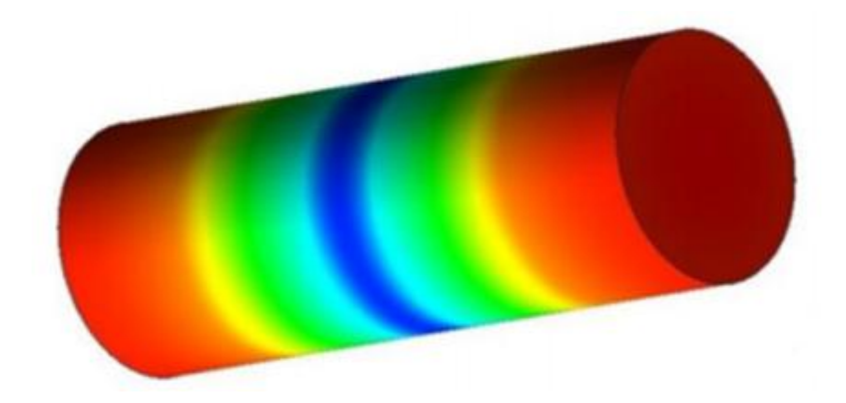
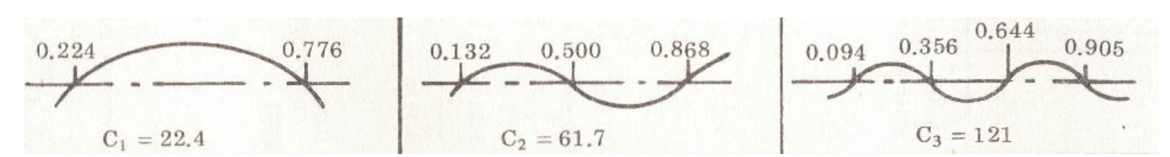


Figura 4.4 Modo fundamental de vibración longitudinal.

El cálculo se realizó empleando elementos finitos en 3-D, para una vibración libre-libre. Los puntos ubicados en las regiones que aparecen en color azul poseen la menor amplitud de vibración (allí se sitúa el único nodo que presenta este modo fundamental y se ubica el soporte que muestra la Figura 4.2). Los puntos ubicados en las regiones que aparecen en color rojo poseen la mayor amplitud de vibración.

4.1.2 *Ensayo mediante vibraciones de flexión*

La Figura 2.11, que repetimos aquí por comodidad, muestra los patrones espaciales y la posición de vientres y nodos para los modos de índices 1, 2 y 3 de vibración transversal de una barra:



En la Figura 2.11 se toma la longitud de la barra como unidad. En el primer modo normal (modo fundamental) los nodos se encuentran a una distancia, respecto del extremo izquierdo de la barra, $0.224\,l$ y $0.776\,l$ respectivamente. Para el segundo modo normal los nodos están ubicados en $0.132\,l$, $0.500\,l$ y $0.868\,l$. Para el tercer modo normal los nodos están ubicados en $0.094\,l$, $0.356\,l$, $0.644\,l$ y $0.905\,l$.

[79] R.M. Davies, The frequency of longitudinal and torsional vibration of unloaded and loaded bars, Phil. Mag. Series 7 **25**(167):364-386, 1938.

A partir de la fórmula [62] para las frecuencias angulares de los modos normales de vibración transversal, se obtienen las frecuencias de los tres primeros modos:

$f_1 = 3.565 \frac{c_E r_G}{l^2}$ [10 a] $f_2 = 9.820 \frac{c_E r_G}{l^2}$ [10 b] $f_3 = 19.258 \frac{c_E r_G}{l^2}$ [10 c]

Para determinar la frecuencia de resonancia en el modo fundamental, el generador de vibraciones y el sensor se ubican como sugiere la disposición indicada como (A) en la Figura 4.1. Los dos soportes se ubican se parados entre sí por una distancia $0.522\ l$, dispuestos en los planos nodales, en la parte inferior de la barra.

Los extremos libres del cuerpo de prueba son siempre vientres, de modo que allí se puede ubicar el sensor de vibraciones. Si se precisa excitar vibraciones correspondientes a modos de vibración de índice par, como el plano medio de la barra es siempre un plano nodal, no se puede ubicar allí el generador, pero sí un soporte. Si se debe trabajar con índices impares, en el plano medio hay un vientre, por lo cual se puede ubicar allí el generador.

La determinación del módulo de Young dinámico para el modo fundamental de vibración transversal de una barra de sección rectangular de grosor h se puede hacer aplicando la fórmula 2.2.[63]. Esta fórmula se puede generalizar para barras de sección uniforme de radio de giro r_G, representando mediante $f_{f,j}$ la frecuencia de resonancia transversal del modo normal j-ésimo: [80]

$$E_d = 4\pi^2\ \rho\ f_{f,j}^2\ \frac{l^4}{r_G^2}\ \frac{T_j}{k_j^4} \quad [11]$$

Para los primeros tres modos normales el coeficiente k_j adopta los valores $k_1 = 4.730$ $k_2 = 7.853$ y $k_3 = 10.996$ Los factores de corrección T_j dependen del módulo de Poisson y del cociente entre una dimensión característica de la sección transversal de la barra y su longitud.

Las correcciones en el caso de las vibraciones por flexión son mucho más importantes que las correcciones por vibraciones longitudinales. Por ejemplo, para un cuerpo prismático de 102×102×510 mm la corrección para la frecuencia fundamental de resonancia es de menos del 0.5% para vibraciones longitudinales y del 27% para vibraciones de flexión. Las correcciones cuando no se pueden ignorar las masas del generador y del detector de vibraciones, son bastante complicadas en comparación con las correcciones necesarias para el caso de vibraciones longitudinales o de torsión. [81]

El módulo de Young dinámico calculado a partir de vibraciones de flexión, sin tener en cuenta el efecto de la viscoelasticidad, puede ser corregido para tenerla en cuenta multiplicándolo por $1 + \frac{1}{8}\left(\frac{E_p(\omega)}{E_a(\omega)}\right)^2$

El significado de los módulos de pérdida $E_p(\omega)$ y de almacenamiento $E_a(\omega)$ es el mismo ya visto en 4.1.1 para las vibraciones longitudinales.

---

[80] S. Spinner, W. Richard y W. Teft, A comparison of experimental and theoretical relations between Young´s modulus and the flexural and longitudinal resonance frequencies of uniform bars, Journal of Research, National Bureau of Standards-A, Physics and Chemistry, 64 A (2):147-155.

[81] E. Goens, Sobre la determinación del módulo elástico de varillas mediante vibraciones de flexión (Über die Bestimmung des Elastizitätsmoduls von Stäben mit Hilfe von Biegungsschwingungen) Ann. der Phys. **403**:649-678, 1931.

La Figura 4.5 resume en colores el cálculo numérico, mediante elementos finitos, de las amplitudes de vibración por flexión para el modo fundamental, en condiciones libre-libre.

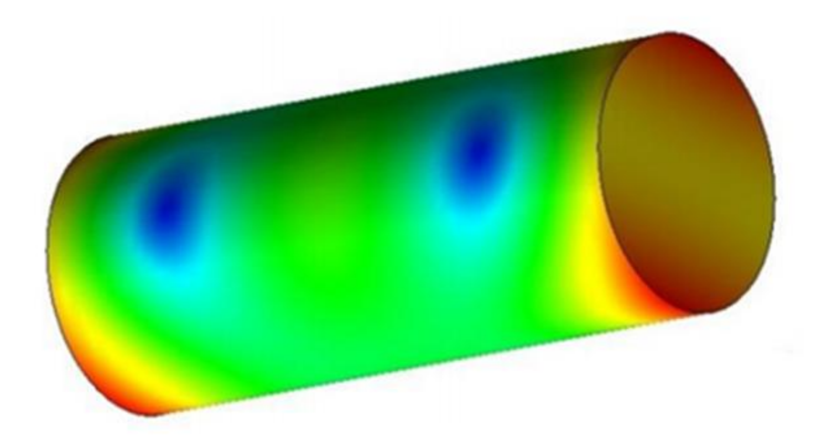


Figura 4.5 Modo fundamental de vibración de flexión.

Los puntos ubicados en las regiones que aparecen en color azul poseen la menor amplitud de vibración. Los puntos ubicados en las regiones que aparecen en color rojo poseen la mayor amplitud de vibración.

4.1.3 *Ensayo mediante vibraciones de torsión*

Para producir vibraciones de torsión el dispositivo excitador y el sensor receptor de las vibraciones se ubican en la barra como sugiere la disposición indicada como (B) en la Figura 4.1, de modo de producir y registrar un movimiento de torsión máximo, en igualdad de las demás condiciones.

Los nodos y los vientres se producen en las mismas posiciones a lo largo del eje de la barra que se observan en el caso de las vibraciones longitudinales.

Si el cuerpo es un cilindro, las frecuencias de resonancia son múltiplos de la frecuencia fundamental, siempre que las longitudes de onda de las vibraciones sean mayores que el diámetro del cilindro. Para un cilindro, con esas restricciones, el módulo de rigidez transversal dinámico (módulo dinámico de cizalla o corte) se puede calcular, a partir de la frecuencia de resonancia por torsión $f_{t,j}$ correspondiente al j-ésimo modo normal mediante la fórmula:

$$G_d = 4\,\rho\, f_{t,j}^2\, \frac{l^2}{j^2} \qquad [12\ a]$$

Para una barra de sección transversal rectangular de lados de longitudes a y b el módulo de cizalla dinámico se puede calcular empleando la fórmula:

$$G_d = \left(4\,\rho\, f_{t,j}^2\, \frac{l^2}{j^2}\right) \frac{\left(\frac{b}{a}\right)+\left(\frac{a}{b}\right)}{4\left(\frac{a}{b}\right)-2.52\left(\frac{a}{b}\right)^2+0.21\left(\frac{a}{b}\right)^6} \qquad [12\ b]$$

Para cilindros o prismas de sección cuadrada, las correcciones que deben aplicarse al cálculo de G_d mediante las fórmulas [12], son en general pequeñas, pero aumentan significativamente cuando aumenta el cociente entre el ancho y la altura de la barra horizontal.

En el caso de las vibraciones de torsión el módulo calculado a partir de las condiciones libre-libre debe corregirse por el factor $\left(1+\frac{I_1}{I}+\frac{I_2}{I}\right)^2$ donde los momentos de inercia de

las masas adicionales ubicadas en los extremos, I_1 e I_2 , y el momento de inercia del cuerpo ensayado I se toman respecto del eje longitudinal. Este factor de corrección se puede aplicar si las masas de estos elementos no superan el 10% de la masa del cuerpo ensayado. [82]
El módulo dinámico de cizalla calculado a partir de vibraciones de torsión, sin tener en cuenta el efecto de la viscoelasticidad, puede ser corregido para tenerla en cuenta multiplicándolo por $1+\frac{3}{16}\left(\frac{G_p(\omega)}{G_a(\omega)}\right)^2$ [83] donde $G_p(\omega)$ es el módulo de pérdida y $G_a(\omega)$ es el módulo de almacenamiento por corte en función de la frecuencia de oscilación.

Para las oscilaciones de torsión en presencia de procesos disipativos (respuestas diferidas a las frecuencias del ensayo) se tienen relaciones análogas a las estudiadas en 4.1.1, excepto que no son los módulos de almacenamiento y pérdida correspondientes al módulo de Young, sino que son los módulos $G_a(\omega_0)$ y $G_p(\omega_0)$ correspondientes al módulo de cizalla. Se define un *factor de pérdida* $\eta_G(\omega)=\frac{G_p(\omega)}{G_a(\omega)}$ para las oscilaciones de torsión.
Se puede utilizar un modelo análogo al de la fórmula 2.2.[40] para relacionar la tensión de cizalla $\tau(t)$ con la deformación de cizalla $\gamma(t)$:

$$\tau(t)=G_0\left(\gamma(t,x)-\int_0^t \mathrm{L}_G(t-t')\,\gamma(t')\,dt'\right) \qquad [13]$$

Para una barra cilíndrica de radio R la deformación de cizalla se puede expresar así, como función de la posición x de la sección transversal considerada y de la distancia radial r al eje de la barra: $\gamma(t,x,r)=r\,\frac{\partial}{\partial x}\theta(t,x) \qquad 0\le r\le R$
En esta expresión $\theta(t,x)$ es el ángulo de torsión de la sección en el instante de tiempo t y en el punto x del eje de la barra.
Si $\Theta=\frac{1}{2}\rho\,\pi\,R^4$ es el momento de inercia por unidad de longitud y $M(t,x)$ es el momento de torsión que actúa sobre la sección, entonces: $\Theta\,\frac{\partial}{\partial t^2}\theta(t,x)=\frac{\partial}{\partial x}M(t,x)$
[14]
Ahora, teniendo en cuenta la fórmula [13] y la definición del momento de torsión, resulta:

$$M(t,x)=2\pi\int_0^R \tau(t,x,r)\;r\,rdr$$

$$=G_0\,\Theta\left(\frac{\partial}{\partial x^2}\theta\,(t,x)-\int_0^t \mathrm{L}_G(t-t')\;\frac{\partial}{\partial x^2}\theta\,(t',x)\,dt'\right) \qquad [15]$$

De [14] y [15], definiendo $c_S^2=\frac{G_0}{\rho}$ se desprende, finalmente:

$$\frac{\partial}{\partial t^2}\theta(t,x)=c_S^2\left(\frac{\partial}{\partial x^2}\theta\,(t,x)-\int_0^t \mathrm{L}_G(t-t')\;\frac{\partial}{\partial x^2}\theta\,(t',x)\,dt'\right) \qquad [16]$$

Entonces, a partir de la relación constitutiva [13] se puede hacer un desarrollo análogo al efectuado a partir de la fórmula 2.2.[40].
Se introduce un módulo de cizalla complejo $G_*(\omega)=G_a(\omega)+i\,G_p(\omega)$:

$$G_a(\omega)=G_0\left(1-\int_0^{+\infty}\mathrm{L}_G(s)\,cos[\omega\,s]\,ds\right)$$

[82] R.M. Davies, The frequency of longitudinal and torsional vibration of unloaded and loaded bars, Phil. Mag., **25**(167):364-386, 1938.

[83] W. Lethersich y H. Pelzer, The Measurement of the Coefficient of Internal Friction of Solid Rods by a Resonance Method, Br. J. Appl. Phys. **1**(1):1-5, 1950.

$$G_p(\omega) = G_0 \int_0^{+\infty} L_G(s)\, sen[\omega\, s]\, ds$$

En forma análoga a como se hizo para el módulo de Young en presencia de procesos disipativos, se obtienen fórmulas para las frecuencias y los coeficientes de atenuación de los modos normales de vibración por torsión.

La Figura 4.6 muestra un gráfico en color que resume los resultados del cálculo numérico, mediante elementos finitos, de las amplitudes de vibración por torsión correspondientes al modo fundamental.

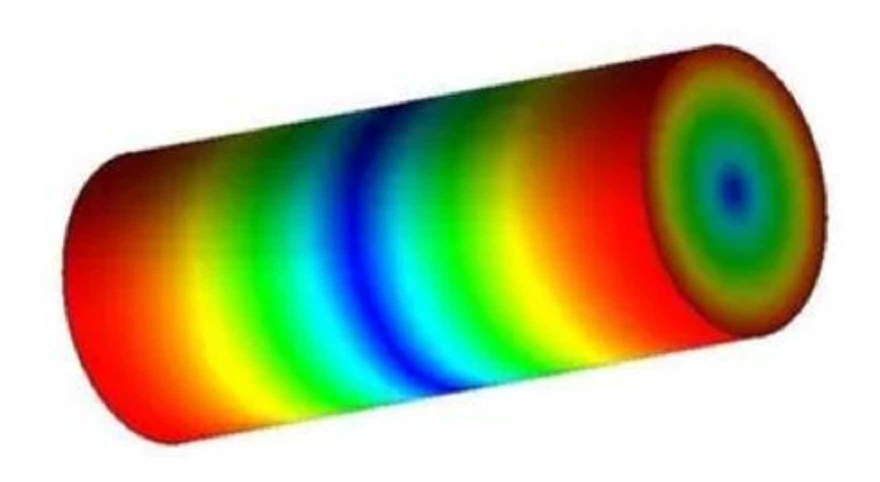


Figura 4.6 Modo fundamental de vibraciones por torsión.

Los puntos ubicados en las regiones que aparecen en color azul poseen la menor amplitud de vibración. Los puntos ubicados en las regiones que aparecen en color rojo poseen la mayor amplitud de vibración.

4.1.4 *Factores de calidad en ensayos de resonancia*

En todas las modalidades de ensayo por resonancia (vibraciones longitudinales, de flexión y de torsión) el factor de calidad $Q(f_R)$ correspondiente a una frecuencia de resonancia f_R se puede estimar mediante:

$$Q(f_R) = \frac{f_R}{f_2 - f_1} \qquad [17]$$

En esta fórmula, a las frecuencias f_2 (por encima de f_R) y f_1 (por debajo de f_R) la amplitud de vibración es $\frac{1}{\sqrt{2}}$ veces la amplitud en resonancia. El método basado en el ancho de banda $f_2 - f_1$ es más difícil de aplicar en materiales que poseen valores de $Q(f_R)$ muy elevados, y como consecuencia producen valores de $f_2 - f_1$ que abarcan unos pocos Hz. La presencia de resonancias muy próximas impide también la aplicación de este método para estimar factores de calidad.

Para oscilaciones longitudinales y para oscilaciones de flexión $Q(f_R) \cong \frac{E_a(f_R)}{E_p(f_R)}$ y para oscilaciones de torsión $Q(f_R) \cong \frac{G_a(f_R)}{G_p(f_R)}$

Finalmente, un tercer método para medir el factor de calidad se basa en determinar el denominado decremento logarítmico. Esto nos conduce a la otra modalidad de ensayo por vibraciones: la progresiva disminución de las amplitudes de vibración del cuerpo cuando se lo perturba y luego se lo deja vibrar libremente.

4.1.5 *Ensayos oscilaciones amortiguadas producidas mediante impactos*[84]

El método de excitación de vibraciones mediante impactos puede aplicarse a la determinación de los módulos dinámicos de Young y de cizalla disponiendo adecuadamente los apoyos del cuerpo de prueba, ubicando el sensor que mide las vibraciones, y eligiendo la modalidad del impacto que va a ser aplicado en cada caso.

La Figura 4.7 muestra un dispositivo que se puede utilizar para la determinación del módulo de Young dinámico a partir de vibraciones de flexión.

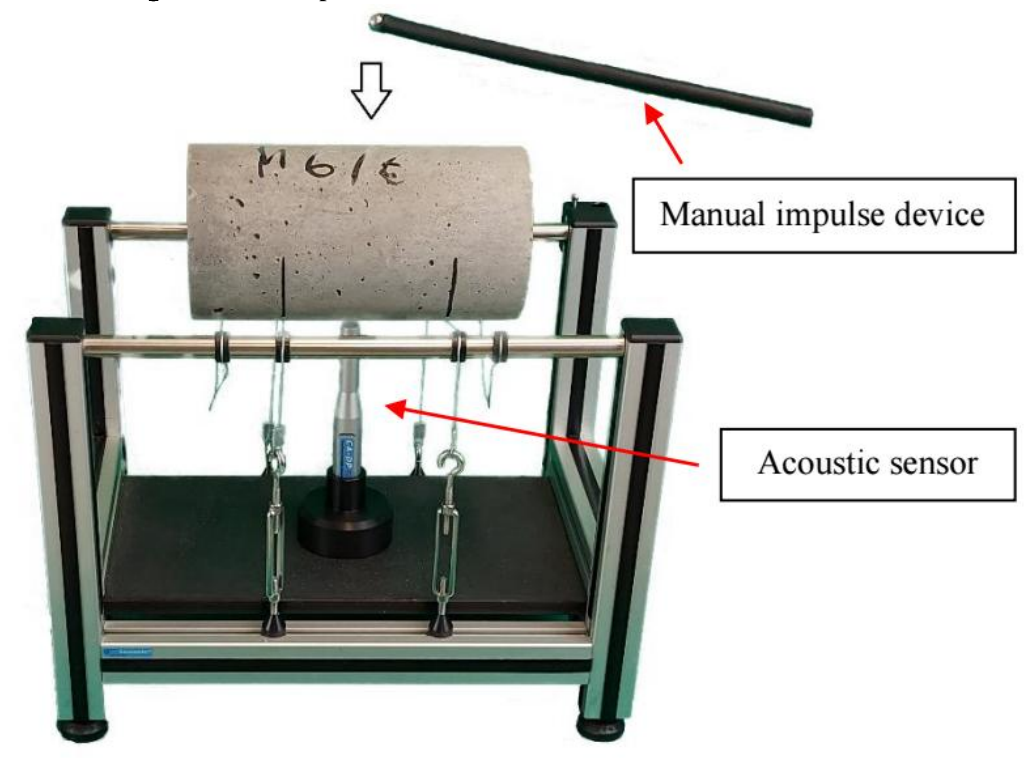


Figura 4.7 Aparato comercial (Sonelastic) para determinar el módulo de Young dinámico de un cilindro de hormigón generando vibraciones amortiguadas a partir de un impacto.

El montaje de la Figura 4.7 se ha dispuestos para generar el primer modo de vibraciones de flexión. Las cuerdas de soporte contactan con el cilindro de hormigón en las zonas que aparecen en azul en la figura 4.5.

Una vez aplicado el impulso mecánico, se produce un patrón de vibración transitorio.

Si los apoyos, el lugar del impacto y la posición del sensor han sido bien elegidos, el patrón de vibración tiende rápidamente a un patrón de vibraciones de flexión, de torsión o longitudinales.

Las frecuencias de los modos normales de orden más elevado se atenúan más rápidamente que las frecuencias de los primeros modos, hasta que, si los apoyos lo permiten, dominan las oscilaciones amortiguadas del modo fundamental.

El método del impacto, en condiciones favorables permite estudiar los espectros de frecuencias y las atenuaciones de la etapa transitoria.

[84] Información adicional sobre el método de ensayo no destructivo de hormigones mediante impactos puede hallarse en ASTM E1876, Test Method for Dynamic Young's Modulus, Shear Modulus, and Poisson's Ratio by Impulse Excitation of Vibration; designation: E1876-21. ASTM International, 2021.

Esto puede suministrar información complementaria respecto del método de resonancia. El cálculo de los módulos elásticos dinámicos se realiza mediante las fórmulas ya vistas en 4.1.1, 4.1,2 y 4.1.3 que consideran la geometría, la densidad y las dimensiones del cuerpo ensayado.

Con el método del impacto se puede medir el decremento logarítmico de la amplitud de vibración en la etapa en la que un modo (generalmente el modo fundamental) pasa a dominar la dinámica.
En las secciones 2.2 y 2.3 vimos que las amplitudes de los modos normales de vibración libre de un cuerpo disminuyen desde sus valores iniciales, como funciones exponenciales del tiempo: $A_{*n} exp[-\alpha_{n*}\, t]$ En esta expresión α_{n*} es el coeficiente de atenuación del modo n-ésimo.
Si A_j y A_{j+1} son dos amplitudes separadas temporalmente por un período de oscilación correspondiente a la frecuencia del modo amortiguado, el decremento logarítmico δ se define como $\delta = \log_e \frac{A_j}{A_{j+1}}$ y es igual al producto del coeficiente de atenuación exponencial por el período de oscilación.

Si el modo dominante es el fundamental, la frecuencia de oscilación y el coeficiente de atenuación exponencial vienen dados por las fórmulas 2.2.[46 a] y 2.2.[46 b] para un modelo viscoelástico genérico.
Teniendo en cuenta las fórmulas mencionadas, representando mediante $\omega_0 = 2\pi f_0$ la frecuencia del modo fundamental no amortiguado, la frecuencia y el coeficiente del modo amortiguado se pueden expresar así:

$$\omega_{1*} = \omega_0 \sqrt{1 - \int_0^{+\infty} L(s)\cos(\omega_0 s)\, ds} \qquad \alpha_{1*} = \frac{\omega_0 \int_0^{+\infty} L(s) sen(\omega_0 s)\, ds}{2\sqrt{1 - \int_0^{+\infty} L(s)\cos(\omega_0 s)\, ds}}$$

Entonces: $$\delta(\omega_0) = \log_e \frac{A_j}{A_{j+1}} = \alpha_{1*} \frac{2\pi}{\omega_{1*}} = \pi \frac{\int_0^{+\infty} L(s) sen(\omega_0 s)\, ds}{1 - \int_0^{+\infty} L(s)\cos(\omega_0 s)\, ds} \qquad [18]$$

Teniendo en cuenta las fórmulas [6] para los módulos de almacenamiento y de pérdida para las oscilaciones longitudinales y las oscilaciones de flexión, resulta que el decremento logarítmico para el modo fundamental de esas oscilaciones puede expresarse así: $$\delta(\omega_0) = \pi \frac{E_p(\omega_0)}{E_a(\omega_0)} \qquad [19]$$

Como $$\frac{E_p(\omega_0)}{E_a(\omega_0)} = \frac{1}{Q(\omega_0)} \qquad [20]$$
resulta la siguiente relación entre el factor de calidad y el amortiguamiento logarítmico:
$$\delta = \frac{\pi}{Q(\omega_0)} \qquad [21]$$

4.1.6 *Factores de calidad y decremento logarítmico*
Cuando el valor de Q es inferior a 50, su determinación por el método del ancho de banda en torno a la frecuencia de resonancia es más conveniente.
Si el valor de Q es superior a 200, conviene usar el método del decremento logarítmico para hallarlo.
En el caso de los hormigones, los valores de Q se encuentran, generalmente, entre 50 y 200 con decrementos logarítmicos comprendidos entre 0.016 y 0.063.

Entonces, cualquiera de los dos métodos puede aplicarse, si se cuenta con los equipos adecuados.
La figura 4.8 muestra los puntos experimentales en torno a una resonancia que se produce para $f_R = 1990\ Hz$ y $f_2 - f_1 = 12\ Hz$, lo cual por la fórmula [13] implica que el factor de calidad es $Q = 166$. [85]

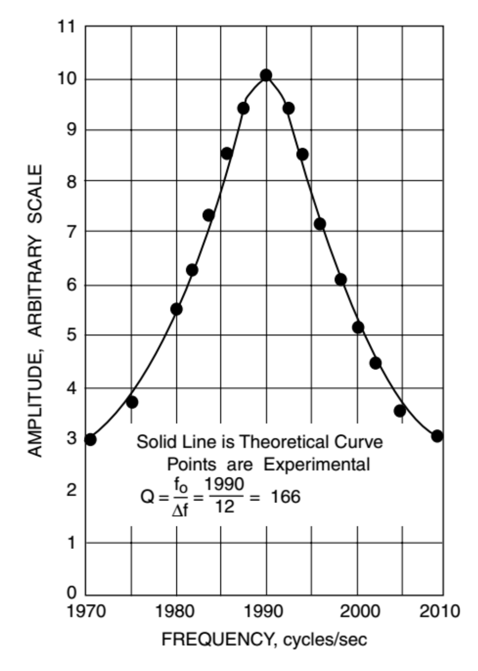


Figura 4.8

4.1.7 *Ventajas y limitaciones de los ensayos de hormigones por resonancia o por decaimiento de las vibraciones en cuerpos de prueba.*

Como tanto los ensayos por resonancia o decaimiento de vibraciones se pueden repetir muchas veces sobre el mismo cuerpo de prueba, éste puede someterse a diferentes condiciones ambientales (historias de temperatura, humedad e interacción con sustancias químicas) con el fin de estimar su durabilidad y a ensayos de carga sin llegar a la rotura, con el fin de determinar las modificaciones en los módulos dinámicos asociadas a los procesos de carga.
Los módulos dinámicos se pueden relacionar con diversos módulos estáticos, a través de correlaciones estadísticas. El uso de estas correlaciones para cálculos de diseño de estructuras no se recomienda.
Hay correlaciones estadísticas entre módulos dinámicos y resistencia a la compresión o a la flexión que presentan incertidumbres significativas, tanto mayores cuanto más genéricas (es decir, independientes de las proporciones de la mezcla, las propiedades de los componentes, las condiciones de curado y otros parámetros). La incertidumbre en la correlación disminuye un poco cuando se añade una medida del amortiguamiento en el hormigón.
Si la correlación se ha establecido en el laboratorio para el mismo hormigón de la estructura, *y si además este hormigón es lo bastante homogéneo*, su uso puede estar justificado. De lo contrario, su uso es desaconsejado.

[85] L. Obert y W. Duvall, Discussion of dynamic methods of testing concrete with suggestions for standardization, Proc. ASTM, 41, 1053, 1941

Los ensayos de resonancia y atenuación descriptos en esta parte 4.1 del informe se llevan a cabo sobre cuerpos de prueba prismáticos o cilíndricos de pequeño tamaño.
Implican la aplicación de factores de corrección bien estudiados para estas geometrías, pero no para otras.
Como las frecuencias de resonancia dependen de las condiciones de frontera aplicadas a los cuerpos de prueba, los métodos de ensayo estudiados hasta este momento no son aplicables a miembros de una estructura.

4.1.8 *Ensayos mediante resonancia y vibraciones amortiguadas de materiales bituminosos.*

Entre los materiales bituminosos, los cementos asfálticos son los más utilizados para la construcción de pavimentos calles, en rutas y pistas de aeropuertos. Son sólidos viscosos que deben calentarse para mezclarlos con agregados y formar hormigón asfáltico. Empleando aceites volátiles o formando emulsiones se los puede ablandar a temperaturas más bajas que las necesarias para el cemento asfáltico sin aditivos.
Como es un líquido muy viscoso, bajo una carga sostenida fluirá. Los agregados, con una granulometría adecuada, interactúan mecánicamente entre, transfiriendo la carga y dotando de mayor estabilidad al material. La permanencia en superficie de las partículas de agregado da una textura granulada al pavimento y ayudan a que los neumáticos no resbalen cuando la superficie está mojada.
Además de la estabilidad, y al igual que en el caso de los hormigones de cemento Portland, la durabilidad y la economía son propiedades fundamentales de los hormigones asfálticos. La formación de fisuras, debidas a diferentes causas, que se abren en la superficie del pavimento, disminuyen su durabilidad. Las fisuras asociadas a la fatiga del material dependen de la rigidez de la mezcla, contenido, punto de ablandamiento y viscosidad del asfalto, granulometría del agregado, prácticas de construcción, tráfico sobre el pavimento y factores climáticos. [86]
Para estimar las propiedades de un pavimento de cemento asfáltico se han desarrollado diversos métodos de END. Entre estos métodos hay algunos basados en vibraciones y ultrasonidos.
Se ensayan cuerpos de prueba de hormigón asfáltico o de cemento asfáltico mediante resonancia y mediante atenuación de la amplitud de de las oscilaciones libres, luego de un impacto.
La parte real $E_a(\omega)$ o $G_a(\omega)$ del módulo dinámico complejo del hormigón asfáltico varía con la frecuencia de las vibraciones y con la temperatura del material mucho más que lo que varían (permanece casi constantes) en el caso del hormigón de cemento Portland. La parte imaginaria $E_p(\omega)$ o $G_p(\omega)$ es por lo general mucho mayor en el hormigón asfáltico en comparación con el hormigón de cemento Portland, en particular para temperaturas superiores a $10\ °C$. Por este motivo los factores de calidad del hormigón asfáltico pueden tomar valores por debajo de 10, a veces para temperaturas por debajo de los $10\ °C$. [87] Las propiedades del cemento asfáltico determinan la mayor parte del comportamiento viscoelástico de los cuerpos de prueba de hormigón asfáltico

[86] Las propiedades de los cementos asfálticos se describen en el reciente libro de Q. Yuang et al., Civil Engineering Materials, csupress, Elsevier, 2021.

[87] R. Jones, Non-Destructive Testing of Concrete, Cambridge University Press, 1965.

sometidos a vibraciones forzadas o a un régimen de oscilaciones libres. Mientras que a frecuencias elevadas y temperaturas bajas el hormigón asfáltico se comporta como un material elástico, es decir $Q = \frac{E_a}{E_p}$ es muy elevado, a frecuencias bajas y temperaturas elevadas se comporta como un material viscoso, o sea $Q = \frac{E_a}{E_p}$ es muy bajo.
Además de ensayar por resonancia hormigones de cemento Portland y de cemento asfáltico, también se ensayan con este procedimiento no destructivo ladrillos de mampostería, vidrios, maderas y cuerpos de prueba de otros materiales de interés en arquitectura e ingeniería.

4.2 Ensayo global de estructuras mediante vibraciones

El oído humano junto con la percusión de superficies se ha venido utilizando desde tiempos remotos, en medicina y en tecnología para detectar anomalías. Una fisura importante en una campana o en un eje de ferrocarril, una delaminación importante en el hormigón del tablero de un puente, se acompañan de una modificación audible en la respuesta dinámica del cuerpo percutido, ya sea local (como en el caso del sonido percibido por el médico durante el denominado examen físico del paciente, o en el caso del sonido percibido por un operador que busca una delaminación en el tablero de un puente), ya sea global (como en el caso de la campana o del eje de ferrocarril). Siempre se compara lo que se escucha con lo que se sabe se debería escuchar en ausencia de daño.

En el caso de delaminaciones en el hormigón de los tableros de puentes, a menudo se deben a procesos de expansión en el material de la capa superior del refuerzo, asociados a la corrosión de las armaduras. Esto da origen a un plano de fractura, sobre todo donde el recubrimiento de las armaduras es más delgado. Para realizar reparaciones, se debe detectar el deterioro y determinar su extensión.

Los métodos que se utilizan actualmente de manera rutinaria se basan en el sonido sordo característico cuando se golpea la superficie del tablero sobre una delaminación o se arrastra una cadena. El arrastre de cadenas da resultados mejores que los métodos de percusión y permite al operador detectar diferencias de sonido y marcar, sobre la superficie del material, un perfil de delaminación.
Los resultados de aplicar estos métodos dependen del juicio (subjetivo) del operador. Son de tipo psicofísico, difícilmente cuantificables. Desde comienzos de este siglo se dispone de sistemas de arrastre de cadenas y de percusión automatizados e instrumentados.
En una norma ASTM [88] se describen tres procedimientos para localizar delaminaciones en los tableros de los puentes. (1) Un dispositivo de sondeo que involucra un dispositivo de percusión electromecánico, un receptor sónico y una grabadora montada en un carro. El carro se empuja a lo largo de la plataforma del puente y las delaminaciones se registran en la grabadora. (2) El arrastre de una cadena sobre la superficie de la plataforma del puente. La detección de delaminaciones se logra cuando el operador nota sonidos sordos o huecos. Se puede sustituir el arrastre de cadena por golpear la superficie de la plataforma del puente con una varilla de acero o un martillo. (3) Hacer rodar sobre la superficie de la plataforma del puente un aparato de dos ruedas y dientes múltiples (unido a una barra de

[88] La norma ASTM D4580/D4580M-12(2018) “Standard Practice for Measuring Delaminations in Concrete Bridge Decks by Sounding”.

extensión). La fuerza de percusión causada por las ruedas de golpeteo creará un sonido sordo o hueco, que indica cualquier delaminación.

La mayoría de los métodos de ensayo no destructivo de hormigones basados en ondas mecánicas que estudiamos en este informe, incluyendo los métodos de percusión y arrastre de cadenas que mencionamos previamente, son *métodos locales*, al igual que lo son los métodos magnéticos para armaduras, la radiografía y gammagrafía, la termografía y los ensayos electroquímicos aplicados al hormigón.

En esta sección estudiamos un *método global* de ensayo no destructivo, basado registrar, en diferentes puntos, la respuesta dinámica de una estructura o de un miembro estructural, ya sea cuando se le aplica un generador de vibraciones de frecuencia variable o un impacto, ya sea cuando responde a las fuerzas provenientes de las cargas dinámicas asociadas al uso de la estructura o a fuerzas provenientes de su ambiente. [89]
El encare más directo de este tipo de ensayo consiste en estudiar los registros temporales de desplazamientos, velocidades o aceleraciones con los cuales la estructura responde a la dinámica de las fuerzas externas, intentando relacionar un cambio detectado entre un primer registro y un segundo registro, con posibles daños estructurales acontecidos en el intervalo de tiempo transcurrido entre ambos.
Como una modificación en la respuesta se puede producir tanto como consecuencia de una modificación intrínseca al sistema como por una modificación en las fuerzas que generan las vibraciones, este enfoque no siempre resulta aplicable. [90]

4.2.1 *Análisis modal experimental y análisis modal operacional*

El encare que se ha mostrado más factible se basa en identificar modos normales de vibración de la estructura y determinar los parámetros modales: sus frecuencias, sus

[89] Sobre los ensayos por vibraciones en las estructuras puede consultarse el libro de H-F Lam y J-H Yang, Vibration Testing and Applications in System Identification in Civil Engineering Structures, CRC Press, Boca Raton, 2023.

[90] Hay una situación en la que el examen de la respuesta (sin conocer los detalles del registro de la entrada al sistema) puede suministrar información útil sobre posibles daños en la estructura. Esto ocurre cuando el daño provoca que una estructura que se comportaba en forma lineal antes del daño pase a comportarse en forma no lineal después del daño. Por ejemplo, un elemento sometido a esfuerzos alternados de tracción y de compresión en una región inicialmente no fisurada, se fisura de modo que tal que las fisuras se abren ampliamente en tracción y tienden a cerrarse en compresión. En estos casos, aunque el espectro de frecuencias de las fuerzas externas no se modifique significativamente de un registro al otro, se producen cambios (generalmente notorios) en el espectro de frecuencias del registro temporal de la respuesta estructural cuando se compara el espectro después de producido el daño (respuesta de un sistema no lineal) con el espectro antes del daño (respuesta de un sistema lineal). Las consecuencias de la aparición de una no linealidad se puede ilustrar mediante un ejemplo simple. Supongamos que una señal de entrada vibratoria viene dada en todos los casos por la oscilación armónica $e(t) = e_0\, cos\omega t$ y que la salida vibratoria (el registro temporal) previa al daño viene dada por $s(t) = a_0\, e(t)$ mientras que la salida vibratoria después del daño pasa a ser $s(t) = a\, e\,(t) + b\, e(t)^2$. Previamente al daño $s(t) = a_0 e_0\, cos\omega t$ de modo que el espectro de la señal de salida presenta una sola frecuencia (ω la misma que presenta la señal de entrada). Luego del daño $s(t) = a\, e\,(t) + b\, e(t)^2 = \frac{b}{2}\, e_0^2 + a\, e_0 \cos \omega t + \frac{b}{2}\, e_0^2 \cos 2\omega t$ de modo que el espectro de la señal de salida presenta la frecuencia $2\,\omega$ además la frecuencia ω . Hay un corrimiento constante $\frac{b}{2}\, e_0^2$ en la señal de salida después del daño que no aparece antes del daño.

coeficientes de amortiguamiento y los patrones espaciales correspondientes (formas modales). Este *análisis modal experimental* se lleva a cabo a partir del registro de las fuerzas externas que actúan sobre la estructura y de las respuestas estructurales correspondientes.
En los ensayos de laboratorio sobre modelos físicos a escala se puede utilizar un martillo instrumentado para iniciar, mediante un impacto, vibraciones libres en la estructura.
Una celda de carga, ubicada entre la punta que impacta y el cuerpo del martillo, permite registrar la fuerza del impacto en función del tiempo. Ver Figura 4.9



Figura 4.9

Este mismo tipo de martillo se utiliza en el tipo de *ensayo no destructivo local* estudiado en el capítulo 6, que se basa en generar ondas mecánicas que se propagan en pilotes, pavimentos y elementos estructurales sin que se establezcan regímenes de vibración propiamente dicha.
Cada martillo posee varias puntas más o menos rígidas, de uso alternativo dependiendo de la duración del contacto que se desea obtener, entre el martillo y el elemento ensayado. Cuanto menor es el tiempo de contacto mayor resulta el espectro de frecuencias de la fuerza provocada por el impacto.
La respuesta del modelo físico se suele registrar mediante acelerómetros que se fijan en lugares seleccionados de la estructura, de modo tal que vibren al unísono con esta última y no perturben indebidamente el movimiento vibratorio que se debe registrar. Los más convenientes son los acelerómetros 3-D que pueden registrar la aceleración en cualquier dirección en el espacio.
Como la masa del acelerómetro es por lo general muy pequeña respecto de las masas de los elementos de la estructura en el caso de los modelos a escala bien diseñados y siempre en el caso de las estructuras de hormigón de edificios y puentes, la perturbación debida a un conjunto de acelerómetros se puede ignorar.
Los acelerómetros poseen una masa interna que al ser acelerada presiona un material piezoeléctrico, el cual genera una separación de cargas eléctricas proporcional a la presión generada. El voltaje asociado a esta separación de carga se amplifica, se envía a un conversor analógico-digital y se transfiere a un equipo de cómputo. Así se puede registrar las aceleraciones en los puntos del cuerpo ensayado donde se ubicaron los acelerómetros.

En los ensayos de laboratorio sobre modelos físicos a escala y también en ensayos de campo sobre estructuras, se pueden utilizar generadores de vibraciones forzadas. La Figura 4.10 muestra un generador de vibraciones forzadas que se fija a la estructura a través de una base rígida y posee un acelerómetro para registrar la fuerza aplicada en función del tiempo.

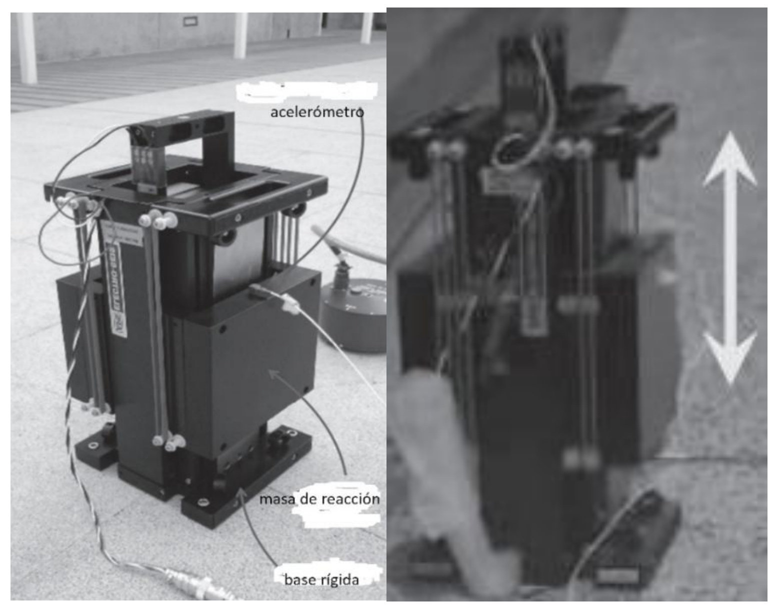


Figura 4.10 (Adaptado del libro de H-F Lam y J-H Yang, Vibration Testing and Applications in System Identification in Civil Engineering Structures.)

La flecha con dos puntas indica la dirección de aplicación de la fuerza oscilante.
Para excitar en resonancia en forma sucesiva diferentes modos normales se puede hacer un barrido de frecuencias con una oscilación sinusoidal de frecuencia variable, comenzando por una rampa de frecuencias crecientes de algunos minutos de duración y seleccionando adecuadamente la banda de frecuencias involucrada en ese barrido. Ver la Figura 4.11 donde un barrido semejante se aplica sobre una placa.

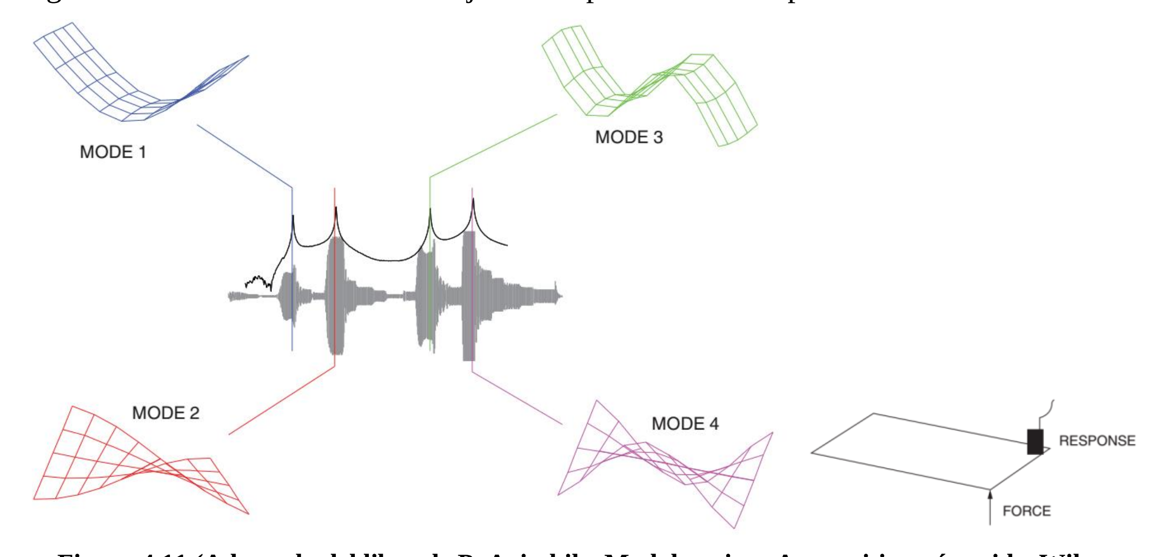


Figura 4.11 (Adaptado del libro de P. Avitabile, Modal testing: A practitioner´s guide, Wiley-Society of Experimental Mechanics, Chichester, West Sussex, UK, 2018.)

En el lado derecho de esta figura se puede ver una placa rectangular con una fuerza oscilatoria aplicada en una esquina y con un acelerómetro en la otra esquina del mismo lado del rectángulo. En el lado izquierdo, en el centro, se puede ver la respuesta del acelerómetro como una banda gris continua de oscilación. Se ven cuatro momentos donde la amplitud de la oscilación pasa por cuatro máximos locales en los instantes del barrido para los cuales se alcanzan las frecuencias de resonancia de alguno de los cuatro primeros modos normales de vibración. Las amplitudes del espectro de frecuencias se ven como una línea continua con cuatro picos de resonancia, ubicados por encima de la respuesta del acelerómetro. A cada frecuencia de resonancia se le hace corresponder una instantánea de la forma modal correspondiente (modos del uno al cuatro).

En las aplicaciones del análisis modal experimental para un ensayo global realizado en estructuras de hormigón de gran porte, como edificios altos o puentes, puede ser oneroso (o a veces peligroso) aplicar fuerzas externas o producir una perturbación inicial lo bastante importante como para poder identificar los parámetros modales a partir de señales de al menos un orden de magnitud por encima del ruido vibratorio asociado con el ambiente.

Si la excitación controlada no es factible, se debe trabajar con las respuestas, más débiles, a las siempre presentes fuerzas externas asociadas a las excitaciones ambientales, como vientos, tráfico y otras.

Estas excitaciones suelen ser en buena medida aleatorias.

En algunos casos no se dispone de registros de las fuerzas externas actuantes sobre la estructura, pero se pueden identificar (con ciertas limitaciones) los parámetros modales, empleando un procedimiento conocido como *análisis modal operacional*.

En los procedimientos de identificación de las frecuencias y de las formas modales a partir de las respuestas de la estructura a las fuerzas ambientales (análisis modal basado en densidades espectrales de potencia, en correlaciones cruzadas de datos y en identificación de sistemas en base a modelos vectoriales de promedios móviles autorregresivos), se asume que la excitación se comporta aproximadamente como un ruido blanco. [91]

En un ensayo basado en el análisis modal operacional se miden niveles de vibración estructural relativamente bajos, no se dispone de la información sobre las fuerzas y el cociente señal-ruido es bastante inferior al que se observa durante el análisis modal experimental. Por este motivo es necesario emplear un número mínimo de acelerómetros sensibles a niveles bajos de vibración y muy bien ubicados en la estructura investigada.

Consideremos ahora algunos aspectos de un ejemplo que aparece en el libro de H-F Lam y J-H Yang sobre vibraciones en estructuras de ingeniería civil, recién mencionado.

Se trata de un edificio de hormigón armado, de 14 pisos, sección horizontal rectangular (de modo que respecto de esa sección se pueden definir un eje débil y un eje fuerte para la deformación por flexión) y tres columnas de escaleras periféricas y equidistantes que conectan la planta baja con la azotea. Se define un sistema de coordenadas X, Y, Z centrado en el punto medio de la planta baja, con el eje X en dirección del eje débil, el eje Y en dirección del eje fuerte y el eje Z vertical.

---

[91] Ver, por ejemplo, los capítulos 3, 4, 5 y 6 del libro de H-F Lam y J-H Yang, Vibration Testing and Applications in System Identification in Civil Engineering Structures, CRC Press, Boca Raton, 2023.

Colocando tres acelerómetros 3-D en cada planta, a nivel de cada una de las escaleras es posible registrar los modos de vibración de traslación en dirección del eje débil, los modos de vibración de traslación en dirección del eje fuerte y los modos de vibración de torsión en torno al eje Z, y los modos vibración vertical por tracción-compresión del sistema de columnas de la estructura.
La Figura 4.12 muestra la identificación de seis modos normales. Los primeros dos modos de traslación en dirección del eje X (figuras (a) y (d)) oscilan con las frecuencias modales $f_{X,1} = 1.5\ Hz$ y $f_{X,2} = 3.99\ Hz$ respectivamente. Los primeros dos modos de traslación en dirección del eje Y (figuras (b) y (e) oscilan con las frecuencias modales $f_{Y,1} = 1.57\ Hz$ y $f_{Y,2} = 4.67\ Hz$ respectivamente. Los dos primeros modos de torsión en torno al eje Z (figuras (c) y (f)) oscilan con las frecuencias modales $f_{Z,1} = 2.35\ Hz$ y $f_{Z,2} = 6.00\ Hz$ respectivamente.

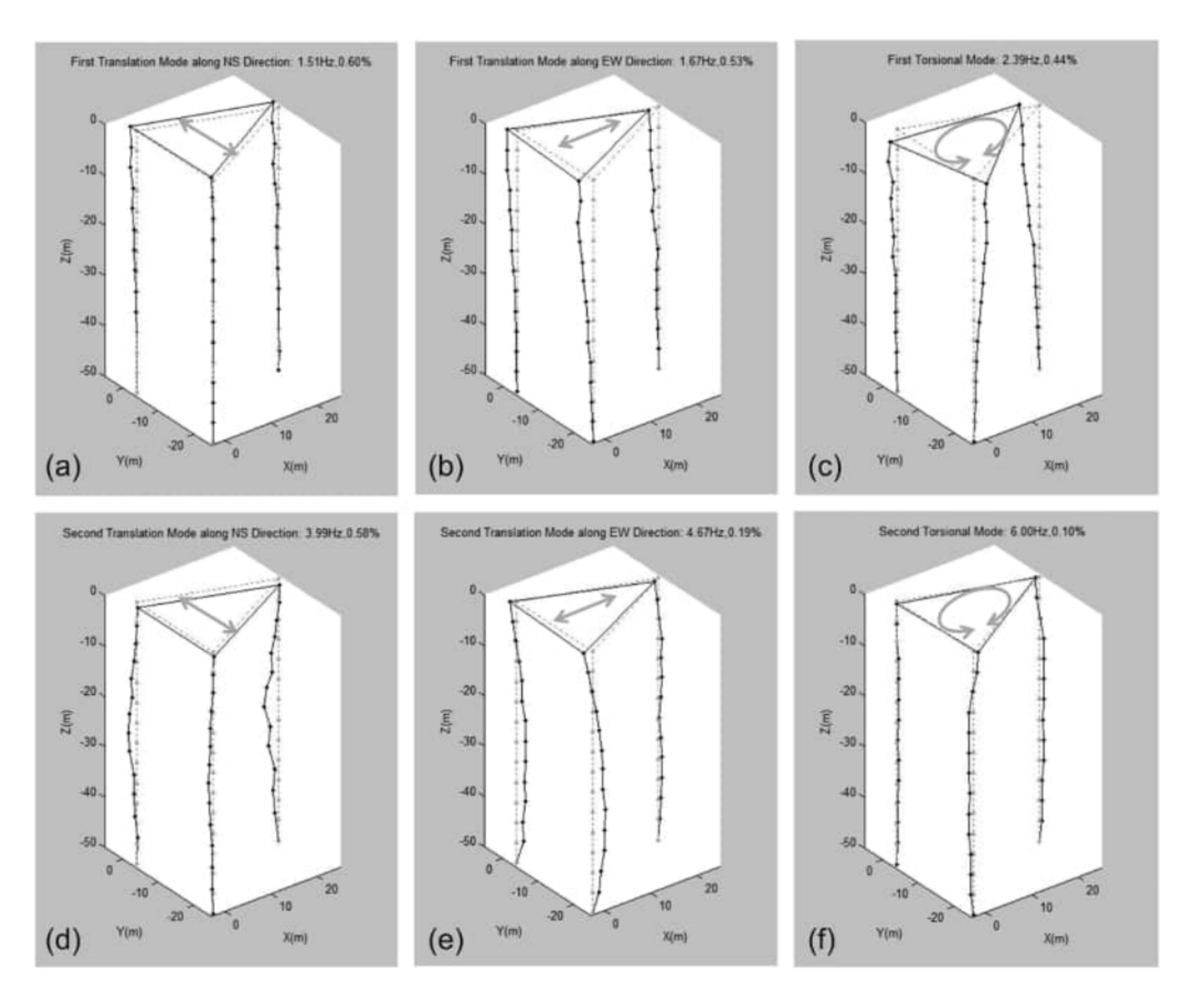


Figura 4.12

Las frecuencias naturales de vibración y las formas modales como las que se ilustran en Laura 4.12, dependen de la distribución de la rigidez en la estructura. La aparición de fisuras y otros daños estructurales se relacionan con disminuciones en la rigidez de ciertos elementos estructurales. Entonces la medición de las frecuencias y de las formas modales, y sus variaciones, se puede aplicar para detectar posibles daños en una estructura.
Puesto que los daños estructurales pueden incrementar la capacidad de disipación de la energía de las vibraciones, la determinación de los coeficientes de atenuación modales

$\alpha_n = \zeta_n \, \omega_n$ también se puede aplicar en la detección de posibles daños estructurales.
Los coeficientes de atenuación modales y sus modificaciones se pueden relacionar con dos tipos de mecanismos que conducen al amortiguamiento de las vibraciones en una estructura.
Por un lado, mecanismos discretos que pueden aparecer en las uniones entre elementos estructurales, como por ejemplo mecanismos de fricción seca y de fricción viscosa. Por el otro, mecanismos distribuidos en los materiales que componen estos elementos estructurales, como los mecanismos de fricción interna que producen lazos de histéresis en las curvas esfuerzo-deformación locales.
A menudo, la identificación de los coeficientes de atenuación conlleva una incertidumbre mayor en comparación con la incertidumbre asociada a la estimación de las frecuencias y las formas modales. Por este motivo algunos expertos en vibraciones en estructuras de ingeniería civil prefieren, para detectar daños estructurales, las frecuencias y las formas modales a los coeficientes de atenuación.
Para los modos de vibración que aparecen en la figura 4.12 los autores del ensayo informan los valores del cociente de amortiguamiento ζ_n :
$\zeta_{X,1} = 6 \times 10^{-3}$ $\zeta_{X,2} = 5.8 \times 10^{-3}$ $\zeta_{Y,1} = 5.3 \times 10^{-3}$ $\zeta_{Y,2} = 1.9 \times 10^{-3}$
$\zeta_{Z,1} = 4.4 \times 10^{-3}$ $\zeta_{Z,2} = 1.1 \times 10^{-3}$
Si se ubican simultáneamente 3 acelerómetros en cada nivel del edificio, se precisa disponer de 42 sensores para efectuar las mediciones. Los motivos de plantear este montaje se relacionan con el tipo de modelo matemático de dinámica estructural aplicable en este caso, que no se puede disociar del diseño del ensayo mismo. Esto se considerará en la próxima subsección del informe.

Por lo general no se dispone de tantos acelerómetros como para medir tantos desplazamientos en forma simultánea. Si, por ejemplo, se cuenta con siete acelerómetros, se puede utilizar una sucesión de montajes que comienza en la azotea.
Allí se ubican tres acelerómetros en las tres escaleras. A nivel de la losa de piso del último nivel se ubican tres acelerómetros adicionales, también en las escaleras. El séptimo acelerómetro se ubica en una de las escaleras, a nivel de la losa de piso del penúltimo nivel. Luego los sensores se desplazan hacia la planta baja, añadiendo dos acelerómetros al séptimo, que no se cambia de lugar en esta instancia. Se colocan tres acelerómetros en el antepenúltimo piso y un séptimo acelerómetro a nivel de la losa de piso de la décima planta. Y así sucesivamente hasta alcanzar la planta baja con el séptimo acelerómetro.
Conviene comenzar por el techo del edificio porque las amplitudes de vibración suelen ser mayores en los pisos más elevados, lo cual asegura un mejor cociente señal/ruido que facilita la realización de los procesos de verificación de los resultados de las mediciones.
Después de obtener los primeros datos en cada uno de los montajes de los siete sensores, se hace una verificación para detectar y corregir posibles errores. Una vez que los datos resultan aceptables, se registran, se almacenan y se pasa al siguiente montaje.
Siempre se dispone de un acelerómetro que participa, en la misma posición respecto del edificio, en dos montajes consecutivos, y que sirve como referencia.
Al alcanzar la losa de la planta baja, conectada con la fundación de la estructura, generalmente se miden vibraciones de baja amplitud que parecen provenir, en buena medida, de causas diferentes de las que producen las vibraciones en los pisos superiores.

Todo esto teniendo en cuenta fuerzas externas como, por ejemplo, el viento (en edificios) o el tráfico (en puentes), pero ignorando los terremotos. En este último caso la energía del sismo se transmite al resto del edificio o del puente a través de los apoyos de cada estructura y se manifiesta como una aceleración del terreno que soporta la estructura. Por este motivo las fuerzas externas que se contemplan en los modelos matemáticos para describir las vibraciones inducidas por terremotos son diferentes a las que aparecen en los modelos de vibraciones que describen los casos que hemos venido considerando hasta este momento.
En un ensayo modal experimental, como el ensayo de la losa que se muestra en la figura 4.11, las fuerzas externas oscilatorias se pueden controlar y el registro de las respuestas frente a un barrido en la frecuencia permite identificar las frecuencias modales de resonancia. Con sensores bien seleccionados, bien ubicados y en número adecuado se puede identificar las formas modales que corresponden a cada frecuencia de resonancia.
Cabe preguntarse cómo se pueden identificar las frecuencias y las formas modales esbozadas en la Figura 4.12 si el ensayo de análisis modal operacional no permite controlar las fuerzas externas que actúan sobre la estructura.
Lo más verosímil es que la respuesta a las fuerzas ambientales no corresponda a un modo normal puro, sino a una combinación de modos normales.

4.2.2 *Análisis modal analítico: combinación de experimentos con modelos. Modelos con parámetros concentrados y modelos basados en elementos finitos.*

La identificación de las frecuencias y las formas modales, así como la cuantificación de la severidad de un daño, requiere combinar el análisis modal experimental con modelos matemáticos discretos de la dinámica estructural. [92]
Este empleo de modelos matemáticos modales de la dinámica estructural se denomina *análisis modal analítico*.
Se pueden distinguir dos tipos de modelos matemáticos discretos: los *modelos analíticos a parámetros concentrados* y los modelos obtenidos aplicando el *método de elementos finitos* u otro método de construcción de modelos numéricos. En ambos tipos de modelo se emplea un conjunto finito de grados de libertad o variables de configuración para describir la dinámica. Por lo general consisten en desplazamientos lineales o angulares de puntos seleccionados en la estructura.
Estos grados de libertad resultan de la representación de la estructura mediante un conjunto finito de elementos inerciales, elásticos y disipativos que se puedan, ya sea identificar directamente (como en el caso de los modelos a parámetros concentrados) ya sea construir (descomponiendo la estructura en partes continuas como en el caso de los modelos a elementos finitos) a partir del examen de los elementos estructurales y sus interrelaciones.
Los modelos analíticos lineales, a parámetros concentrados o a elementos finitos, conducen a un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden, lineales, en términos del conjunto finito de grados de libertad seleccionados.

4.2.2.1 **Construcción de modelos a parámetros concentrados.**

[92] Sobre análisis modal en general puede consultarse el libro de S. V. Modak, Analytical and Experimental Modal Analysis, CRC Press, Boca Raton, 2024.

La construcción de modelos a parámetros concentrados comienza por identificar un conjunto de N masas m_j $(j = 1,2,\ldots,M)$ interactuantes en la estructura modelada.
Si $\vec{r}_j$ $(j = 1,2,\ldots,M)$ son los vectores de posición de estas masas, la energía cinética viene dada por: $T = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{M} m_j \frac{d\vec{r}_j}{dt} \cdot \frac{d\vec{r}_j}{dt}$
Debido a posibles restricciones el número de grados de libertad N es inferior a M. Introduzcamos entonces los grados de libertad o variables de configuración escalares u_k $(k = 1,2,\ldots,N)$ de modo que los vectores de posición se pueden expresar en función de estos escalares: $\vec{r}_j(u_1, u_2, \ldots, u_N)$
Entonces $\frac{d\vec{r}_j}{dt} = \sum_{k=1}^{N} \frac{\partial \vec{r}_j}{\partial u_k} \frac{du_k}{dt}$ y la energía cinética se puede escribir así:

$$T = \frac{1}{2}\sum_{k,l=1}^{N} m_{kl}\, \dot{u}_k \dot{u}_l$$

Los coeficientes inerciales vienen dados por las fórmulas $m_{kl} = \sum_{j=1}^{M} m_j \frac{\partial \vec{r}_j}{\partial u_k} \cdot \frac{\partial \vec{r}_j}{\partial u_l}$
Forman una matriz simétrica $\mathbb{M} = [m_{kl}]_{N\times N}$ que permite expresar la energía cinética en términos del vector $\vec{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_N \end{bmatrix}$ cuyas componentes son las variables de configuración:

$$T = \frac{1}{2}\sum_{k,l=1}^{N} m_{kl}\, \dot{u}_k \dot{u}_l = \frac{1}{2}\left(\frac{d}{dt}\vec{u}^T\right) \mathbb{M} \left(\frac{d}{dt}\vec{u}\right) \quad [1]$$

En general los coeficientes inerciales pueden depender de las variables de configuración. En lo que sigue supondremos que es posible ignorar esa dependencia.
Las partes identificadas en la estructura interactúan entre sí mediante fuerzas generalizadas (tensiones normales, de cizalla y momentos flectores) y reciben la acción de fuerzas generalizadas externas a la estructura, incluido el campo gravitatorio.
Las fuerzas elásticas de interacción se pueden representar en términos de las variables de configuración y de los elementos de una matriz de rigidez simétrica $\mathbb{R} = [r_{kl}]_{N\times N}$ de coeficientes r_{kl} mediante una energía potencial:

$$U = \frac{1}{2}\sum_{k,l=1}^{N} r_{kl}\, u_k u_l = \frac{1}{2}\vec{u}^T \mathbb{R}\, \vec{u} \quad [2]$$

Todos los mecanismos disipativos que generan fuerzas proporcionales a las velocidades de variación de las variables de configuración se pueden resumir en una tercera forma cuadrática que se conoce como función de disipación de Rayleigh:

$$R(\dot{u}_1, \dot{u}_2, \ldots, \dot{u}_N) = \frac{1}{2}\sum_{j,k=1}^{N} d_{jk}\, \dot{u}_j\, \dot{u}_k = \frac{1}{2}\left(\frac{d}{dt}\vec{u}^T\right) \mathbb{D}_{Ra} \left(\frac{d}{dt}\vec{u}\right) \quad [3]$$

La matriz de coeficientes de disipación $\mathbb{D}_{Ra} = [d_{jk}]_{N\times N}$ es simétrica.
Las ecuaciones del movimiento se obtienen a partir de las ecuaciones de Lagrange: [93]

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{u}_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial u_i} + \frac{\partial U}{\partial u_i} + \frac{\partial R}{\partial \dot{u}_i} = f_i \qquad i = 1,2,\ldots,N \quad [4]$$

El término f_i comprende todas las demás fuerzas que no pueden deducirse de una función escalar.
Teniendo en cuenta [1], [2] y [3], de [4] se desprende el sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden, lineales:

$$\sum_{j=|}^{N} m_{ij}\, \ddot{u}_k + \sum_{j=1}^{N} d_{ij}\, \dot{u}_j + \sum_{j=1}^{N} r_{ij}\, u_j = f_i(t) \quad [5]$$

En forma matricial: $\mathbb{M}\left(\frac{d^2}{dt^2}\vec{u}\right) + \mathbb{D}_{Ra}\left(\frac{d}{dt}\vec{u}\right) + \mathbb{R}\,\vec{u} = \vec{f}(t)$ [6]

[93] J. L. Humar, Dynamics of Structures, CRC Press, Boca Raton, 2012.

Consideremos, como ejemplo concreto de lo anterior, el caso de un modelo a parámetros concentrados de un edificio de hormigón armado que vibra sometido a fuerzas horizontales predominantemente debidas al viento o a un terremoto.
En este caso las losas de los pisos junto con sus vigas se comportan prácticamente como cuerpos rígidos cuando el interés se centra en describir movimientos oscilatorios horizontales.
Para identificar los coeficientes de rigidez en la estructura del edificio considerado, se examinan los elementos que resisten a las deformaciones horizontales.
En los edificios de hormigón armado estos elementos son, en lo fundamental, las columnas que soportan los pisos. Las masas de estas columnas suelen ser pequeñas en comparación con las masas de los pisos. Supongamos que lo mismo acontece con las masas de las paredes.
Por este motivo, en una primera aproximación, las columnas se pueden considerar como resortes elásticos sin masa y la rigidez de las paredes a la flexión se puede ignorar.
Entonces, si N es el número de pisos, las masas del modelo con parámetros concentrados se pueden interpretar como las masas de los pisos: $m_j \ (j = 1,2, \dots, N)$
La rigidez a la flexión y la rigidez axial de las vigas y las losas de piso se suponen infinitas en comparación con la rigidez de las columnas.
Los vectores de posición $\vec{r}_j = \begin{bmatrix} x_j \\ y_j \\ z_j \end{bmatrix} \quad (j = 1,2, \dots, N)$ se refieren a un sistema de coordenadas cuyo origen se encuentra a nivel del suelo, como muestra la Figura 4.13:

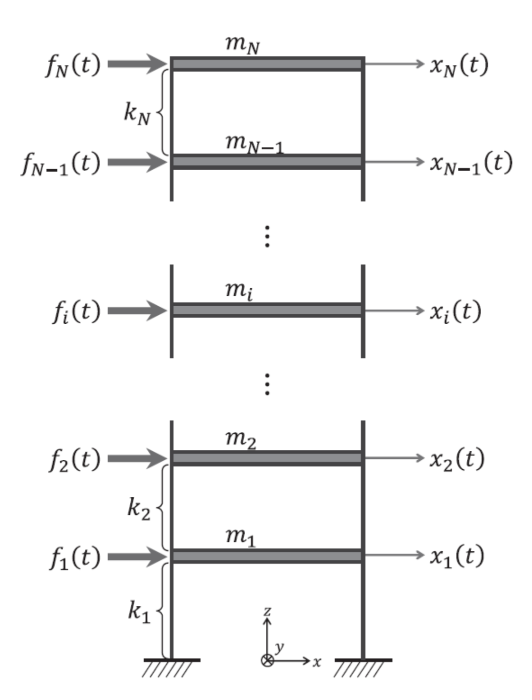


Figura 4.13

Supondremos que el desplazamiento horizontal de todos los pisos se supone se produce en dirección del eje x de modo que el vector de configuración viene dado por:

$$\vec{u}(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ \vdots \\ u_N(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_N(t) \end{bmatrix} \qquad [7]$$

Se supone que las columnas que soportan cada piso son idénticas y están ubicadas simétricamente. Dado que se supone despreciable la variación en la deformación longitudinal (es decir, axial) de las columnas, debida a cargas de compresión constantes y la altura de todas las columnas cargadas en cada piso es la misma, los pisos mantienen la orientación horizontal cuando vibran sufriendo desplazamientos laterales: se mueven horizontalmente como si fueran cuerpos rígidos.
La constante elástica (rigidez elástica) correspondiente a las columnas en un mismo piso resulta de la suma de las constantes elásticas de todas las columnas que soportan ese piso. Para el piso $i - ésimo$ su rigidez elástica se representa mediante el parámetro positivo k_i $(i = 1,2, \dots, N)$ como muestra la Figura 4.13.
Es sabido que las fuerzas axiales de compresión generalmente reducen la rigidez a la flexión de las columnas. [94]
En el caso del ejemplo del modelo matemático del edificio de hormigón armado que estamos considerando, esto se puede representar mediante una *rigidez efectiva* $k_{i\,ef}$ del conjunto de columnas del $i - ésimo$ piso: $k_{i\,ef} = k_i - k_{Gi}$
El parámetro positivo k_{Gi} se resta de la rigidez elástica k_i y se denomina *rigidez geométrica*. La rigidez geométrica de una columna se incrementa con el aumento de la carga de compresión axial aplicada hasta que, para la carga de pandeo la rigidez geométrica se hace igual a la rigidez elástica de esa columna.
Para el modelo del edificio la matriz de inercia $\mathbb{M}$ es diagonal: $m_{ij} = m_i\,\delta_{ij}$ [8]
En esta expresión $\delta_{ij} = 0$ si $i \neq j$ y $\delta_{ii} = 1$
En este modelo se ignoran las fuerzas disipativas. Entonces la matriz de rigidez se obtiene de las ecuaciones del movimiento formuladas directamente a partir de loque muestra la Figura 4.13: $m_i\,\ddot{x}_i = k_{i+1\,ef}(x_{i+1} - x_i) - k_{i\,ef}(x_i - x_{i-1}) + f_i(t) \quad i \neq 1\,,\; i \neq N$
$m_1\,\ddot{x}_1 = k_{2\,ef}(x_2 - x_1) - k_{1\,ef}\,x_1 + f_1(t) \qquad m_N\,\ddot{x}_N = -k_{N\,ef}(x_N - x_{N-1}) + f_N(t)$
Reordenando estas ecuaciones para llevarlas a la forma que presentan las de la fórmula [5] resulta que los elementos de la matriz de rigidez en este ejemplo vienen dados por:
$r_{11} = k_{1\,ef} + k_{2\,ef} \quad r_{12} = -k_{2\,ef} \quad r_{1j} = 0$ en otro caso.
$r_{21} = -k_{2\,ef} \quad r_{22} = k_{2\,ef} + k_{3\,ef} \quad r_{23} = -k_{3\,ef} \quad r_{2j} = 0$ en otro caso.
$r_{31} = 0 \quad r_{32} = -k_{3\,ef} \quad r_{33} = k_{3\,ef} + k_{4\,ef} \quad r_{34} = -k_{4\,ef} \quad r_{3j} = 0$ en otro caso.
$r_{i\,i-1} = -k_{i\,ef} \quad r_{ii} = k_{i\,ef} + k_{i+1\,ef} \quad r_{i\,i+1} = -k_{i+1\,ef} \quad r_{ij} = 0$ en otro caso.
$r_{N\,N-1} = -k_{N\,ef} \quad r_{NN} = k_{Nef} \quad r_{Nj} = 0$ en otro caso. [9]

La rigidez elástica k de una columna que conecta dos losas de piso depende de su modo de flexión: en un extremo se tiene las columnas con uniones a las losas que se pueden considerar como uniones de rigidez infinita, y en el otro extremo se tiene el caso de columnas muy rígidas a la flexión unidas a las losas por conexiones que ceden de forma relativamente fácil.
En el primer caso el resorte elástico equivalente a la totalidad de las n columnas de un piso se puede expresar así, suponiendo que son de altura h , módulo de Young E , momento de inercia I : [95] $k = \frac{12\,E\,I}{h^3}\,n$ [10]

[94] J. L. Humar, Dynamics of Structures, CRC Press, Boca Raton, 2012.

[95] H-F Lam y J-H Yang, Vibration Testing and Applications in System Identification in Civil Engineering Structures, CRC Press, Boca Raton, 2023.

En el segundo caso, si k_g es la constante del resorte de torsión equivalente al gozne donde cada columna se articula con un piso: $k = \frac{k_g}{h^2}\, n$ [11]

La modificación de la rigidez de una columna por las fuerzas axiales de compresión se produce cuando el modo de flexión asociado al desplazamiento horizontal relativo de los pisos respecto de los pisos que se encuentran inmediatamente por encima o por debajo, se produce en columnas rígidamente articuladas con las losas.

Si el módulo de elasticidad no varía sustancialmente con la carga, en una primera aproximación gruesa se puede asumir que la rigidez geométrica de una columna (del $i-$ $ésimo$ piso) sometida a una carga de compresión P (se considera positiva esa carga) viene dado por $k_{Gi} = k_i\, \frac{P}{P_c}$ En esta expresión P_c es la (primera) carga de pandeo. Entonces la rigidez efectiva de esas columnas se puede aproximar por la fórmula $k_{i\,ef} = k_i \left(1 - \frac{P}{P_c}\right)$

4.2.2.2 **Un método no destructivo para determinar la carga de una columna relativa a la carga de pandeo.** [96]

La fuerza de compresión reduce la rigidez a la flexión de una columna y como consecuencia disminuye las frecuencias de sus modos normales de vibración por flexión respecto de los valores que se presentan cuando la columna se encuentra descargada. Esto ocurre siempre que los módulos de elasticidad no se modifiquen significativamente con la carga de compresión y la columna sea lo bastante esbelta.

Si se cumplen estas dos condiciones, la medición de las frecuencias normales de flexión es una forma no destructiva de determinar experimentalmente el cociente entre la carga de compresión y la carga de pandeo.

Para ello se puede producir un impacto en el punto seleccionado de la columna a ensayar, mediante un martillo instrumentado como el que muestra la figura 4.9. Si se impacta en el punto situado a media altura $\frac{h}{2}$ se excita el primer modo normal de vibraciones de flexión.

Para una columna con sus extremos fijos sometida a una carga P la frecuencia del modo normal $n - ésimo$ ω_n se relaciona con la frecuencia normal ω_{on} de ese modo para la columna no cargada viene dada por la fórmula $\omega_n = \omega_{0\,n}\sqrt{1 - \gamma\frac{P}{P_c}}$ donde P_c es la carga crítica para pandeo y $\gamma = 0.970$. Esta fórmula se puede aplicar siempre que la carga no se encuentre muy próxima a su valor crítico para el cual la columna se desestabiliza.

Para estas condiciones de borde las frecuencias de los modos normales de la columna descargada verifican $\omega_{0\,n} = \sqrt{\frac{E\,I}{\rho\,A}}\,\beta_n^2$ donde A es el área de la sección transversal y ρ es la densidad del material de la columna. Los parámetros β_n vienen dados, para los tres primeros modos de vibración por flexión: $\beta_1 = \frac{4.73}{h}$ $\beta_2 = \frac{7.8532}{h}$ $\beta_3 = \frac{10.9956}{h}$

---

[96] A. Bokaian, Natural frequencies of beams under compressive axial loads. Journal of Sound and Vibration **126**: 49-65, 1988; author's reply 131: 351,1989. Puede consultarse, también, el libro de K. Hohenemser y W. Prager, Dinámica Estructural (Dynamik der Stabwerke), Springer, Berlin, 1933.

Entonces para cargas de compresión no muy próximas a P_c : $\frac{P}{P_c} = \frac{1}{\gamma}\left(1 - \left(\frac{\omega_n}{\omega_{0\,n}}\right)^2\right)$ [12]

Para el caso del hormigón, los módulos elásticos e inelásticos dinámicos, que conectan las tensiones dinámicas con las deformaciones dinámicas, se pueden ver significativamente afectados por las cargas estáticas aplicadas al cuerpo.

Si ese es el caso, puede dominar otro efecto asociado con el incremento de la carga.

A cargas lo bastante bajas, un aumento de la carga puede producir el cierre de los vacíos en el material. Eso puede provocar un incremento en el módulo elástico de Young parecido al que se observa durante el ensayo a compresión de rocas. A cargas más elevadas el módulo dinámico disminuye con el aumento de la carga.

La frecuencia propia del primer modo de vibración por flexión de un prisma de hormigón, que rompe a la compresión sin pandearse, al crecer la carga de compresión, primero aumenta, luego se estaciona y finalmente disminuye.

4.2.2.3 **Construcción de modelos basados en elementos finitos.**

La construcción de modelos numéricos basados en elementos finitos comienza por una descomposición espacial de la estructura en un conjunto finito de elementos continuos (elementos finitos) conectados en puntos denominados nodos. Como consecuencia, los elementos finitos en cuanto tales son continuos: la discretización resulta de la introducción de un conjunto finito de nodos. Ver Figura 4.14.

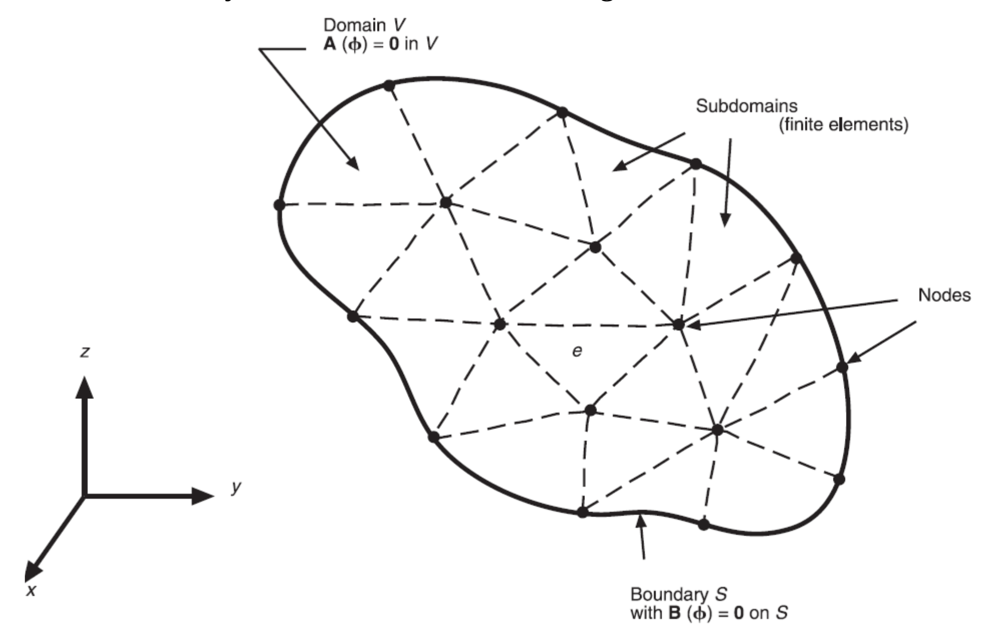


Figura 4.14 (Adaptado de SS Rao, The Finite Element Method in Engineering, Butterworth-Heinemann, Boston, 1999.)

Si B es la región del espacio ocupada por la estructura en un estado de referencia (equilibrio) y se la descompone en N_E elementos finitos, de modo que el $e - ésimo$ elemento finito ocupa una región B^e y que solo pueden intersecarse en superficies frontera o en nodos comunes, se tiene:

$$B = \cup_{e=1}^{N_E} B^e \quad [13]$$

Luego se aproxima el campo de desplazamientos $\vec{s}(t,\vec{x})$ en el interior y en la frontera de cada elemento finito mediante funciones simples, por lo general un polinomio en términos de las variables de posición: $\vec{s}(t,\vec{x})]_e = \mathbb{N}^e(\vec{x}\,)\,\vec{q}^e(t)$ [14]
La matriz $\mathbb{N}^e(\vec{x}\,)$ de $3\times p$ se denomina matriz de las funciones de forma en el elemento finito (E.F.) $e-ésimo$. El vector $\vec{q}^e(t)$ de $p\times 1$ está compuesto por los p desplazamientos nodales libres $q_k^e(t)$ correspondientes a los nodos del E.F. que ocupa la región B^e .
Cuando las dimensiones del E.F. son lo bastante menores que las dimensiones de la región ocupada por la estructura, la aproximación espacial al campo de desplazamientos, en cada elemento finito, por un polinomio, resulta muy adecuada. [97]
Se construyen vectores de fuerza y momentos junto con matrices de inercia, de elasticidad y de disipación a nivel de cada elemento finito y luego se ensamblan todos ellos para obtener un vector global de fuerzas o momentos junto con matrices globales de inercia, de elasticidad y de disipación.
La energía cinética de la estructura se descompone en la suma de las energías cinéticas de los E.F: $T=\sum_{e=1}^{N_E} T^e$ donde $T^e = \frac{1}{2}\int_{B^e}\rho(\vec{r})\,\left(\frac{\partial}{\partial t}\vec{s}\right)^T\left(\frac{\partial}{\partial t}\vec{s}\right)\,dV$ [15]
Teniendo en cuenta [14] la fórmula [15] se reescribe así:
$T^e = \frac{1}{2}\,\frac{d}{d\,t}\vec{q}_e^T(t)\left\{\int_{B^e}\rho(\vec{x})\,\left(\mathbb{N}^e(\vec{x}\,)\right)^T\left(\mathbb{N}^e(\vec{x}\,)\right)dV\right\}\vec{q}_e(t)$
Se define la matriz de inercia del E.F:
$$\mathbb{M}^e = \left\{\int_{B^e}\rho(\vec{x})\,\left(\mathbb{N}^e(\vec{x}\,)\right)^T\left(\mathbb{N}^e(\vec{x}\,)\right)dV\right\} \quad [16]$$
Entonces la energía cinética del E.F. viene dad por $T^e = \frac{1}{2}\,\frac{d}{d\,t}\vec{q}_e^T(t)\,\mathbb{M}^e\,\vec{q}_e(t)$ [17]
En forma análoga se descompone la energía potencial de la estructura: $U=\sum_{e=1}^{N_E} U^e$

Considerando los tensores de deformaciones $\tilde{\varepsilon}$ y de esfuerzos $\tilde{\sigma}$ como matrices de 3×3 se los puede transformar, mediante una correspondencia biunívoca, en vectores $\vec{\varepsilon}$ y $\vec{\sigma}$, ambos de 9×1 . [98]
En términos de esos vectores la relación constitutiva entre esfuerzos y deformaciones de puede formular así:
$$\vec{\sigma} = [\mathfrak{E}]\,\vec{\varepsilon} \quad [20]$$
La matriz $[\mathfrak{E}]$ de 9×9 incluye los módulos de elasticidad.

[97] Ver el libro de S. V. Modak, Analytical and Experimental Modal Analysis, CRC Press, Boca Raton, 2024. También puede consultarse el libro de SS Rao, The Finite Element Method in Engineering, Butterworth-Heinemann, Boston, 1999. Una fundamentación rigurosa pero breve del método de E.F. se puede hallar en el capítulo 8 del libro de A. Iserles, A first course in the numerical analysis of differential equations, Cambridge University Press, New York, 1996.

[98] P. Olver y Ch. Shakiban, Applied Linear Algebra, Springer, Berlin, 2018. La representación matricial de los tensores de esfuerzos y deformaciones involucra solo matrices simétricas. Entonces en lugar de nueve elementos de una matriz, que en principio pueden ser distintos dos a dos en el caso de las matrices de 3×3 no necesariamente simétricas, bastan con seis elementos que en principio pueden ser distintos dos a dos, para representar una matriz simétrica. Entonces para trabajar con matrices simétricas basta con vectores columna de 6×1. No obstante, para representar la densidad de energía elástica como un producto de vectores $\frac{1}{2}\,\vec{\sigma}^T\,\vec{\varepsilon} = \sum_{i,j=1}^{3}\sigma_{ij}\,\varepsilon_{ij}$ es más natural emplear vectores de nueve por uno.

De la fórmula 1.5.[23], es decir $\tilde{\varepsilon} = \frac{1}{2}\{(\nabla\,\vec{s})^T + \nabla\,\vec{s}\}$ y de la fórmula [14] para el campo de desplazamientos $\vec{s}(t,\vec{x})\rfloor_e$ del elemento finito $e - ésimo$ $\vec{s}(t,\vec{x})\rfloor_e = \mathbb{N}^e(\vec{x}\,)\,\vec{q}^e(t)$), transformando $\tilde{\varepsilon}(t,\vec{r})$ en el vector $\vec{\varepsilon}(t,\vec{x})$ se desprende:

$$\vec{\varepsilon}(t,\vec{x}) = \mathbb{B}^e(\vec{x})\,\vec{q}_e(t) \qquad [20]$$

La matriz $\mathbb{B}^e(\vec{x})$ de $9 \times p$ se obtiene entonces relacionando el vector $\vec{\varepsilon}(t,\vec{x})$ correspondiente al tensor de deformaciones con el vector de desplazamientos nodales $\vec{q}_e(t)$, aplicando el operador ∇ a la matriz $\mathbb{N}^e(\vec{x}\,)$ de las funciones de forma en el elemento $e - ésimo$, utilizando la correspondencia entre matrices y vectores.[99]

La energía potencial del E.F. se puede escribir en términos del producto de un vector fila por un vector columna, ambos de 9×1 : $U^e(t,\vec{x}) = \frac{1}{2}\int_{B^e}\vec{\sigma}^T\,(t,\vec{x})\,\vec{\varepsilon}\,(t,\vec{x})\,dV$

Esta última expresión se puede llevar a la forma:

$$U^e = \frac{1}{2}\,\vec{q}_e^T(t)\,\mathbb{R}^e\,\vec{q}_e(t) \qquad [18]$$

La matriz de rigidez $\mathbb{R}^e$ del E.F. viene dada por:

$$\mathbb{R}^e{}_{p\times p} = \int_{B^e}(\mathbb{B}^e)^T{}_{p\times 9}\,[\mathfrak{E}]_{9\times 9}\,(\mathbb{B}^e)_{9\times p}\;dV \qquad [19]$$

Los desplazamientos en los nodos son las variables de configuración cuya dinámica se calcula, teniendo en cuenta condiciones de frontera y las condiciones iniciales. Para obtener las formas globales de las energías cinética y potencial involucrando un vector de desplazamientos también global, es necesario tener en cuenta que dos E.F. adyacentes comparten por lo menos un nodo, además de las condiciones en la frontera expresadas en términos de los desplazamientos nodales.

Mediante un principio variacional aplicable a medios continuos, el principio variacional de Hamilton, se deducen las ecuaciones del movimiento para la aproximación espacial de los campos mediante la descomposición del dominio en elementos finitos, a partir de las formas globales de las energías cinética y potencial, teniendo en cuenta las fuerzas no conservativas y las condiciones en la frontera.

A veces se simplifica la geometría de la estructura desde el inicio y luego se emplea un abordaje apoyado en la teoría avanzada de la resistencia de los materiales, más que en la teoría de la elasticidad propiamente dicha.

Nuevamente, en todos los casos, se obtiene un sistema de ecuaciones diferenciales de segundo orden, que para los modelos matemáticos más simples son lineales. El número de variables de configuración dependientes del tiempo, que en el caso de los modelos a parámetros concentrados puede ser a lo sumo de algunos centenares, en el caso de los modelos basados en elementos finitos puede ser de varios miles.

4.2.3 *Dinámica de estructuras mediante modelos lineales discretos. Vibraciones libres y modos normales: frecuencias, formas modales. Ecuaciones dinámicas para vibraciones amortiguadas. Modelos de amortiguamiento, modos amortiguados y factores de amortiguamiento modales. Vibraciones forzadas y resonancia.*

Si $u_1, u_2, \dots, u_N$ son las variables de configuración (grados de libertad) de un modelo de vibraciones (tanto a parámetros concentrados como basado en elementos finitos) en una estructura, las ecuaciones del movimiento en ausencia de amortiguamiento se pueden escribir así:

[99] SS Rao, The Finite Element Method in Engineering, Butterworth-Heinemann, Boston, 1999.

$$\sum_{j=1}^{N} m_{ij}\ddot{u}_j(t) + \sum_{j=1}^{N} r_{ij}\ u(t) = f_i(t) \quad i = 1,2,\dots,N \qquad [20]$$

En la ecuación [1] aparecen N^2 coeficientes de inercia m_{ij} y N^2 coeficientes de rigidez r_{ij} que verifican las relaciones de simetría $m_{ij} = m_{ji}$ y $r_{ij} = r_{ji}$ para $i, j = 1,2,\dots,N$

Para cada grado de libertad $u_i(t)$ aparece una fuerza generalizada conjugada $f_i(t)$ que forma parte de las entradas al sistema. Las salidas están formadas por las variables de configuración $u_i(t)$, generalmente desplazamientos lineales o angulares. Dependiendo del transductor utilizado para registrar las vibraciones, las variables $u_i(t)$ pueden no ser medidas directamente. Si se emplean acelerómetros se miden aceleraciones, pero a partir de estas aceleraciones se pueden obtener los desplazamientos.

En forma matricial: $$\mathbb{M}\frac{d^2}{dt^2}\vec{u}(t) + \mathbb{R}\,\vec{u}(t) = \vec{f}\,(t) \qquad [21]$$

En [21] aparecen las matrices simétricas de inercia $\mathbb{M} = \left[m_{ij}\right]_{N\times N}$, y de rigidez $\mathbb{R} = \left[r_{ij}\right]_{N\times N}$, el vector de desplazamientos generalizados $\vec{u}(t) = [u_1, u_2, \dots, u_N]^T$ y el vector de fuerzas generalizadas $\vec{f}\,(t) = [f_1, f_2, \dots, f_N]^T$ donde, como es usual, $[a_1, a_2, \dots, a_N]^T$ representa el vector traspuesto del vector fila $[a_1, a_2, \dots, a_N]$ (es decir, el vector columna correspondiente a este último vector fila). La simetría de las matrices de inercia y de rigidez se expresa mediante las igualdades $\mathbb{M} = \mathbb{M}^T$ y $\mathbb{R} = \mathbb{R}^T$.
Además de simétricas, debido a su origen estas matrices son definidas positivas, es decir para cualquier vector $\vec{x} \neq \vec{0}$ del espacio R^N se verifica: $\vec{x}^T\,\mathbb{M}\,\vec{x} > 0$ y $\vec{x}^T\mathbb{R}\,\vec{x} > 0$

Las vibraciones libres se describen por la ecuación:

$$\mathbb{M}\frac{d^2}{dt^2}\vec{u}(t) + \mathbb{R}\,\vec{u}(t) = \vec{0} \qquad [22]$$

Sustituyendo en [22] el *ansatz* (solución tentativa) $\vec{u}(t) = cos(\omega\,t + \theta)\,\vec{\phi}$ resulta el siguiente problema generalizado de valores y vectores propios:

$$\mathbb{R}\,\vec{\phi} = \omega^2\mathbb{M}\,\vec{\phi} \qquad [23]$$

Como asumimos que $\vec{\phi} \neq \vec{0}$ la [23] posee solución si ω^2 es una raíz del polinomio, de grado N en ω^2 , obtenido tomando el determinante $|\mathbb{R} - \omega^2\mathbb{M}|$ de la matriz $\mathbb{R} - \omega^2\mathbb{M}$.

Como consecuencia de las propiedades de las matrices de rigidez y de inercia, la ecuación $|\mathbb{R} - \omega^2\mathbb{M}| = 0$ posee N soluciones reales y positivas $0 < \omega_1^2 \leq \omega_2^2 \leq \omega_3^2 \leq \cdots \leq \omega_N^2$ algunas de las cuales pueden ser raíces múltiples.

A partir de la matriz de inercia se puede definir un producto interno de vectores en el espacio R^N. Respecto a ese producto interno dos vectores propios $\vec{\phi}_\sigma$ y $\vec{\phi}_\mu$ correspondientes a valores propios diferentes ω_σ^2 y ω_μ^2 son ortogonales:

$$\vec{\phi}_\mu^{\,T}\,\mathbb{M}\,\vec{\phi}_\sigma = 0 \qquad [24]$$

Asumiremos que los vectores propios están normalizados:

$$\vec{\phi}_\sigma^{\,T}\,\mathbb{M}\,\vec{\phi}_\sigma = 1 \quad \text{para } \sigma = 1,2,3,\dots,N \qquad [25]$$

Para un valor propio de multiplicidad s se pueden construir s vectores propios correspondientes a ese valor propio ortogonales dos a dos respecto del producto interno definido mediante la matriz de inercia.

En suma, se puede hallar un conjunto linealmente independiente de N vectores propios $\{\vec{\phi}_1, \vec{\phi}_2, \dots, \vec{\phi}_N\}$ orto normalizado en el producto interno definido a partir de la matriz de inercia de la estructura.

Cada solución $\vec{u}_\sigma(t) = A_\sigma\, cos(\omega_\sigma\, t + \theta_\sigma)\, \vec{\phi}_\sigma$ corresponde a un modo normal de vibración libre de la estructura, no amortiguada, con frecuencia angular de vibración ω_σ, forma modal dada por el vector de forma normalizado $\vec{\phi}_\sigma = [\phi_{1\,\sigma}\ , \phi_{2\,\sigma}\ , \dots, \phi_{N\,\sigma}\ ]^T$, amplitud modal A_σ y fase inicial θ_σ . Las componentes $\phi_{k\,\sigma}$ son números reales y se suelen denominar *ordenadas de la forma modal* cuando estas formas modales corresponden a un edificio, como se puede ver en el ejemplo de la Figura 4.15.

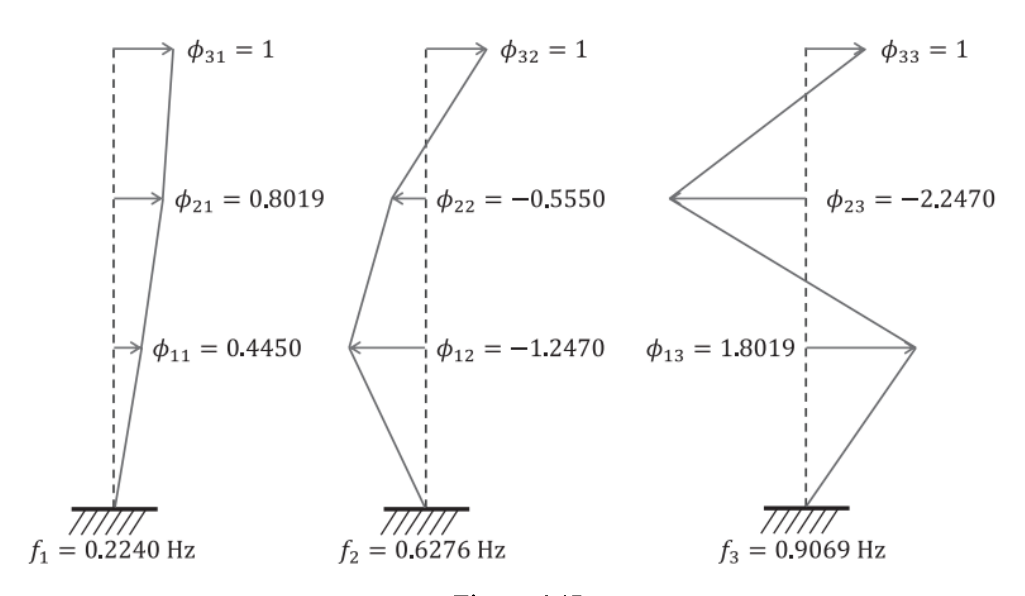


Figura 4.15

En esta figura se indican las tres frecuencias de vibración libre no amortiguada y las tres formas modales para un modelo a parámetros concentrados de un edificio, análogo al representado en la Figura 4.13, cuando el edificio posee tres pisos.

El modo 1 presenta la frecuencia propia menor y las ordenadas $\phi_{11}, \phi_{21}, \phi_{31}$ de los tres grados de libertad poseen el mismo signo: los tres vibran en fase. El modo 2 presenta una frecuencia propia intermedia entre los otros dos modos y las ordenadas ϕ_{12}, ϕ_{22} de los primeros dos grados de libertad poseen el mismo signo mientras que ϕ_{32} posee signo opuesto. Hay una diferencia de fase de 180 ^{0} entre el tercer grado de libertad y los dos primeros. El modo 3 presenta la frecuencia propia máxima, las ordenadas ϕ_{13} y ϕ_{33} presentan el mismo signo mientras que ϕ_{23} presenta un signo opuesto.

Las componentes $\phi_{k\,\sigma}$ nulas corresponden a los puntos nodales del modo normal σ , es decir a puntos de la estructura discretizada que permanecen en reposo (el desplazamiento en cada uno de ellos es siempre nulo) cuando la vibración se produce en ese modo normal únicamente. En el caso del modelo discretizado del edificio de tres pisos de la Figura 4.15 no hay puntos nodales.

El vector de desplazamientos de la estructura en vibración libre no amortiguada se puede expresar combinando los aportes de sus modos normales:

$$\vec{u}(t) = \sum_{\sigma=1}^{N} A_\sigma \, cos(\omega_\sigma \, t + \theta_\sigma) \, \vec{\phi}_\sigma$$

Cuando se considera una estructura con amortiguamiento, a menudo se recurre a la ecuación matricial siguiente, que generaliza a la ecuación [21]:

$$\mathbb{M} \frac{d^2}{dt^2} \vec{u}(t) + \mathbb{D} \, \frac{d}{dt} \vec{u}(t) + \mathbb{R} \, \vec{u}(t) = \vec{f} \, (t) \qquad [26]$$

Esta descripción de la dinámica estructural amortiguada se encuentra sobre todo en paquetes de software desarrollado para simular las vibraciones de una estructura a partir de modelos mediante elementos finitos.
En este caso es frecuente representar la matriz de disipación $\mathbb{D}$ como combinación lineal de las matrices de rigidez y de inercia: $\mathbb{D} = \alpha \, \mathbb{M} + \beta \, \mathbb{R}$ con α, β positivos [27]
Se denomina amortiguamiento proporcional o de Rayleigh. Permite utilizar los vectores propios del modelo matemático de la estructura no amortiguada para construir y analizar las soluciones tanto de las vibraciones libres como de las vibraciones forzadas de la estructura amortiguada.

Comencemos con el vector de desplazamientos generalizados (lineales y angulares) de la estructura discretizada, considerado como un vector del espacio R^N y representando los vectores de la base canónica de R^N mediante $\vec{e}_n$ $(n = 1,2, \dots, N)$: [100]

$$\vec{u}(t) = \sum_{n=1}^{N} u_n(t) \; \vec{e}_n \qquad [28]$$

En forma análoga el vector de fuerza generalizado (fuerzas y momentos) se puede representar así: $\vec{f}(t) = \sum_{n=1}^{N} f_n(t) \; \vec{e}_n$ [29]
En forma equivalente, pero más conveniente para los cálculos, el vector de desplazamientos se puede representar como combinación lineal de modos normales:

$$\vec{u}(t) = \sum_{\sigma=1}^{N} q_\sigma(t) \, \vec{\phi}_\sigma \qquad [30]$$

Sustituyendo [30] en [26] y pre multiplicando ambos miembros por $\vec{\phi}_\mu^T$, teniendo en cuenta [23], [24], [25] y definiendo $2 \, \zeta_\mu \, \omega_\mu = \alpha + \beta \, \omega_\mu^2$ resultan N ecuaciones desacopladas para la vibración amortiguada correspondiente a cada uno de los modos normales de la estructura:

$$\ddot{q}_\mu(t) + 2 \, \zeta_\mu \, \omega_\mu \dot{q}_\mu(t) + \omega_\mu^2 q_\mu(t) = \vec{\phi}_\mu^T \, \vec{f}(t) \quad (\mu = 1,2, \dots, N) \qquad [31]$$

Para una historia de fuerza $\vec{f}(t)$ conocida y para condiciones iniciales del desplazamiento $\vec{u}(0) = \sum_{\sigma=1}^{N} q_\sigma(0) \, \vec{\phi}_\sigma$ y de su velocidad de variación $\frac{d}{dt} \vec{u}(0) = \sum_{\sigma=1}^{N} \dot{q_\sigma}(0) \, \vec{\phi}_\sigma$ cada una de las funciones $q_\sigma(t)$ se puede determinar a partir del instante inicial y el vector de desplazamientos se puede predecir a partir de [30].
Si las vibraciones amortiguadas son libres:

$$\vec{u}(t) = \sum_{\mu=1}^{N} q_{\;\mu}(t) \, \vec{\phi}_\mu = \sum_{\mu=1}^{N} A_\mu \, exp[-\zeta_\mu \, \omega_\mu] \cos[\omega_{d,\mu} t + \theta_\mu] \, \vec{\phi}_\mu \qquad [32]$$

Las frecuencias angulares de oscilación amortiguada son:

$$\omega_{d,\mu} = \omega_\mu \sqrt{1 - \zeta_\mu^2} \qquad [33]$$

[100] El vector columna $\vec{e}_n$ posee todas sus componentes nulas con excepción de la n-ésima, que es igual a 1.

El desplazamiento generalizado del n-ésimo punto de la estructura se obtiene así:

$$u_n(t) = \vec{e}_n^T\,\vec{u}(t) = \sum_{\mu=1}^{N} q_{\ \mu}(t)\ \vec{e}_n^T\vec{\phi}_\mu = \sum_{\mu=1}^{N} q_\mu(t)\ \phi_{\mu\,n} \qquad [34]$$

La fórmula [34] se aplica para vibraciones libres y para vibraciones forzadas.
Para que el modo normal μ pueda contribuir al desplazamiento generalizado $u_n(t)$ la ordenada $\phi_{\mu\,n}$ de la forma modal del modo μ en el punto n (donde se mide la respuesta $u_n(t)$) debe ser diferente de cero.

Si la fuerza generalizada oscila de modo tal que $\vec{f}(t) = \cos\omega\,t\ \vec{f}_0$ la oscilación en régimen (luego de desvanecido el efeto de las condiciones iniciales), cada uno de los desplazamientos generalizados de los puntos de la estructura viene dado por:

$$u_n(t) = \sum_{k=1}^{N} H_{n\,k}(t,\omega)\ f_{o\,k} \qquad [35]$$

En [35] la función $H_{n\,k}(t,\omega)$ es una combinación de aportes de cada modo al desplazamiento $u_n(t)$ cuando la amplitud de la fuerza generalizada externa que actúa sobre el punto k-ésimo de la estructura es $f_{o\,k}$:

$$H_{n\,k}(t,\omega) = \sum_{\mu=1}^{N} \frac{\phi_{k\,\mu}\ \phi_{n\,\mu}}{\sqrt{\left(\omega_\mu^2-\omega^2\right)^2+4\,\zeta_\mu^2\,\omega_\mu^2\omega^2}}\ cos\left(\omega\,t - \varphi_\mu(\omega)\right) \qquad [36]$$

En esta última expresión: $$tg\ \varphi_\mu(\omega) = \frac{2\,\zeta_\mu\,\omega_\mu\,\omega}{\omega_\mu^2-\omega^2} \qquad [37]$$

La contribución del modo μ al desplazamiento en el sitio n donde se considera la respuesta de la estructura debido a una fuerza armónica de frecuencia ω que se aplica en el punto k presenta una amplitud $\frac{\phi_{\ k\,\mu}\ \ \phi_{n\,\mu}}{\sqrt{\left(\omega_\mu^2-\omega^2\right)^2+4\,\zeta_\mu^2\,\omega_\mu^2\omega^2}}$. Esta contribución es diferente de cero solo si tanto la ordenada de esa forma modal $\phi_{k\,\mu}$ en el sitio donde se aplica la fuerza como la ordenada $\phi_{n\,\mu}$ de la forma modal donde se mide la respuesta son diferentes de cero. En ese caso la amplitud de la respuesta pasa por un máximo cuando la frecuencia de la fuerza externa se hace igual a la frecuencia modal dada por la fórmula [33]. Esta es una de las N frecuencias de resonancia de la estructura. Si se pudiera hacer un barrido de frecuencias de modo de pasar por varias frecuencias de resonancia, y si éstas están lo bastante separadas entre sí, se podría obtener una respuesta análoga a la que se grafica en la Figura 4.11. Si $\phi_{k\,\mu}$ o $\phi_{n\,\mu}$ se anulan, el modo normal μ no contribuye a la respuesta en el punto n de la estructura.

Cuando la fuerza externa generalizada $\vec{f}(t)$ se puede descomponer en un espectro de oscilaciones armónicas, ya sea un espectro discreto, ya sea un espectro continuo, la respuesta $\vec{u}(t)$ se puede expresar como combinación lineal de las respuestas correspondientes a cada una de las frecuencias componentes del espectro de la fuerza. Para oscilaciones en régimen debidas a un espectro discreto $\omega_{*1}\,,\omega_{*2}\,,\dots,\omega_{*l}\,,\dots,\omega_{*P}$ la fuerza generalizada se puede expresar así: $\vec{f}(t) = \sum_{l=1}^{P} cos(\omega_{*l}\,t+\theta_l)\ \ \vec{f}_0(\omega_{*l})$
La fuerza generalizada que actúa en el punto k de la estructura se obtiene proyectando sobre el vector $\vec{e}_k$. Se obtiene: $f_k(t) = \vec{e}_k^{\ T}\ \vec{f}(t) = \sum_{l=1}^{P} cos(\omega_{*l}\,t+\theta_l)\ f_{0\,k}(\omega_{*l})$ siendo $f_{0\,k}(\omega_{*l}) = \vec{e}_k^{\ T}\ \vec{f}_0(\omega_{*l})$.
El desplazamiento del punto n de la estructura se puede representar combinando los aportes de las distintas frecuencias componentes del espectro de la fuerza:

$$u_n(t) = \sum_{l=1}^{P} \sum_{k=1}^{N} H_{n\,k}(t, \omega_{*l})\ f_{o\,k}(\omega_{*l}) \qquad [38]$$

Las funciones $H_{n\,k}(t, \omega_{*l})$ se calculan a partir de las fórmulas [36] y [37] sustituyendo ω por cada una de las frecuencias ω_{*l} del espectro de la fuerza y añadiendo θ_l en el argumento de cada uno de los cosenos resultantes.
Si el modelo adecuado para la matriz de amortiguamiento de la estructura no es el modelo proporcional de Rayleigh ni el modelo de Caughey que generaliza al de Rayleigh, el análisis de las vibraciones amortiguadas ya no se lleva a cabo en el espacio de configuración de dimensión N sino en un espacio de estados de dimensión 2N. [101]

Otra forma de disipación de la energía mecánica de las vibraciones aparece por lo general en las estructuras. Se caracteriza por una energía disipada en el interior del material durante cada ciclo de vibración, proporcional al cuadrado de la amplitud de oscilación del esfuerzo mecánico local pero débilmente dependiente de la frecuencia de la oscilación, a diferencia de la disipación viscosa que es proporcional a esa frecuencia.
Se denomina disipación estructural. Cuando se supone que la disipación por ciclo no depende de la frecuencia de la oscilación, para tener en cuenta el amortiguamiento resultante en las ecuaciones del movimiento en el dominio del tiempo (como las ecuaciones [26]) es necesario formular la disipación mediante transformadas de Hilbert. Esto presenta varios inconvenientes, desde inconvenientes conceptuales (valores futuros afectan a valores presentes, con lo cual se viola el principio de causalidad) hasta inconvenientes desde el punto de vista computacional. [102]
Una solución a este problema, planteada desde hace mucho tiempo, es reconocer que la mayor parte de la disipación de energía en el material de una estructura se produce en y en las proximidades de cada frecuencia de resonancia.
Por lo general para estructuras de hormigón las frecuencias de resonancia, que involucran los efectos de la disipación en la estructura, se encuentran próximas a las frecuencias propias de la estructura.
Se introduce un sistema con disipación viscosa que en un entorno de las frecuencias propias se comporta con bastante aproximación cómo se comporta el sistema con amortiguamiento estructural. [103]
En ese caso, se sustituye el factor de amortiguamiento viscoso ζ_μ correspondiente al modo μ por un factor de amortiguamiento estructural η_μ , que a menudo resulta bastante constante, relativamente independiente del modo normal.
Entonces, la contribución del modo μ al desplazamiento en el sitio n donde se considera la respuesta de la estructura debido a una fuerza armónica de frecuencia ω que se aplica en el punto k , cuando el amortiguamiento es estructural, presenta una amplitud $\frac{\phi_{k\,\mu}\ \phi_{n\,\mu}}{\sqrt{\left(\omega_\mu^2 - \omega^2\right)^2 + 4\,\eta_\mu^2\,\omega_\mu^4}}$ y un ángulo de fase dado por $tg\ \varphi_\mu(\omega) = \frac{2\,\eta_\mu\,\omega_\mu^2}{\omega_\mu^2 - \omega^2}$.

[101] J. L. Humar, Dynamics of Structures, CRC Press, Boca Raton, 2012; S. Graham Kelly, Mechanical Vibrations: Theory and Applications, CENGAGE Learning, New York, 2012.

[102] Q. Liu, Y. Wang, P. Sun y D. Wang, Comparative analysis of viscous damping model and hysteretic damping model, Applied Sciences, **12**:1-13, 12107, 2022; N. Makris, Causal hysteretic element, J. Eng. Mech. **123**:1209-1214, 1997.

[103] S. V. Modak, Analytical and Experimental Modal Analysis, CRC Press, Boca Raton, 2024.

4.2.4 *Función de respuesta en frecuencia, función de respuesta impulsiva y análisis modal experimental.*

El análisis modal experimental consiste en la medición de las frecuencias propias, las formas modales y los factores de amortiguamiento en una estructura.
Para describir el comportamiento de una estructura que vibra, a menudo y en una primera aproximación se puede ignorar la disipación, tanto si es viscosa como si es estructural o de otro tipo. En ese caso el ángulo de desfasaje $\varphi_{\mu}(\omega)$ entre la fuerza externa oscilatoria de frecuencia ω aplicada al punto k de la estructura y la respuesta que aparece en régimen en el punto n se reduce a la siguiente *función de respuesta en frecuencia*, obtenida a partir de la [36] eliminando $cos(\omega\, t)$:

$$H_{n\,k}(\,\omega) = \sum_{\mu=1}^{N} \frac{\phi_{k\,\mu}\ \ \phi_{n\,\mu}}{\omega_{\mu}^{2}-\omega^{2}} \qquad [39]$$

La función de respuesta en frecuencia describe la respuesta de uno de los grados de libertad de la estructura a una fuerza oscilatoria armónica de amplitud unitaria aplicada en otro (o el mismo) grado de libertad. Describe la respuesta del sistema en el dominio de las frecuencias.
Para determinar $H_{n\,k}(\,\omega)$ se miden durante un intervalo de tiempo, se digitalizan y se procesan las señales de fuerza y de respuesta. Esto conlleva limitaciones e incertidumbres debidas al muestreo, a los métodos de procesamiento digital y a los ruidos integrados en las señales analógicas originales.
Una vez obtenida experimentalmente la función de respuesta en frecuencia, se pasa a estimar los parámetros modales de la estructura.
Por lo general se parte de la función de respuesta en frecuencia deducida de un modelo teórico tentativo y se ajustan los parámetros del modelo a los datos experimentales.
Se define una figura de mérito que en general involucra la suma (con factores de peso) de los cuadrados de las diferencias entre los valores medidos y los valores predichos para la función de respuesta en frecuencia.
El objetivo último es obtener un juego de parámetros modales que minimicen la figura de mérito: frecuencias y formas modales de los modos involucrados en el modelo tentativo.
El proceso de ajuste comienza asumiendo un conjunto inicial de valores para los parámetros modales.
Si el primer ajuste no se considera satisfactorio, se modifican los valores de los parámetros modales y se repite el proceso hasta que la identificación de los parámetros modales resulta aceptable.
Si no se obtiene un resultado aceptable, se modifica el modelo teórico y se repite el proceso.

La identificación de los parámetros de la estructura se puede llevar a cabo, también, en el dominio del tiempo, utilizando la *función de respuesta impulsiva* que relaciona los mismos pares de puntos de la estructura considerados en la descripción en el dominio de las frecuencias, pero cuando la excitación es un impulso en lugar de una oscilación sostenida en el tiempo.
Si un impulso unitario se aplica en el sitio k y la respuesta se mide en el sitio n , esa respuesta local coincide con la función de respuesta impulsiva $h_{n\,k}(\,t)$ que conecta los dos puntos de la estructura. Teniendo en cuenta *los procesos de amortiguamiento* $h_{n\,k}(\,t)$ se puede representar mediante una combinación lineal de exponenciales complejas:

$$h_{n\,k}(\,t) = \sum_{r=1}^{2\,N} A_{r,n\,k}\, exp[s_r\; t] \qquad [40]$$

En la fórmula [40] las constantes modales complejas s_r vienen dadas, en términos del factor de amortiguamiento y de la frecuencia propia del modo normal, por:

$s_r = -\zeta_\mu\, \omega_\mu + i\; \omega_\mu\, \sqrt{1-\zeta_\mu^2}$ para $r = 1,2, \dots, N$ y sus complejo-conjugadas

$s_r = -\zeta_\mu\, \omega_\mu - i\; \omega_\mu\, \sqrt{1-\zeta_\mu^2}$ para $r = N+1, N+2, \dots, 2\,N$

Los parámetros $A_{r,n\,k}$ son los residuos correspondientes a los polos s_r asociados a los modos normales de vibración. Esos residuos aparecen de esta forma en la función de respuesta en frecuencia equivalente en el dominio de las frecuencias a la función de respuesta impulsiva [40] en el dominio del tiempo:

$$H_{n\,k}(\,\omega) = \sum_{r=1}^{2\,N} \frac{A_{r,n\,k}}{\omega - s_r} \qquad [41]$$

Introducimos M instantes de tiempo $t_0 = 0, t_1 = \Delta t, t_2 = 2\,\Delta t, \dots, t_M = M\,\Delta t$

Definimos $U_r = exp[s_r\,\Delta t]$.

Entonces: $h_{n\,k}(\,m\,\Delta t) = \sum_{r=1}^{2\,N} A_{r,n\,k}\, {U_r}^m$

Como las variables U_r aparecen en pares de variables complejo-conjugadas, existe un polinomio con coeficientes reales $\alpha_0, \dots, \alpha_m, \dots, \alpha_M$ tal que, para cada una de las variables U_r se verifica: $\sum_{m=0}^{M} \alpha_m\, {U_r}^m = 0$

Entonces, a partir de un número suficiente de mediciones $h_{n\,k}(\,m\,\Delta t)$ se pueden determinar los coeficientes $\alpha_0, \dots, \alpha_m, \dots, \alpha_M$. A partir de estos coeficientes se calculan las variables U_r y de estas últimas se desprenden las constantes modales complejas s_r y por ende se obtienen los factores de amortiguamiento y las frecuencias propias de los modos normales.

De las ecuaciones $h_{n\,k}(\,m\,\Delta t) = \sum_{r=1}^{2\,N} A_{r,n\,k}\, {U_r}^m$ se pueden deducir los parámetros $A_{r,n\,k}$ y de estos residuos se obtienen las ordenadas de las formas modales.

Como este método no es iterativo, no se necesita asumir un conjunto inicial de parámetros modales. El problema principal aparece cuando hay que establecer el número N de modos activos durante el ensayo. Lo único que se puede hacer, si se adopta este enfoque para identificar los parámetros modales de la estructura, es variar el número de modos, calculando el error entre los valores medidos y los valores calculados a partir de los parámetros estimados, hasta que el error alcance un valor mínimo aceptable.

En suma, asumiendo que el comportamiento dinámico de la estructura es lineal, en una descripción en el dominio del tiempo el desplazamiento $u_n(t)$ se relaciona con una fuerza aplicada $f_k(t)$ a través de la relación $u_n(t) = \int_{-\infty}^{t} h_{n\,k}(\,t - t')\, f_k(t')\, d\,t'$ Se supone que la función de respuesta impulsiva se puede representar por la fórmula [40], de modo que si se determinan sus parámetros se hallan las frecuencias, formas y coeficientes de atenuación modales involucrados en el modelo de la estructura.

Para pasar al dominio de las frecuencias aplicamos la transformada de Fourier $\hat{F}[\quad]$:

$$\hat{F}[\{u_n(t)\}](\omega) = \hat{F}\left[\left\{\int_{-\infty}^{t} h_{n\,k}(\,t-t')\, f_k(t')\, d\,t'\right\}\right](\omega) = \hat{F}[h_{n\,k}](\omega)\, \hat{F}[f_k](\omega)$$

Entonces se obtiene la función de respuesta en frecuencias:

$$H_{n\,k}(\,\omega) = \hat{F}[h_{n\,k}](\omega) = \frac{\hat{F}[u_n](\omega)}{\hat{F}[f_k](\omega)}$$

Una vez asumida la forma [40] para la función de respuesta impulsiva, la función de respuesta en frecuencia adopta la forma [41]. Como $H_{n\,k}(\,\omega)$ es el cociente entre la transformada de Fourier del desplazamiento $u_n(t)$ y la transformada de Fourier de la

fuerza $f_k(t)$, y estas transformadas se pueden hallar a partir de los registros temporales de los desplazamientos y las fuerzas, $H_{n\,k}(\omega)$ se puede determinar directamente a partir de las señales registradas. Si se supone que la función de respuesta en frecuencias se puede representar por la fórmula [41], si se determinan sus parámetros también se pueden hallar las frecuencias, formas y coeficientes de atenuación modales involucrados en el modelo de la estructura.

Aun cuando la matriz de amortiguamiento de la estructura no admita el análisis modal basado en los vectores propios del sistema no amortiguado, siempre es posible efectuar un análisis en el espacio de estados 2N dimensional (N desplazamientos generalizados junto con las correspondientes N velocidades generalizadas) y comparar, mediante una figura de mérito, los desplazamientos medidos con los predichos por un modelo teórico cuyos parámetros son, en última instancia, los coeficientes de inercia, los coeficientes de rigidez y los coeficientes de disipación que componen, respectivamente, las matrices $\mathbb{M}$, $\mathbb{R}$ y $\mathbb{D}$ que aparecen en la [26]. [104]
Este enfoque de la dinámica en el dominio del tiempo, a menudo mucho más demandante desde el punto de vista computacional, se puede extender a estructuras que requieren modelos no lineales.
Cuando las estructuras son de grandes dimensiones, la excitación de modos globales de vibración mediante la aplicación de fuerzas externas controladas puede resultar imposible.
En ese caso se utilizan las fuerzas ambientales y cargas de servicio (incluyendo cargas de servicio variables que generan vibraciones) y se lleva a cabo una identificación de parámetros mediante los métodos de análisis modal operacional.
No consideraremos en este informe detalles de los métodos para identificar parámetros modales en las estructuras, incluyendo en particular las estructuras de hormigón armado, entre los cuales se pueden mencionar métodos basados en densidades espectrales de potencia, en correlaciones cruzadas de datos y en identificación de sistemas en base a modelos vectoriales de promedios móviles autorregresivos. Para estudiar estos temas puede consultarse la literatura reciente. [105]

4.2.5 Ensayo no destructivo sónico global. Modificaciones de los parámetros modales producidos por la aparición de defectos en una estructura de hormigón armado e identificación de daños.

Los ensayos no destructivos sónicos globales permiten inspeccionar grandes tramos de una estructura en busca de modificaciones en sus propiedades mecánicas respecto de valores medidos previamente o previstos por diseño. Si no varían las fuerzas que producen las vibraciones, las modificaciones en la respuesta mecánica respecto de un

[104] J. L. Humar, Dynamics of Structures, CRC Press, Boca Raton, 2012.

[105] Por ejemplo, los libros de S. V. Modak, Analytical and Experimental Modal Analysis, CRC Press, Boca Raton, 2024 y de H-F Lam y J-H Yang, Vibration Testing and Applications in System Identification in Civil Engineering Structures, CRC Press, Boca Raton, 2023, y el artículo de G. Fernández, D. Mercerat, M. Santisi, E. Bertrand y A. Deschamps, Operational modal analysis of a high rise reinforced concrete building and modelling, IOMAC 15, Mayo de 2015, Gijón, España.

estado de referencia de la estructura pueden atribuirse a cambios en su condición mecánica. En general, en igualdad de las demás condiciones estos cambios se deben a la aparición de defectos.

Se distinguen dos tipos de identificación de características relacionadas con daños estructurales a partir de las señales capturadas por los transductores colocados en la estructura:

(1) Las *características regresivas* como las frecuencias, formas y coeficientes de atenuación modales que se obtiene mediante un proceso de ajuste de los parámetros de un modelo teórico a los datos experimentales.
(2) Las *características no regresivas* como la magnitud relativa y la ubicación de los valores máximos o mínimos, el valor medio cuadrático o los cruces por cero de la función del tiempo generada por un transductor de vibraciones.

Las modificaciones en las características, tanto regresivas como no regresivas, que se asocian con daños estructurales se traducen en modificaciones de los parámetros de rigidez y de disipación, pero en general no modifican apreciablemente los parámetros de inercia.

Como el END global mediante vibraciones involucra una gran parte, sino la totalidad, de la estructura ensayada, cabe esperar que varios tipos de daño ubicados en diferentes sitios puedan producir las mismas modificaciones en una señal medida: se plantea así un problema de no unicidad.

Los defectos situados en sitios donde los esfuerzos y las deformaciones dinámicas son muy pequeños o incluso son nulos, no influye significativamente sobre las características del modo en que vibra la estructura. Si esos mismos defectos están ubicados en sitios donde los esfuerzos y las deformaciones dinámicas son máximos, pueden influir en forma significativa sobre las características del modo en que vibra la estructura.
Por tanto, si se modifica el modo en que vibra la estructura, un defecto que antes ocupaba un punto ciego (en las proximidades de un valor muy pequeño o nulo en la amplitud de oscilación de esfuerzos y deformaciones) podría encontrarse ahora, por supuesto manteniendo siempre su ubicación inicial en el material, en un punto donde esa amplitud de oscilación es máxima y podría como consecuencia ser detectada su existencia mediante un END global por vibraciones. Además, dentro de ciertos límites generalmente amplios, podría ser localizado tentativamente en tales o cuales partes de la estructura. Una localización precisa y una caracterización cuantitativa del defecto requieren, por lo general, el empleo de métodos locales de END como los considerados en los capítulos 5 y 6 del presente informe.

La presencia de fisuras, huecos o campos de poros en el material, y su crecimiento bajo fuerzas aplicadas o acciones ambientales, pueden producir una reducción significativa en las frecuencias propias de los modos normales de vibraciones mecánicas en los cuerpos sólidos, como estructuras y máquinas. Esta reducción se puede relacionar con la posición, el tamaño, la forma y la orientación de los defectos en el campo de desplazamientos del modo de vibración, recurriendo al concepto de región de influencia de cada defecto.
Si ω es la frecuencia de vibración de un modo normal de un cuerpo B en presencia de una población de N defectos y ω_0 la frecuencia en ausencia de esos defectos, la

disminución de la frecuencia debida a esa población de defectos se puede representar mediante una fórmula aproximada: [106]

$$\frac{{\omega_0}^2-\omega^2}{{\omega_0}^2} = \sum_{j=1}^{N}\left[\frac{u_j}{\langle u_0\rangle}\cdot\frac{V_{d,j}}{V_0}\right] \qquad [42]$$

En esta expresión u_j es la densidad local de energía elástica de deformación debido al campo de esfuerzos nominal (es decir, el que existiría en ausencia del defecto $j - \acute{e}simo$) para el modo normal de vibración considerado, $V_{d,j}$ es el volumen de la región de influencia del defecto $j - \acute{e}simo$, $V_0 = V(B)$ es el volumen del cuerpo vibrante y $\langle u_0\rangle = U_0/V_0$ es el promedio volumétrico de la energía de deformación elástica en el campo de esfuerzos nominal correspondiente al modo de vibración del cuerpo.
La suma se efectúa sobre los N defectos de la población, cuyas regiones de influencia se consideran ampliamente separadas. De no ser así se aplica el método de fusión de defectos que se utiliza en mecánica de la fractura lineal elástica.
Para simplificar el análisis, supondremos que el cuerpo vibrante B es una barra homogénea de sección transversal rectangular de área S and longitud l.
Como muestra la Figura 4.16, la barra presenta una fisura plana cuyo centro se encuentra ubicado en un punto de coordenadas cartesianas $x = x_0$, $y = 0$, $z = 0$.
El plano de la fisura forma un ángulo β con el eje de la barra. La fisura se representa mediante un rectángulo de dimensiones $2 \cdot a$ y h, como se ve en la figura.

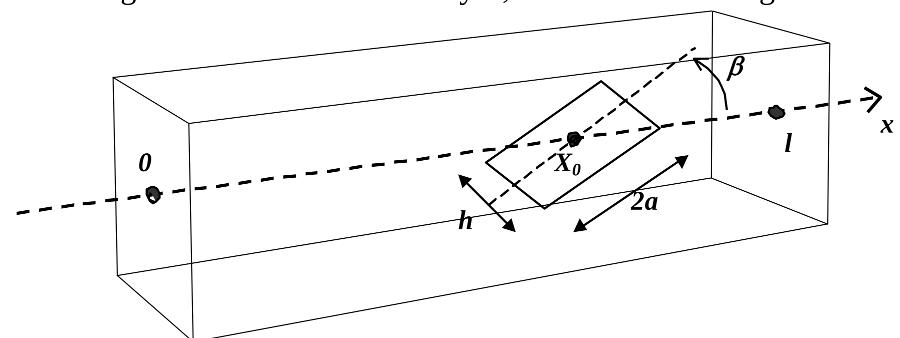


Figure 4.16. Una barra fisurada.

Las condiciones de borde en los extremos de la barra se suponen son rígidas. Excitamos vibraciones longitudinales e ignoramos las dilataciones y contracciones laterales, para simplificar los cálculos. Los campos nominales de esfuerzos y deformaciones resultan paralelos al eje de la barra y el volumen de influencia de este defecto viene dado por la fórmula:

$$V_d = \pi^2 \cdot a^2 \cdot h \cdot sin^2\beta \qquad [43]$$

El volumen de la barra es $V_0 = Sl$.

La parte dependiente de las coordenadas espaciales de los campos de desplazamientos $s_{0,n}(x)$ de los modos normales de vibración longitudinal de la barra, en ausencia del defecto, vienen dados por (con $n = 1,2,3,\ldots$)

$$s_{0,n}(x) = A_n \ sin\ \left(\frac{n\pi x}{l}\right) \qquad [44]$$

Entonces el cociente entre la densidad de energía elástica en el sitio donde se ubica el

[106] El modelo que describe la modificación en las frecuencias de los modos normales de vibración debida a una población de defectos y el ejemplo de barra fisurada de la Figura 4.16 se pueden hallar en el artículo de R. Suárez-Antola, The region of influence of significant defects and the mechanical vibrations of linear elastic solids, Proceedings of the XI DINAME 2005, ABCM, S.P. Brazil.

defecto y la densidad de energía elástica promedio, ambas en ausencia del defecto, viene dado por:

$$\frac{u_j}{\langle u_0 \rangle} = \frac{\left(\frac{ds_{0,n}(x_0)}{dx}\right)^2}{\frac{1}{l}\int_0^l \left(\frac{ds_{0,n}(x)}{dx}\right)^2 dx} = 2\,cos^2\left(\frac{n\pi x_0}{l}\right) \quad [45]$$

Teniendo en cuenta las fórmulas [43], [44] y [45] la fórmula [42] se reduce a:

$$\frac{{\omega_{0,n}}^2 - {\omega_n}^2}{{\omega_{0,n}}^2} = \frac{u}{\langle u_0 \rangle}\ \frac{V_d}{V_0} = \frac{2\pi^2 a^2 h\ sin^2\beta}{S\ l}\ cos^2\left(\frac{n\pi x_0}{l}\right) \quad [46]$$

La ecuación [46] proporciona una aproximación en forma de fórmula analítica cerrada, que puede utilizarse para estimar la disminución relativa $\frac{{\omega_{0,n}}^2 - {\omega_n}^2}{{\omega_{0,n}}^2}$ del cuadrado de la frecuencia del modo número n debido a la presencia de un defecto en una posición dada a lo largo del eje de la barra.

Si el defecto está en un nodo del campo de deformación, el factor $cos^2\left(\frac{n\pi x_0}{l}\right)$ es cero y no hay disminución de la frecuencia debido a este defecto.

Si el defecto está en un máximo del campo de deformación, el factor $cos^2\left(\frac{n\pi x_0}{l}\right)$ es uno y la disminución de la frecuencia es máxima.

Al medir la disminución de la frecuencia de los modos normales, en relación con un estado de referencia, se podrían detectar los defectos que se encuentran lo suficientemente cerca de los máximos de deformación, si están orientados correctamente en relación con el campo de tensión dinámica nominal.

Como, según la [46], $\frac{{\omega_{0,n}}^2 - {\omega_n}^2}{{\omega_{0,n}}^2}$ es proporcional a $sin^2\beta$, la orientación del plano de la fisura determina el efecto (en igualdad de las demás condiciones) del defecto sobre la frecuencia de vibración de la barra. Si $\beta = 0$ el defecto no tiene efecto alguno, mientras que si $\beta = \frac{\pi}{2}$ el efecto del defecto es máximo.

Pero los defectos que están lo suficientemente cerca de un nodo del campo de deformación pasarán desapercibidos.

Si es posible excitar varios modos normales en la misma estructura, los defectos que pasan desapercibidos cuando se excita un modo se pueden detectar cuando se produce otro modo.

De esta observación se desprende la idea de un método secuencial para ensayos no destructivos de cuerpos sólidos, combinando el análisis modal con ensayos no destructivos locales como el ultrasónico. [107]

Finalmente, se puede relacionar la información sobre las frecuencias y las formas modales de la barra agrietada con el factor de intensidad de esfuerzos K_I que se utiliza en la mecánica de la fractura lineal elástica bajo tensión estática. Consideremos un esfuerzo de tracción estática σ superpuesto con el campo dinámico de esfuerzos asociado con la vibración de la barra. El factor de intensidad de esfuerzos cuando el plano de la grieta es perpendicular al eje de la barra (es decir $\beta = \frac{\pi}{2}$) es $K_I = Y\ \sigma\ \sqrt{\pi\ a}$. [108]

Despejando la dimensión a del defecto entre la ecuación [46] y la fórmula para el factor de intensidad de esfuerzos, $K_I = Y\ \sigma\ \sqrt{\pi\ a}$, obtenemos ${K_I}^4$ como una función de la

[107] Un desarrollo de esta idea puede verse en el artículo de R. Suárez-Antola, Un método secuencial para el ensayo no destructivo de estructuras mediante vibraciones mecánicas, III Congreso de END para América Latina y el Caribe, enero de 1990 DOI: 10.13140/2.1.4276.8325

[108] R. Hertzberg, Deformation and Fracture Mechanics of Engineering Materials, Willey, N.Y., 2012.

disminución relativa en el cuadrado de la frecuencia del modo normal $n-ésimo$, del esfuerzo de tracción estática σ actuante sobre la barra, de la posición x_0 del defecto a través de la forma modal $cos\left(\frac{n\pi x_0}{l}\right)$, de una dimensión del defecto (h), y de las dimensiones de la barra:

$$K_I{}^4 = \left(\frac{\pi^2\,Y^4\,S\,l\,\sigma^4}{2\pi h\,cos^2\left(\frac{n\pi x_0}{l}\right)}\right)\left[\frac{(\omega_{0,n}{}^2-\omega_n{}^2)}{\omega_{0,n}{}^2}\right] \qquad [47]$$

Una vez estimado K_I se lo puede comparar con su valor crítico $K_{I,c}$. De acuerdo con los criterios de la mecánica de la fractura, una vez que $K_I$supera a $K_{I,c}$se produce la fractura frágil de la barra. El segundo miembro de [47] permite estimar un margen de seguridad para la barra traccionada, con un defecto consistente en una fisura plana transversal al eje de la barra.
Este ejemplo idealizado de las vibraciones longitudinales de una barra con un defecto, sometida a una carga estática, resume en forma muy simple lo que sería deseable poder obtener como información en una estructura (en nuestro caso, de hormigón) como consecuencia de un ensayo global no destructivo mediante vibraciones combinado con métodos de ensayos no destructivos locales.

En general, se pueden distinguir cinco niveles de determinación de un daño: [109]

Nivel 1. Detección de que algo ha cambiado a través de la variación en una frecuencia natural o los cambios en una forma modal de vibración en la estructura.

Nivel 2. Localización aproximada del sitio donde presumiblemente se produjo el cambio, hasta donde lo permita el conjunto de sensores de vibración y de equipos de procesamiento de datos.

Nivel 3. Identificación del cambio con un daño. Clasificación del daño dentro de un conjunto de tipos posibles, basados en conocimientos sobre los materiales que componen la estructura y en información pertinente sobre la estructura. Esto se facilita si se aplican métodos de ensayo no destructivos locales, seleccionados teniendo en cuenta el tipo de estructura.

Nivel 4. Determinación de la magnitud del daño. Del ensayo global mediante vibraciones lo que se puede obtener es un porcentaje de reducción en una rigidez localizada. De los ensayos locales se puede obtener información tanto cualitativa (tipo de defecto) como cuantitativa (dimensiones del defecto y relaciones espaciales con el material circundante).

Nivel 5. Predicción probabilística de la vida útil remanente de la estructura a partir de conocimientos sobre el tipo de daño, su propagación e interacción con otros defectos existentes, las cargas de servicio y ambientales futuras, y los niveles de tolerancia al daño que se estima posee la estructura.

Es importante notar que los parámetros modales no son siempre los mejores indicadores, por su sensibilidad, de un daño estructural. No obstante, por razones históricas, por la educación que por lo general reciben los profesionales que utilizan los métodos globales

[109] Ch. Farrar, S. Doebling y D. Nix, Vibration-Based Structural Damage Identification, Philosophical Transactions of the Royal Society: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, **359** (1778):131-149, 2001.

y porque los indicadores modales aparecen en la mayoría de los paquetes de software, resultan por lejos los indicadores de daño más utilizados en la práctica.

El indicador más utilizado cuando se supone un comportamiento mecánico lineal para la estructura ensayada es la modificación en una frecuencia modal, seguido por las modificaciones en las formas modales y en indicadores derivados de éstas, como las variaciones anómalas en las curvaturas locales (por lo general resultantes de una disminución brusca y muy localizada de la rigidez en una viga o elemento que se comporta como tal).
La variabilidad en los parámetros de amortiguamiento suele resultar demasiado grande para un uso seguro en la práctica.

La variabilidad de los indicadores modales cuando se modifican variables que no están relacionadas con un daño estructural es una limitación importante del uso de estos indicadores.
En el caso de las frecuencias modales determinadas en estructuras de hormigón, modificaciones ambientales en la temperatura, la intensidad del viento o la humedad, así como la interferencia de vibraciones espurias o ruidos de origen eléctrico que se añaden a las señales a nivel de los transductores y los dispositivos de transmisión de señales, pueden producir cambios en las frecuencias que superan los umbrales (un 5%) establecidos para la detección de daños estructurales.

El problema de la sensibilidad de los indicadores modales se relaciona con la aparición de falsos negativos y el problema de las interferencias de otras variables no relacionadas con daños en la estructura se relaciona con la aparición de falsos positivos.

4.3 Ensayos de pavimentos de hormigón mediante vibraciones longitudinales en régimen y mediante ondas de superficie producidas por un excitador sinusoidal en régimen estacionario.

Supongamos que se excitan vibraciones longitudinales de frecuencia $\omega = 2\pi f$ perpendiculares a las caras de una losa de pavimento de hormigón. Si la losa se comportara como una placa homogénea e isótropa, de caras paralelas, sobre una de cuyas caras actúa un esfuerzo normal $\sigma(t,x) = \sigma_0\, cos\omega t$ y la otra cara está libre de esfuerzos, entonces la relación entre el espesor H de la losa, la *frecuencia fundamental de resonancia en espesor* $f_{R,1}$ y la *velocidad de propagación* c_L de las ondas P en el material vendría dada por la fórmula 2.3.[7]: $H = \frac{c_L}{2\, f_{R,1}}$ Si se determinan c_L y $f_{R,1}$ esta fórmula permite calcular el espesor de la losa.

La identificación de la resonancia en espesor de las vibraciones longitudinales de una losa se lleva a cabo incrementando la frecuencia hasta alcanzar una frecuencia para la cual el desfasaje entre la señal recibida (desplazamiento) y la señal introducida en la losa (fuerza) por el mecanismo excitador, es de 90^0.
Para un modo de vibración amortiguado con disipación viscosa esta frecuencia coincide con la frecuencia natural no amortiguada. Para un modo con disipación de tipo estructural, la frecuencia de resonancia coincide siempre con la frecuencia natural no amortiguada y

a esta frecuencia el desfasaje entre la excitación y la respuesta modal es de 90^0. Sobre todo esto, ver *Vibraciones forzadas y resonancia* en 4.2.3.

Si se conoce cual debería ser el espesor de la losa y se dispone de una estimación de la velocidad de las ondas longitudinales, se puede utilizar la fórmula $f_{R,1} = \frac{c_L}{2H}$ para ubicar aproximadamente la frecuencia fundamental de resonancia. Si el espesor esperado de la losa es 15 cm y la velocidad de propagación estimada es de 3800 m/s, la frecuencia esperada de resonancia debería encontrarse próxima a 12300 Hz.

Una losa de pavimento de hormigón de cemento Portland o de cemento asfáltico se apoya en el material subyacente. Si la diferencia en impedancia acústica $\rho\, c_L$ para las ondas longitudinales en el hormigón en comparación con el material subyacente es lo bastante significativa, cabe esperar que se pueda generar una resonancia en espesor y entonces estimar el espesor de la losa aplicando la fórmula $H = \frac{c_L}{2\, f_{R,1}}$

En la mayor parte de los caminos pavimentados, la diferencia en los módulos de cizalla (rigidez transversal) y las densidades entre las capas superiores cementadas y las inferiores más laxas produce un desacople acústico que impide una transmisión significativa de energía mecánica que permite una aplicación aproximada del modelo de placa libre.

De acuerdo con esta expectativa, cuando la losa de hormigón se apoya en un material granuloso o cuando hay una fina capa de material aislante bituminoso entre la losa y su fundación, Muenow pudo observar resonancias de espesor. [110]

Este autor pudo determinar la velocidad de las ondas P midiendo la velocidad de propagación de pulsos longitudinales a lo largo de la superficie expuesta del hormigón (medición indirecta, ver capítulo 5).

Este método puede conducir a errores no despreciables cuando la velocidad de propagación varía con la profundidad.

A menudo se observa una diferencia en la compactación del material, la cual es máxima en la superficie libre de la losa y mínima en su cara inferior.

Como c_L es mayor en la superficie, y esta es la velocidad que se mide con pulsos longitudinales que viajan próximos a la superficie de la losa, la fórmula sobreestima en este caso el espesor H.

Muenow extrajo testigos para medir c_L por transmisión directa de pulsos ultrasónicos (ver capítulo 5) y comparar los resultados obtenidos con las mediciones de c_L en forma indirecta.

Mientras que las irregularidades en la cara inferior de la losa no parecen afectar mucho la estimación del espesor de la losa, las fisuras y otros defectos en la cara superior aumentan el error.

Según este autor, en condiciones favorables el error en la determinación del espesor de la losa se puede mantener por debajo de un 5%.

Cuando esa diferencia en la impedancia acústica entre la losa y el material subyacente no es suficiente, por ejemplo, cuando una ruta consiste en dos capas de elevada rigidez transversal y densidad que se apoyan sobre un medio cuyos componentes se encuentran

[110] R. Jones, Non-Destructive Testing of Concrete, Cambridge University Press, 1965.

más débilmente ligados, todavía se pueden interpretar algunos resultados de los ensayos por vibraciones como resonancias en profundidad.
Para ello se utiliza la fórmula siguiente, donde el subíndice 1 representa la capa superior y el 2 la capa inferior, bien adheridas entre sí y soportadas por un material más laxo: [111]

$$\rho_1 c_{L,1} tang\left(\frac{2\pi\, f_R H_1}{c_{L,1}}\right) + \rho_2 c_{L,2} tang\left(\frac{2\pi\, f_R H_2}{c_{L,2}}\right) = 0$$

En el mejor de los casos, si se conocen las densidades y las velocidades de las ondas longitudinales en las dos capas, para una frecuencia de resonancia f_R , se obtiene una relación entre los dos espesores de capa.

Para obtener más información es necesario abandonar el punto de vista basado en las resonancias en profundidad y encarar directamente la propagación de ondas de superficie en sistemas estratificados.
Al principio (entre 1950 y 1980) las ondas de superficie se producían excitando en forma continua las losas de hormigón mediante un vibrador electromagnético que podía producir, en forma continua, oscilaciones sinusoidales de frecuencia constante. Los sistemas excitadores podían trabajar en un intervalo bastante amplio de frecuencias, algunas veces entre algunas decenas y algunas decenas de miles de Hz, efectuando las mediciones en régimen estacionario.
El método de ensayo con ondas de superficie permite determinar espesores y módulos de elasticidad de medios estratificados de vasta extensión y que resultan accesibles solamente desde su cara superior. Además de a los pavimentos de hormigón, el método se ha aplicado a grandes losas y muros en estructuras.
A partir de 1980 se dejó de utilizar la generación de ondas de superficie en pavimentos o en suelos estratificados utilizando vibraciones sinusoidales estacionarias.
Ahora se emplean impactos localizados, y se lleva a cabo un análisis espectral de las ondas de superficie producidas por el impacto, como se verá en el capítulo 6.

No obstante, el método de las ondas sinusoidales estacionarias, tal como se lo aplicaba en su momento, involucra aspectos comunes con otros tipos de generación y propagación de ondas mecánicas, y presenta en sí mismo varios aspectos de interés, motivo por el cual lo resumiremos a continuación.

La interacción de un generador electrodinámico de vibraciones sinusoidales estacionarias con la superficie plana, frontera de un medio homogéneo, elástico (sin respuesta diferida en la escala de las vibraciones), isótropo y semi infinito se puede idealizar mediante un elemento circular que oscila verticalmente en contacto permanente con ese medio.

La Figura 4.17 representa los campos de ondas P, S y R produce el generador electrodinámico de vibraciones sinusoidales estacionarias en el medio semi infinito, a una distancia de tres o más longitudes de onda a partir del generador.

[111] R. Jones y E. Thrower, Analysis of waves in a two-layer composite plate and its application to surface wave propagation experiments on roads, J. Sound and Vibrations **2** (3):328-335, 1965.

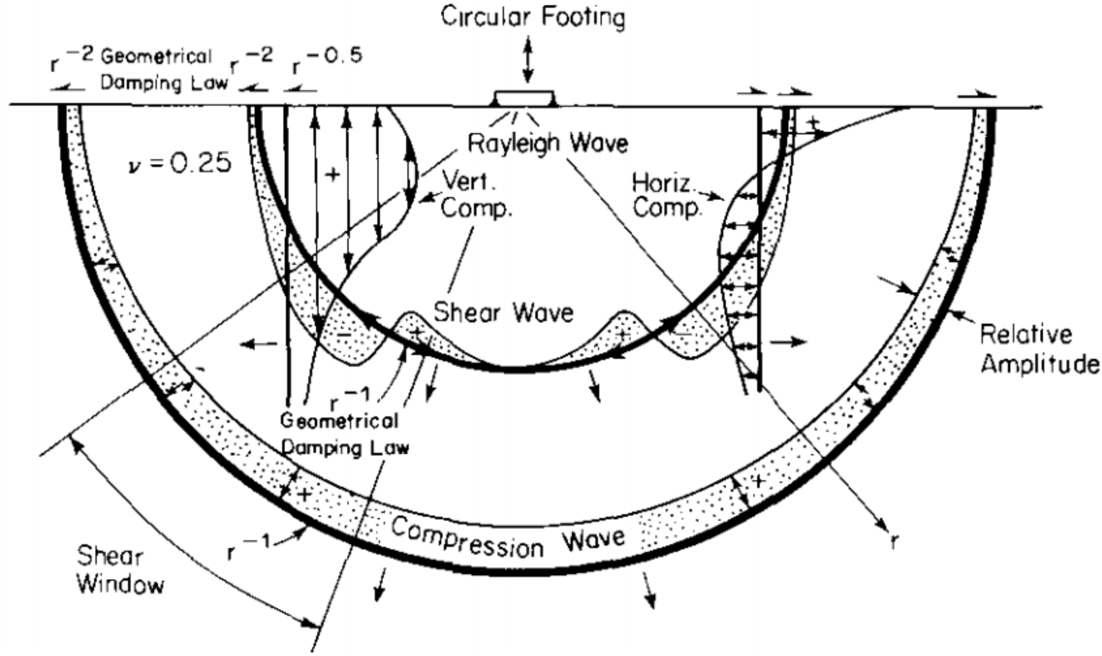


Figura 4.17 (Adaptada del artículo de R. Woods, Screening of surface waves in soils, J. Soil Mech. and Found. Div., Proc. ASCE, 94(SM4): 951-979, 1968.)

En la figura, la distancia r entre cada frente de onda y el generador es proporcional a la velocidad de ese tipo de onda en el medio (para un valor de 0.25 del módulo de Poisson).

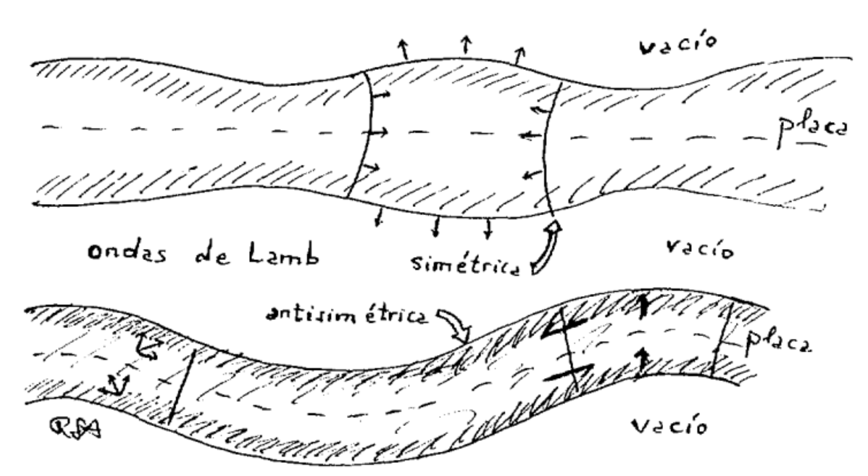
Los frentes de ondas P (compresión-dilatación en la dirección de avance de la onda P) y S (cizalla transversal a la dirección de avance de la onda S) son semi esféricos y las atenuaciones geométricas de sus amplitudes de onda son proporcionales a $\frac{1}{r}$ en el interior del medio y a $\frac{1}{r^2}$ en la superficie. Adyacente a cada frente de onda aparecen unas bandas punteadas que indican las amplitudes relativas de los desplazamientos asociados a las ondas P y S, en función del ángulo que forma cada semirrecta que parte del centro del generador y pasa por un punto del frente de ondas con la superficie. Se denomina ventana de las ondas de corte a la región de los frentes de ondas S donde las amplitudes de las ondas son mayores. Se indica como “shear window” del lado izquierdo en la Figura 4.17.

El frente de ondas R es cilíndrico y la atenuación geométrica de su amplitud de onda es proporcional a $\frac{1}{\sqrt{r}}$.

El movimiento de las partículas del medio asociado a la onda R posee dos componentes, horizontal y vertical, cuyas amplitudes varían con la profundidad respecto de la superficie frontera como sugiere la Figura 4.17.
A la izquierda de la figura se representa la amplitud de la componente vertical y a la derecha la amplitud de la componente horizontal, ambas sobre las trazas verticales del frente de ondas R.
A más tres o más longitudes de onda a partir del centro del generador sinusoidal, el 67% de la energía inyectada por la fuente circular, que oscila verticalmente y con distribución

uniforme del desplazamiento, viaja en forma de ondas R, mientras que la energía restante se distribuye entre las ondas S (26% del total) y ondas P (7% del total). [112]
La importancia de las ondas superficiales en el ensayo no destructivo de pavimentos y en general de medios estratificados usando una fuente de vibraciones que oscila verticalmente, se desprende de la fracción de la energía introducida (aproximadamente 2/3 del total) que se canaliza a través de esas ondas, y de la atenuación geométrica más débil en comparación con lo que acontece con las ondas S y P.
Como la distribución de la energía y las características de la atenuación geométrica no depende de la frecuencia de las ondas, el mismo esquema conceptual se puede aplicar, en principio, a cada frecuencia del espectro de las ondas de superficie producidas por un impacto, siempre que el modelo de medio elástico homogéneo e isótropo se pueda considerar como una aproximación aceptable.

En el caso de un medio con una estratificación significativa y buen acople acústico entre los estratos, no cabe esperar que esta aproximación sea aplicable, porque las velocidades de fase de las ondas P, S y R dependen de los módulos de elasticidad y de la densidad del medio, que pueden variar de un punto a otro.
Si el acople acústico entre la capa superficial homogénea y las capas que se encuentran por debajo es lo bastante débil, la propagación de las ondas en la capa superficial se puede describir aproximadamente como si se tratara de una placa elástica libre e infinita en la cual se propagan ondas de Lamb como las resumidas en la sección 2.1 y representadas gráficamente en la Figura 2.6, que repetimos aquí por mayor comodidad:



Cuando en generador oscila verticalmente en la superficie libre de una losa de hormigón apoyada sobre una capa con impedancia acústica mucho menor, cabe esperar que en esa losa se produzcan en forma predominante ondas de Lamb antisimétricas o de flexión.

[112] G. Miller y H. Pursey, The field and radiation impedance of mechanical radiators on the free surface of a semi-infinite isotropic solid. Proceedings of the Royal Society. Series A. **223**: 521-541, 1954; G. Miller y H. Pursey, On the partition of energy between elastic waves in a semi-infinite solid. Proceedings of the Royal Society. Series A**. 233**:55-69, 1955; y el segundo tomo del libro de D. Royer y T. Valier-Brasier, Elastic Waves in Solids 2: Radiation, Scattering, Generation, ISTE y Wiley, London y New York, 2022.

Cuando la frecuencia disminuye la velocidad de fase del modo fundamental tiende a la velocidad de propagación de las ondas de flexión en una placa delgada (respecto de la longitud de onda): $c_{Placa} = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\upsilon^2)}}$

Cuando la frecuencia aumenta la velocidad de fase del modo fundamental de las ondas de Lamb antisimétricas aumentan progresivamente tendiendo a la velocidad c_R de las ondas de Raleigh $c_R = \mathcal{R}(\upsilon)\, c_T$ donde la función del módulo de Poisson υ viene dada por la aproximación $\mathcal{R}(\upsilon) \cong 0.8774032 + 0.200396\,\upsilon - 0.0756704\,\upsilon^2$ (a menos de un 0.3%). La velocidad de las ondas transversales verifica $c_T = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$ donde G es el módulo de rigidez transversal. Para cada losa se mide c_L con pulsos ultrasónicos (ver capítulo 5) se elige un valor de υ y se tiene en cuenta $c_T = \sqrt{\frac{1-2\,\upsilon}{2\,(1-\upsilon)}}\, c_L$. Para frecuencias intermedias la velocidad de fase $c(\lambda)$ del modo fundamental antisimétrico viene dado implícitamente por una de las raíces de la ecuación para los modos antisimétricos (donde $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ es el número de ondas y H es el espesor de la placa):

$$\frac{tg\left(\sqrt{1-\left(\frac{c}{c_T}\right)^2}\frac{k\,H}{2}\right)}{tg\left(\sqrt{1-\left(\frac{c}{c_L}\right)^2}\left(\frac{k\,H}{2}\right)\right)} = \frac{\sqrt{1-\left(\frac{c}{c_T}\right)^2}\sqrt{1-\left(\frac{c}{c_L}\right)^2}}{\left(2-\left(\frac{c}{c_T}\right)^2\right)} \qquad [1]$$

La Tabla 1 muestra la relación entre $c(\lambda)/c_R$ y λ/H para cuatro valores representativos del módulo de Poisson abarcando hormigones normales, hormigones magros y fundaciones suelo-cemento. [113]

Tabla 1: Relaciones teóricas entre $c(\lambda)/c_R$ y λ/H según la fórmula [1]

c/c_R	$\upsilon = 0.20$	$\upsilon = 0.25$	$\upsilon = 0.33$	$\upsilon = 0.45$
0.8	$\lambda/H =$ 2.18	$\lambda/H =$ 2.23	$\lambda/H =$ 2.33	$\lambda/H =$ 2.53
0.7	$\lambda/H =$ 3.00	3.07	3.22	3.50
0.6	$\lambda/H =$ 3.98	4.08	4.27	4.65
0.5	$\lambda/H =$ 5.26	5.38	5.64	6.12
0.4	$\lambda/H =$ 7.05	7.21	7.55	8.19
0.3	$\lambda/H =$ 9.88	10.01	10.60	11.50
0.2	$\lambda/H =$ 15.3	15.7	16.40	17.80
0.1	$\lambda/H =$ 31.3	32.0	33.50	36.20

La Figura 4.18 muestra un generador electrodinámico fijo en la superficie de una losa de pavimento y un detector de vibraciones se puede desplazar a lo largo de una semirrecta que comienza en el sitio del generador.

[113] R. Jones, Non-Destructive Testing of Concrete, Cambridge University Press, 1965.

A medida que la distancia al generador aumenta, varía la fase de la vibración medida, pero en algunos puntos del trayecto las vibraciones están en fase con el generador. La distancia mínima entre dos de estas posiciones del detector corresponde a una longitud de onda λ .
Como la frecuencia de vibración f es conocida, se calcula la velocidad de fase a esa frecuencia: $c(f) = \lambda f$
Como se verá más adelante, en relación con la exploración de medios estratificados, a veces es conveniente expresar la velocidad de fase en función de la longitud de onda.

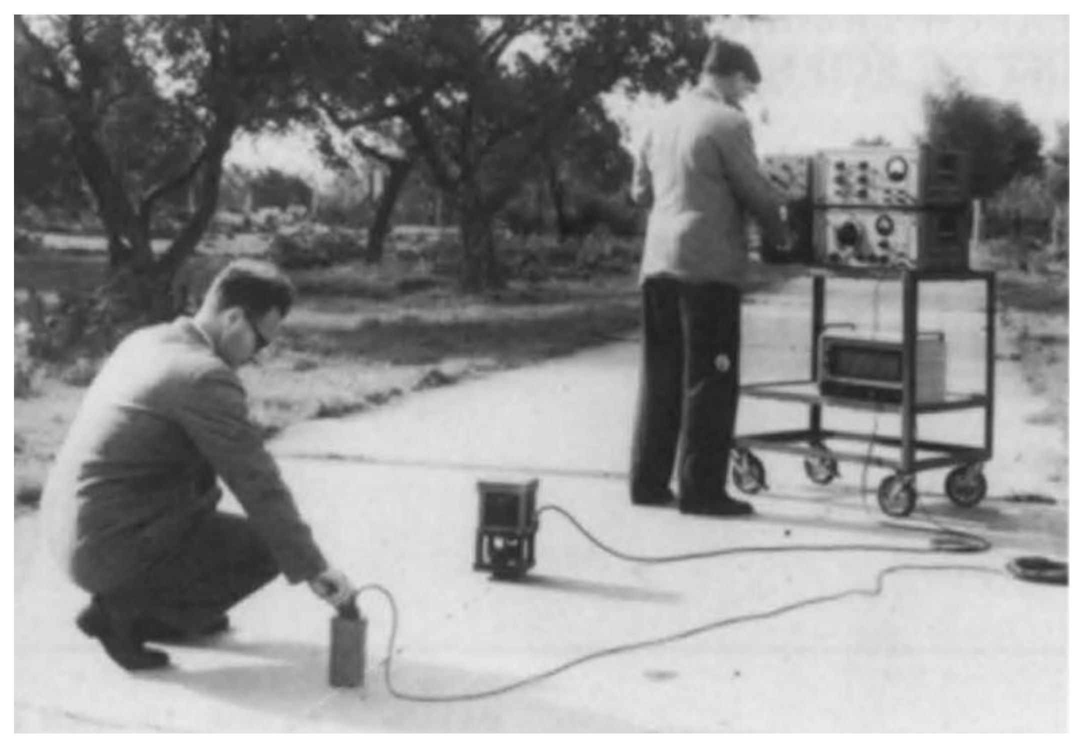


Figura 4.18. Vista general del sistema de medición para losas de hormigón.

En un medio homogéneo, a medida que la frecuencia aumenta, la velocidad de fase aumenta. Cuando la frecuencia del generador aumenta lo suficiente, la velocidad de fase ya no varía con el incremento en la frecuencia y este valor de velocidad es el valor que puede asignarse a c_R . Dependiendo del espesor de la losa, se llega a esta situación a frecuencias comprendidas entre 50 y 100 kHz.
Si se han medido la velocidad de fase a una frecuencia intermedia y la velocidad de las ondas de Rayleigh a una frecuencia lo bastante elevada, se puede calcular c/c_R . Eligiendo un valor razonable para el módulo de Poisson, de la Tabla1 se puede hallar el cociente λ/H . Puesto que previamente a determinar c se ha debido medir la longitud de onda, a partir del cociente λ/H se puede estimar el espesor de la losa.
Los valores que aparecen en la Tabla 1 se pueden interpolar para abarcar los casos que presentan valores intermedios o se puede utilizar un software de cálculo de raíces directamente en la ecuación que corresponde a los modos de propagación antisimétricos.

Los modos de propagación de orden superior al fundamental, tanto simétricos como antisimétricos, poseen frecuencias de corte, por debajo de la cual no se propagan ondas en estos modos. [114]

Para longitudes de onda λ tales que $2 < \frac{\lambda}{H} < 6$, se halló experimentalmente que la velocidad de las ondas de superficie $c(\lambda)$ verifica:

$$c_E = c(\lambda)\left(1.23 + 0.70\,\frac{\lambda}{H}\right) \qquad [2]$$

En [2] $c_E = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ es la velocidad de las ondas extensionales en barras delgadas.
Midiendo λ y $c(\lambda)$ esta fórmula se puede utilizar para una estimación del módulo de Young si la densidad del material se puede asumir conocida.

Además de modos antisimétricos con índices par $A_{2\,n}$ e impar $A_{2\,n+1}$ hay modos simétricos con índice par $S_{2\,n}$ y con índice impar $S_{2\,n+1}$. El modo S_1 se puede excitar en las condiciones del ensayo. Presenta una frecuencia de corte $f_c = \frac{c_L}{2\,H}$ que corresponde a una resonancia en profundidad como la 2.3.[7] y el campo de desplazamientos correspondiente a este modo, a la frecuencia de corte, es transversal a la dirección de propagación de los modos a frecuencias por encima de sus frecuencias de corte y coincide con el campo de desplazamientos para el cual obtuvimos la fórmula 2.3.[7].
El modo antisimétrico que presenta frecuencia de corte y número de orden más bajo es A_1. Para este modo la resonancia en profundidad se produce para $f_c = \frac{c_T}{2\,H}$ siendo c_T la velocidad de las ondas S en el medio. En este caso el campo de desplazamientos es paralelo a la dirección de propagación, por lo cual no se corresponde con el caso que dio origen a la fórmula 2.3.[7]. El siguiente modo antisimétrico, A_2 , resuena en profundidad con un campo de desplazamientos transversal a la dirección de propagación, pero para una frecuencia de corte $f_c = \frac{c_L}{H}$ doble de la del modo S_1 . La excitación no detectada y dominante de modos de orden superior puede conducir a interpretaciones erróneas de los resultados experimentales.

Los espesores calculados a partir del ensayo no destructivo que hemos descripto coinciden por lo general con los medidos extrayendo testigos a menos de $\pm 10\%$.

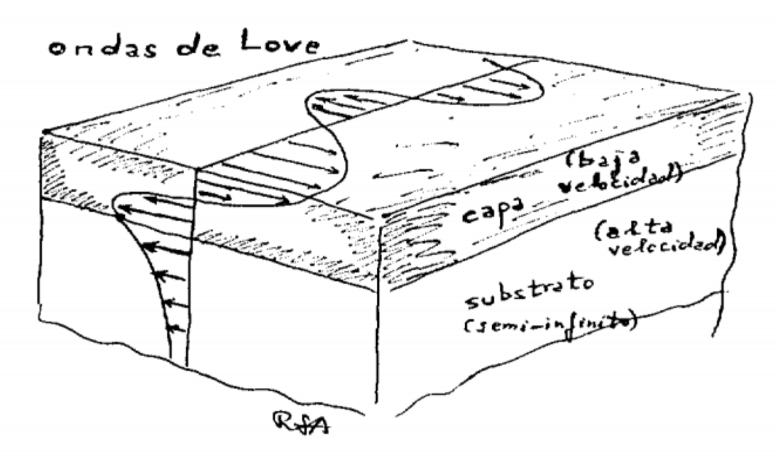
Las losas de hormigón por lo general presentan densidades y módulos de rigidez un poco menores en su cara inferior. Por este motivo los espesores determinados mediante ensayos por vibraciones resultan un poco menores que los espesores reales (cerca de un 10%).

La reducción en la rigidez con la profundidad debilita la losa. Este efecto se puede asimilar a una reducción de espesor: el espesor obtenido en un ensayo de vibraciones puede considerarse, de hecho, como un *espesor efectivo*.

Otra situación puede presentar cierto interés desde el punto de vista del ensayo no destructivo de losas gruesas de hormigón y también del estudio de suelos, es el atrapamiento de ondas S por reflexión múltiple en un estrato de baja velocidad de propagación de esas ondas, bien adherido en una de sus caras con un semi espacio donde

[114] D. Royer y T. Valier-Brasier: Elastic Waves in Solids 1: Propagation and Elastic Waves in Solids, ISTE y Wiley, London y New York, 2022.

las ondas S viajan a mayor velocidad y en la otra cara en el aire. En la práctica, y desde el punto de vista de la propagación de ondas mecánicas en sólidos, el aire equivale al vacío.
Aparecen de este modo las ondas de Love que se muestran en la Figura 2.5 y que repetimos aquí para mayor comodidad:



El campo de desplazamientos en el semi espacio se atenúa exponencialmente con el incremento en la profundidad a partir de la interfaz con el estrato superior.

A veces, por defectos de fabricación, las losas de hormigón pueden presentar una capa superior bien delimitada, relativamente delgada respecto del espesor total de la losa, y mucho menos rígida que el resto de la losa subyacente. Si el resto de la losa, a su vez, está apoyada en un material subyacente en condiciones tales que se la puede modelar como un medio elástico semi infinito, homogéneo e isótropo, entonces se pueden generar ondas de Love SH atrapadas en la capa defectuosa superior. En los suelos puede aparecer una capa superior bien delimitada y menos rígida que el material subyacente. [115]
Si H es el espesor de la capa superior, G_1 es su módulo de cizalla, ρ_1 su densidad, $c_{S\,1} = \sqrt{\frac{G_1}{\rho_1}}$ la velocidad de las ondas S en esa capa, G_2 es el módulo de cizalla del medio semi infinito subyacente, ρ_2 su densidad, $c_{S\,2} = \sqrt{\frac{G_2}{\rho_2}}$ la velocidad de las ondas S en esa capa, c es la velocidad de las ondas SH atrapadas en la capa superior y $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ es el número de ondas correspondiente, entonces la ecuación de dispersión para las ondas de Love viene dada por: [116]

$$tg\left[kH\left(\frac{c^2}{c_{S\,1}^2} - 1\right)^{\frac{1}{2}}\right] = \frac{G_2}{G_1}\left(\frac{1-\frac{c^2}{c_{S\,2}^2}}{\frac{c^2}{c_{S\,1}^2}-1}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad [3]$$

De la ecuación [3] se desprende para raíces $c(k)$ reales: $c_{S\,1} < c(k) < c_{S\,2}$ [4]
kH es pequeño respecto de 1 cuando la longitud de onda es grande respecto del espesor de la capa o en forma equivalente, para frecuencias lo bastante bajas. En ese caso la función tangente se aproxima a cero. Como consecuencia el miembro a la derecha de [2]

---

[115] R. Jones, In-Situ Measurement of the Dynamic Properties of Soil by Vibration Methods, Geotechnique, **8**(1):1-21, 1958.

[116] D. Royer y T. Valier-Brasier: Elastic Waves in Solids 1: Propagation and Elastic Waves in Solids, ISTE y Wiley, London y New York, 2022.

se aproxima también a cero. Teniendo en cuenta la restricción [3] eso implica que c se aproxima por debajo a la velocidad de propagación $c_{S\,2}$ de las ondas S en el medio subyacente.
El modo fundamental de propagación de ondas de Love corresponde a la solución $c = c(k)$ determinada a partir de la primera rama de la función tangente, es decir cuando se verifica: $$0 < kH\left(\frac{c^2}{c_{S\,1}^2} - 1\right)^{\frac{1}{2}} < \frac{\pi}{2} \qquad [5]$$
Si $kH\left(\frac{c^2}{c_{S\,1}^2} - 1\right)^{\frac{1}{2}}$ se aproxima a $\frac{\pi}{2}$ la función tangente tiende a $+\infty$ y entonces el miembro a la derecha en [3] también debe tender a infinito. Teniendo en cuenta la restricción [4] resulta que en este caso (frecuencia elevada y longitud de onda pequeña respecto del espesor de la capa) c se aproxima por encima a la velocidad de propagación $c_{S\,1}$ de las ondas S en la capa superior.
Al igual que en el caso de las ondas de Lamb en una losa, también en este caso se puede determinar, para una frecuencia fijada del generador sinusoidal, las longitudes de onda, ubicando sobre una semirrecta que parte del generador los puntos donde la fase coincide con la del generador. De la frecuencia y de la longitud de onda se obtiene la velocidad $c(f) = \lambda\, f$ de fase de las ondas S. A frecuencias lo bastante elevadas se obtiene una estimación de $c_{S\,1}$ y a frecuencias lo bastante bajas se puede estimar $c_{S\,2}$.
Ronald Jones [117] halló que si $\frac{G_2}{G_1}$ es mayor que 3 las soluciones de la ecuación [3] prácticamente coinciden con las soluciones de $tg\left[kH\left(\frac{c^2}{c_{S\,1}^2} - 1\right)^{\frac{1}{2}}\right] = +\infty$ es decir, para el modo fundamental, $c(k)$ verifica: $$kH\left(\frac{c(k)^2}{c_{S\,1}^2} - 1\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\pi}{2} \qquad [6]$$
Teniendo en cuenta que $\omega = 2\pi\, f = c\, k$ y reordenando [5] se obtiene la velocidad de propagación en función de la frecuencia del generador: $$\frac{1}{c^2} = \frac{1}{c_{S\,1}^2} - \frac{1}{16\, H^2 f^2} \qquad [7]$$
La Figura 4.19 adaptada del trabajo de Jones, muestra gráficamente la fórmula [7].

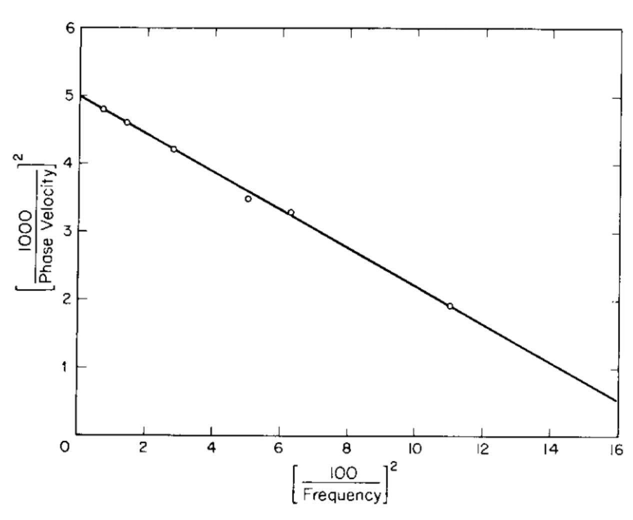


Figure 4.19

[117] R. Jones, In-Situ Measurement of the Dynamic Properties of Soil by Vibration Methods, Geotechnique, **8**(1):1-21, 1958.

A partir de la determinación experimental de las velocidades de propagación en función de la frecuencia se ajusta por mínimos cuadrados los parámetros $\frac{1}{c_{S\,1}^2}$ (y por tanto se determina $c_{S\,1}$) y $\frac{1}{16\,H^2}$ (y por tanto se halla el espesor H de la capa).

Como $c_{S\,1} = \sqrt{\frac{G_1}{\rho_1}}$ si se puede estimar la densidad se puede hallar el módulo de rigidez transversal (cizalla).

En el caso de losas de hormigón las capas de baja calidad se estudian, por lo general y mucho más fácilmente, mediante pulsos ultrasónicos, como se verá en el capítulo 5.

Entre 1950 y 1980 ingenieros y científicos pusieron a punto y aplicaron, en forma más o menos rutinaria, métodos de ensayo mediante vibraciones estacionarias para explorar la estructura estratificada de los suelos.

Compararon los resultados obtenidos con los datos de perforaciones y de ensayos sísmicos.

Los trabajos realizados en suelos se pueden considerar como antecedentes del análisis espectral de las ondas de superficie producidas en pavimentos de hormigón por impactos, que se lleva a cabo desde 1980 mediante el ajuste de parámetros a los datos experimentales, empleando en forma secuencial modelos matemáticos, hardware y software de simulación digital que en el período anterior no estaban disponibles.

Si se observa nuevamente la Figura 4.17 y se tiene en cuenta la longitud de onda, se advierte, a partir del comportamiento de las amplitudes de las componentes horizontal y vertical del desplazamiento en función de la profundidad, que la mayor parte de la energía de la onda R viaja en una región del semi espacio ubicada aproximadamente entre la superficie y una longitud de onda de profundidad.

Los resultados de investigaciones experimentales sugieren que las propiedades promedio de esta región se aproximan bastante a las propiedades del medio a media longitud de onda de profundidad. [118]

Supongamos entonces que la velocidad de propagación medida corresponde a las propiedades del medio en un entorno de media longitud de onda de profundidad. Disminuyendo o aumentando la frecuencia del generador sinusoidal aumentará o disminuirá la longitud de onda y la velocidad medida será representativa de un estrato más profundo o menos profundo, respectivamente.

Para un medio homogéneo las propiedades no dependen de la velocidad, por lo cual, en ausencia de un proceso de guía de las ondas, por tanto, dispersivo (como el que puede ocurrir en una losa de hormigón sobre un apoyo laxo) cabría esperar que la velocidad de propagación sea independiente de la profundidad (todas las longitudes de ondas darían la misma velocidad). Si la velocidad varía al variar la longitud de onda, es debido a que varían las propiedades mecánicas con la profundidad.

Estas ideas fueron aplicadas en ingeniería vial por Heukelon y Foster. [119]

Estos autores investigaron un perfil estratificado en cuatro capas, correspondiente a una autopista.

---

[118] F. Richart, J. Hall y R. Woods, Vibrations of soils and foundations, Prentice-Hall, New Jersey, 1970.

[119] W. Heukelom y C. Foster, Dynamic Testing of Pavements, J. Soil Mech. and Found. Div., Proc. ASCE, 86(SM1-part I): 1-28, 1960. Pueden consultarse, además los aportes de R. Jones, Following changes in the properties of road bases and sub-bases by the surface wave propagation method, Civ. Engineering, Lond. **58** (682), 613, 615,617; (683)777-780, 1963.

Las Figura 4.20 (a) muestra las velocidades medidas en la superficie de la losa como función de la frecuencia y la 4.20 (b) muestra las velocidades como función de la profundidad (expresada como media longitud de onda).

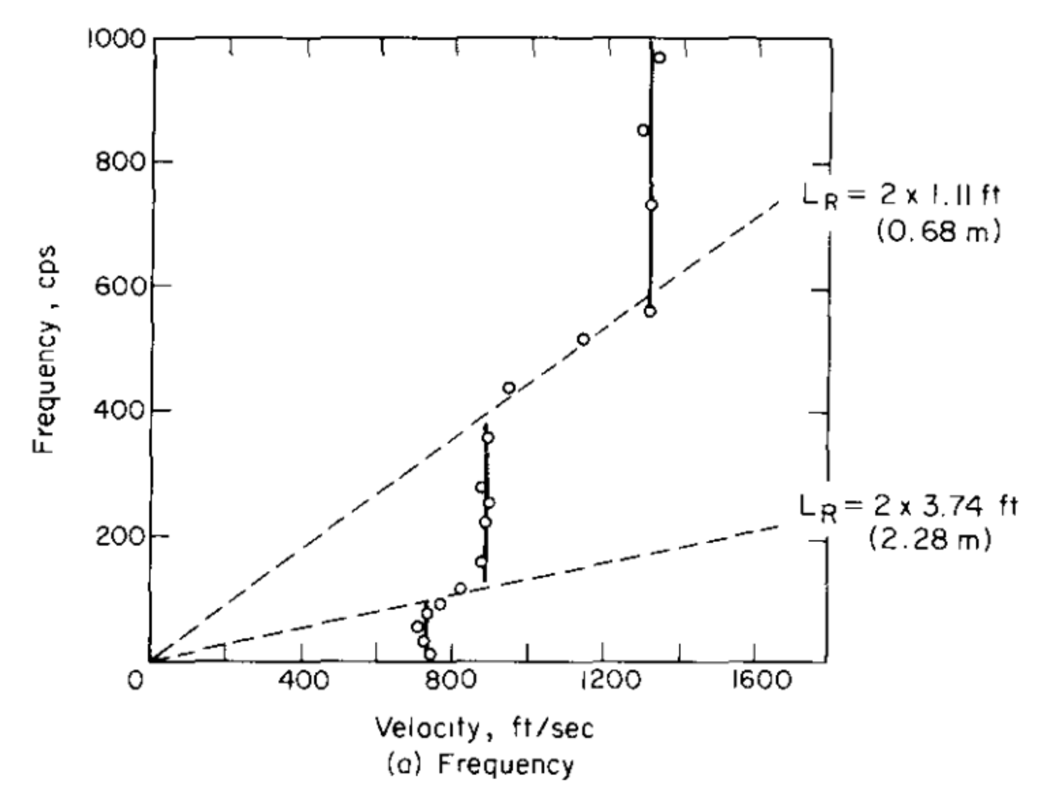


Figura 4.20 (a) En esta figura L_R representa la longitud de onda.

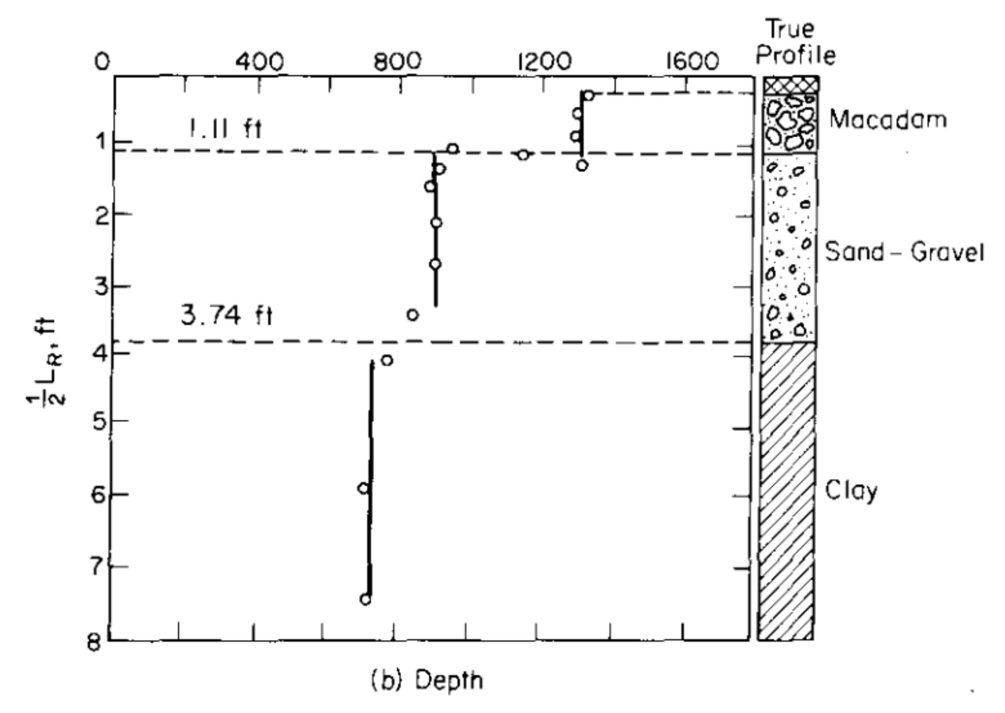


Figura 4.20 (b) En esta figura L_R representa la longitud de onda.

En las dos partes de la Figura 4.20 se ven los puntos experimentales y segmentos de recta ajustados a los resultados de las mediciones. En el gráfico de frecuencia versus velocidad

se observan dos semirrectas puntuadas que pasan por el origen de coordenadas. Si se fija una longitud de onda (L_R en este caso) la fórmula $c(f) = \lambda f$ da una de esas semirrectas. La selección de dos longitudes de onda en particular (0.68 m y 2.28 m) se debe a que para esos valores se produce un quiebre en el alineamiento vertical de los puntos medidos. Esto se debe a la presencia de una interfaz entre dos estratos.
El gráfico de profundidad ($\frac{L_R}{2}$) versus velocidad muestra tres interfaces que separan cuatro capas que parecen homogéneas por el comportamiento de la velocidad de propagación en cada una de ellas (en la correspondiente a la losa no se obtuvieron datos de medición fiables). A la derecha de este último gráfico se ve el perfil real de la autopista y cómo se corresponde con los resultados experimentales del ensayo mediante vibraciones.

Los resultados de las mediciones de velocidad se interpretaban como velocidades de las ondas R en el estrato correspondiente. Las velocidades de las ondas R son siempre menores, pero próximas a las velocidades de las ondas S en el material.
Si el material es poroso y si la cantidad de agua en los poros varía, la velocidad de las ondas P puede modificarse apreciablemente, como se verá en el capítulo próximo.

Como ni el agua ni el aire en los poros puede transmitir esfuerzos de cizalla, las velocidades de las ondas R y S apenas varían. Esto constituye una ventaja del método de ensayo no destructivo mediante ondas de superficie, ya sea en estado estacionario de vibración, ya sea en un transitorio como ocurre en el análisis espectral de las ondas de superficie producidas por un impacto.

Las dimensiones finitas de las losas ensayadas mediante vibraciones sinusoidales estacionarias no afectan los resultados de las mediciones si el sitio donde se ubica el generador y el segmento sobre el cual se desplaza el detector se encuentran alejados de los bordes y de cualquier fisura relevante.

Si esto se cumple, la amplitud en el sitio de las ondas reflejadas en los bordes o en una fisura son lo bastante pequeñas respecto de las amplitudes de las ondas directas como para poder ignorarlas.

Si no lo son, la interferencia entre las ondas directas y las reflejadas genera cambios de fase irregulares que no permiten determinar la longitud de onda.

Algunas veces un defecto relevante junto con un borde se puede utilizar para, ajustando la frecuencia de excitación, generar un patrón bien definido de ondas estacionarias por reflexiones repetidas entre ambos, lo que permite determinar la longitud de onda.

Las variaciones en la densidad y en los módulos de elasticidad de un punto a otro del material en función de la profundidad o de la distancia horizontal, cuando sus escalas espaciales y las regularidades en su variación no permiten trabajar con un medio homogéneo equivalente, impiden la aplicación de los métodos resumidos en la presente sección del informe.

En los capítulos 5 y 6 se verá hasta qué punto se ha podido avanzar en poner a punto métodos, basados en la propagación de ondas mecánicas, para determinar estas variaciones espaciales en forma experimental.

4.4 Algunas conclusiones sobre los ensayos no destructivos de hormigones basados en vibraciones mecánicas.

4.4.1 Ventajas y limitaciones de los ensayos en el laboratorio

-Los equipos y los procedimientos de ensayo en laboratorio de hormigones mediante vibraciones mecánicas están estandarizados y se ha venido acumulando información sobre este tipo de ensayo desde hace más de 70 años.

-Permiten estudiar las modificaciones en la respuesta mecánica (oscilaciones forzadas o libres) de cuerpos de prueba de hormigón sometidos a la acción de agentes químicos, fuego y ciclado térmico, si es necesario en ensayos repetidos una y otra vez en condiciones controladas, durante intervalos de tiempo extensos.

-Se pueden utilizar para determinar los módulos de elasticidad dinámicos y los parámetros relacionados con la disipación de energía elástica de los hormigones.

-Los ensayos estandarizados se realizan solamente sobre cilindros y prismas pequeños (por ejemplo, cilindros de 152× 305 mm y prismas de 76×76×305 mm) construidos de un hormigón generalmente más homogéneo que el que se encuentra en las estructuras.

-Las frecuencias de resonancia o de oscilación libre dependen de las propiedades del hormigón, de la geometría del espécimen ensayado y de las condiciones en sus extremos. Este mismo problema, agravado, aparece en los ensayos globales de estructuras de hormigón mediante vibraciones, pero mientras que en los ensayos globales no se pretende determinar valores de módulos de elasticidad, en los ensayos de laboratorio esta determinación es uno de los objetivos fundamentales del ensayo.

-Las ecuaciones para el cálculo de los módulos elásticos dinámicos a partir de las frecuencias de resonancia o de oscilación libre involucran factores de corrección bien estudiados para cilindros o prismas de hormigón, pero no para posibles geometrías alternativas.

4.4.2 Ventajas y limitaciones del ensayo global de estructuras mediante vibraciones mecánicas

-Se dispone de sensores, dispositivos para transmisión de los datos obtenidos, hardware para procesamiento de datos y software para computar los parámetros de rigidez, inercia y amortiguamiento y para simular en forma digital la dinámica de numerosos tipos de estructuras.

-La interferencia de ruidos acústicos y eléctricos, sobre todo cuando se ensayan grandes estructuras, como puentes muy largos, dificulta el reconocimiento de patrones, en las señales registradas, debidos solamente a daños estructurales o a modificaciones en variables ambientales que afectan las características vibratorias de la estructura.

-A partir de los resultados del ensayo se pueden hallar dos tipos de indicadores de daño: regresivos (como las frecuencias, las formas y los coeficientes de amortiguamiento modales) y no regresivos (como los máximos y mínimos, los cruces por cero y el valor medio cuadrático de las señales en el dominio del tiempo). Los parámetros modales se

pueden estimar trabajando tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia.

-Si se estiman parámetros modales, como se trata de propiedades globales de la estructura, los sensores se pueden ubicar en varios sitios y elegir el más conveniente.

-El parámetro modal más utilizado es la frecuencia modal. El hallar un cambio significativo en una frecuencia modal, debidos a daños en la estructura, por sí solo no permiten ubicar el defecto: dos fisuras análogas ubicadas en sitios diferentes pueden, cada una de ellas por separado, producir la misma variación en la frecuencia.

-Variaciones significativas de la frecuencia modal no siempre se relacionan con un daño en la estructura. A veces los cambios pueden ser debidos, en parte, a variaciones en las variables como la temperatura o la humedad. La susceptibilidad de los métodos globales a las interferencias provocadas por cambios en variables ambientales, cuando estos cambios no son tenidos en cuenta, puede conducir a falsos positivos.

-La sensibilidad de los parámetros modales a los daños en una estructura no es, por lo general, muy elevada (umbral del 5%) por lo cual se pueden producir falsos negativos.

-A diferencia de otros métodos de ensayo, como el ultrasónico, los métodos globales mediante vibraciones requieren el equivalente a dos ensayos: uno de referencia y el otro después de un tiempo luego del cual se presume se pueden haber producido daños. En general lo más conveniente sería haber efectuado el primer ensayo global en la estructura recién terminada. Como a menudo esto no ha sido posible, se han ideado métodos alternativos en los que la estructura se ensaya varias veces con cargas crecientes. Estos métodos se vienen aplicando en puentes, al menos desde la década que comenzó en 1980.

-El método de ensayo no destructivo global mediante vibraciones casi siempre requiere de modelos matemáticos de las estructuras ensayadas. Estos modelos incluyen posibles daños localizados en elementos estructurales y se modifican en forma secuencial en sucesivos procesos de ajuste hasta que el error entre las predicciones y las mediciones se considera aceptable. Aquí el conocimiento a fondo del material y de la estructura es fundamental frente a las no unicidades que se plantean.

-De momento el método de ensayo no destructivo global mediante vibraciones no se aplica en la práctica como otros métodos de ensayo no destructivo de hormigones. De aplicarlo, puede resultar conveniente combinarlo con métodos de ensayo locales para facilitar la localización, la tipificación y la cuantificación de posibles daños.

4.4.3 Comentarios acerca de los ensayos de pavimentos de hormigón mediante vibraciones longitudinales en régimen y mediante ondas de superficie producidas por un excitador sinusoidal en régimen estacionario.

Estos métodos tienen hoy día un interés más bien histórico. No obstante, sus fundamentos se aplican también en otros métodos de ensayo no destructivo mediante vibraciones y propagación de ondas mecánicas. Desde esta perspectiva se pueden considerar como antecedentes de métodos más precisos, pero conceptualmente más complejos, desarrollados posteriormente. Algunos de estos métodos se consideran brevemente en el capítulo 6 de este informe.

5. Ensayos no destructivos de hormigones basados en la transmisión de pulsos de ultrasonidos

Convendremos en denominar pulso a una perturbación mecánica transitoria que presenta no más de diez ciclos de oscilación. Midiendo el tiempo de tránsito y la distancia atravesada por el frente de onda de un pulso ultrasónico en un hormigón, se puede determinar experimentalmente una velocidad de propagación. Las velocidades de propagación dependen de los módulos de elasticidad y de la densidad del hormigón.

En una estructura, la densidad del material se puede modificar localmente, por ejemplo, debido a un compactado no uniforme o a la presencia de un objeto extraño. Los módulos de elasticidad también pueden modificarse localmente, por ejemplo, si se modifican las propiedades elásticas de los materiales, si se alteran las proporciones de la mezcla o se altera el proceso de curado del hormigón por variaciones en la temperatura o por otra causa. De esto se desprende que la determinación de la velocidad de propagación de ondas mecánicas en diferentes sitios de una estructura puede suministrar información útil acerca de la uniformidad del hormigón in situ.

Como método de ensayo no destructivo, el ensayo ultrasónico se utilizó luego de la segunda guerra mundial, para medir la profundidad de las fisuras en presas y la calidad del material en pavimentos de hormigón. Posteriormente sus aplicaciones se extendieron al ensayo no destructivo de la calidad de los hormigones en todo tipo de estructuras, incluyendo estimaciones de la uniformidad, maduración del material, detección y cuantificación de defectos, estimación de los valores locales de la resistencia a la compresión (preferiblemente en combinación con otros métodos de ensayo no destructivo como el rebote del esclerómetro), valoración de los efectos del deterioro producido por sobrecargas, incendios, ataques químicos, ciclos de congelación-deshielo, terremotos y explosiones, tomografía ultrasónica, entre otras muchas aplicaciones.

Las velocidades de propagación de las ondas mecánicas de volumen (ondas P longitudinales) de compresión-dilatación y ondas S (transversales) de cizalla) y de las ondas de superficie (ondas R de Raleigh) en un medio elástico, homogéneo e isótropo son funciones de los módulos de elasticidad dinámicos y de la densidad del material. En un material compuesto de partes homogéneas esas velocidades pueden diferir de un componente a otro a medida que la onda los va atravesando.

En 1.1 se revisaron las propiedades estructurales del hormigón como material polifásico, heterogéneo a varias escalas espaciales. Una perturbación mecánica introducida a través de un emisor se propaga atravesando los agregados finos y gruesos, una matriz de pasta de cemento hidratada, anillos de transición entre los agregados y la matriz, y poros de diferentes tamaños que se encuentran en todos los componentes previamente mencionados. Los módulos de elasticidad dinámicos y la densidad de los agregados, de la matriz y de los anillos de transición son diferentes y se ven afectados por la presencia de poros. Entonces la velocidad de propagación a través de los componentes del hormigón debe variar, dependiendo de qué componente se trate.

Además, en el hormigón reforzado el pulso de ultrasonido puede atravesar armaduras o viajar parcialmente a lo largo de ellas.

A esto se debe agregar la posible presencia de defectos, que pueden modificar la propagación de la onda mecánica en el material a través de procesos revisados en 2.1.

Esto sugiere que *la velocidad determinada experimentalmente como cociente entre la distancia que separa un emisor de un receptor y el tiempo que tarda el frente de onda de la perturbación mecánica en recorrerla, debe interpretarse como una velocidad promedio.*

Para los hormigones las velocidades de propagación c de los pulsos de ultrasonido, determinadas experimentalmente aplicando el método de los tiempos de tránsito, pueden variar dentro del intervalo comprendido entre los 2000 m/s y los 5500 m/s. Este intervalo de velocidades se puede relacionar, *en una escala ordinal convencional*, con la calidad del material, siempre que se tengan debidamente en cuenta y se corrijan los efectos debidos a la presencia de armaduras de refuerzo, la longitud de la trayectoria del pulso, las dimensiones laterales del elemento estructural ensayado y el grado de regularidad de la superficie donde se ubican el emisor y el receptor en la medida que limite el acople acústico con el hormigón ensayado.

Para hormigón ya fraguado, se ha convenido en que un valor de c inferior a 2100 m/s indica un hormigón de muy mala calidad, un valor comprendido entre 2100 y 3000 m/s indica mala calidad, entre 3000 y 3600 m/s indica una calidad regular, entre 3600 y 4600 m/s indica una calidad buena y más de 4600 m/s indica una calidad muy buena.

Como las ondas P viajan más rápido, cabe esperar que en un trayecto directo el frente de onda de aceleración que llega primero al receptor corresponde a este tipo de ondas. De modo que la velocidad que por lo general se mide es la velocidad de propagación c_P de las ondas P.

En 2.1 vimos que los efectos de la inelasticidad del material sobre la propagación de un frente de ondas de aceleración se pueden ignorar. Si la propagación del pulso de ondas P se puede considerar equivalente a una propagación en un medio no acotado (o sea si se puede ignorar la dispersión geométrica revisada en 2.1) la velocidad medida no depende de la frecuencia f del pulso ultrasónico. [120]

En ese caso se pueden utilizar la misma velocidad de propagación para calcular las longitudes de onda a distintas frecuencias: $\lambda = \frac{c_P}{f}$

En el extremo inferior del intervalo de velocidades de propagación, 2000 m/s, y para una frecuencia de 500 kHz resulta una longitud de onda de 0.004 m o sea 4 mm.

En las proximidades del extremo superior del intervalo de velocidades, digamos para 5000 m/s, y para la misma frecuencia resulta una longitud de onda de 0.01 m o sea 10 mm.

Si la frecuencia es de 50 kHz, para una velocidad de 2000 m/s la longitud de onda es de 0.04 m o sea 40 mm, mientras que para una velocidad de 5000 m/s la longitud de onda es de 0.1 m o sea de 100 mm.

Supongamos que L_c es una dimensión representativa de los agregados de mayor tamaño. Vimos en 2.1 que si el cociente $\frac{\lambda}{L_c}$ es del mismo orden numérico que la unidad, o de un orden numérico inferior a este, la onda se atenúa muy rápido en la dirección de propagación. Cabe esperar entonces, que a 500 kHz el pulso ultrasónico se atenúe casi por completo, por difusión en las partículas de agregado interpuestas, en pocos centímetros de hormigón, pero que, en principio, pueda penetrar algunos decímetros de mortero y una distancia todavía mayor en pasta de cemento hidratado.

120 Las velocidades de fase y de grupo son iguales: no hay dispersión.

En cambio, a 50 kHz la difusión es mucho menor y el pulso puede penetrar algunos metros de hormigón de buena calidad (es decir, si la velocidad de propagación es lo bastante elevada).

La Tabla 1 resume los experimentos llevados a cabo por Ronald Jones para estudiar los efectos de la heterogeneidad del hormigón sobre los tiempos de tránsito de los pulsos en diferentes trayectorias de longitudes iguales y las condiciones que permiten asumir que el hormigón se comporta como un medio estadísticamente homogéneo. [121]
Para el agregado grueso de los hormigones investigados por Jones, L_c es igual a 20 mm. Para una frecuencia de 50 kHz, el valor mínimo de $\frac{\lambda}{L_c}$ para las velocidades de propagación que aparecen en la tabla es 4.6, que es de orden numérico superior al de la unidad. [122]

Tabla 1

muestra	Edad del material	Longitud del trayecto (m)	Número de observaciones	Velocidad promedio estadístico (m/s)	Desvío estándar (m/s)	Número de observaciones para obtener un error de 30 m/s con un límite de confianza del 95%
	días					
A	7	0.1	12	4673	88.39	34
A	7	0.2	16	4633	57.91	16
A	7	0.3	12	4673	41.72	11
A	7	0.6	12	4636	33.62	9
A	7	1.2	12	4618	27.43	6
	años					
B	4	0.1	16	5029	67.06	21
B	4	0.2	16	4898	41.72	11
B	4	0.3	16	4873	30.48	7
B	4	0.4	16	4871	24.38	5
B	4	0.9	16	4840	24.38	5

Jones experimentó con cinco muestras de hormigones de 7 días (clase A) y con cinco muestras de hormigones de 4 años (clase B). Las longitudes del trayecto de los pulsos para la clase A aumentó desde 0.1 m a 1.2 m como indica la tabla. Las longitudes del trayecto para la clase B aumentaron desde 0.1 m hasta 0.9 m.
Para ambas clases de cuerpos de prueba, el número de observaciones para obtener un valor medio con un error esperado para el valor medio de 30 m/s para intervalo de confianza del 95% disminuye a medida que la longitud del trayecto aumenta,

[121] R. Jones, Non-Destructive Testing of Concrete, Cambridge University Press, 1965. En este libro se pueden hallar algunos detalles sobre la fabricación de los cuerpos de prueba.

[122] En 1.5 se revisaron los conceptos de orden de magnitud. De lo dicho allí se desprende que el orden numérico de la unidad está caracterizado por el intervalo numérico comprendido entre 0.3 y 3.

drásticamente hasta llegar a 0.3 m y más suavemente para trayectos de longitudes mayores a 0.3 m. Un comportamiento similar presenta el desvío estándar.
Para un trayecto de 0.3 m el número $\frac{L_C}{L}$ resulta inferior a 0.07. Cabe esperar entonces, que, a partir de una longitud mínima de trayecto de los pulsos, el hormigón se comporte como un *medio estadísticamente homogéneo* y que la velocidad de propagación determinada experimentalmente se pueda considerar como la velocidad de propagación de un pulso en ese medio.
Jones observa que para trayectos con longitudes superiores a 0.3 m la importancia de otras fuentes de error aumenta mucho y enmascara posibles efectos debidos a la heterogeneidad del hormigón. Para una misma longitud del trayecto del pulso, los desvíos estándar de la velocidad de propagación respecto de su valor medio son mayores en el hormigón con 7 días de edad que en el hormigón con 4 años. Jones sugiere que esta diferencia se podría explicar por una mayor diferencia entre los módulos de elasticidad de los agregados gruesos y los módulos de elasticidad de los morteros en el caso del hormigón de 7 días respecto de esa misma diferencia para el hormigón de 4 años.

En suma, *cuando la distancia recorrida por el pulso es lo bastante grande respecto de la dimensión característica de las heterogeneidades, el material puede ser considerado como estadísticamente homogéneo y puede ser representado mediante un medio continuo homogéneo equivalente.*

Como sugerencia de índole práctica, a las frecuencias de ensayo comprendidas entre 50 y 100 kHz, si los agregados gruesos poseen diámetros no mayores de 30 mm, el trayecto del pulso de ondas longitudinales no debería ser inferior a 150 mm para que su longitud no influya significativamente sobre la velocidad medida debido a la heterogeneidad del hormigón.

Los pulsos ultrasónicos se introducen en el hormigón mediante un transductor emisor electroacústico (generalmente piezoeléctrico) que vibra amortiguado en su frecuencia de resonancia.
Se encuentra encerrado en una caja cilíndrica (de acero) con un diámetro del mismo orden de magnitud que la longitud de onda que produce el transductor en el material.
Como consecuencia de esto, además de radiar ondas P, radia ondas S y ondas R con intensidades inferiores, pero para nada despreciables cuando se las compara con las intensidades radiadas de las ondas P.
De todas estas ondas reflejándose en interfaces y convirtiendo modos una y otra vez, resulta una multiplicidad de ecos que llegan al emisor desde múltiples direcciones y por lo general dificultan o invalidan el uso del método del pulso-eco tal como se aplica en el ensayo ultrasónico de metales (no obstante, ver el capítulo 6 del presente informe).
Los pulsos ultrasónicos se captan entonces con otro transductor, por lo general igual al transductor emisor, pero operando en sentido inverso.
El método de ensayo que emplea dos transductores se denomina ensayo por transparencia.
La señal eléctrica resultante suele presentar varios patrones oscilatorios sucesivos, correspondientes a pulsos de ondas longitudinales (ondas P), transversales (ondas S) y de superficie (ondas R).

El orden en que se presentan y las amplitudes de estos patrones oscilatorios depende de la ubicación del transductor receptor respecto del emisor y de las características del hormigón ensayado.

La figura 5.1 representa, en forma muy simplificada e idealizada, una situación que puede aparecer en un ensayo ultrasónico.

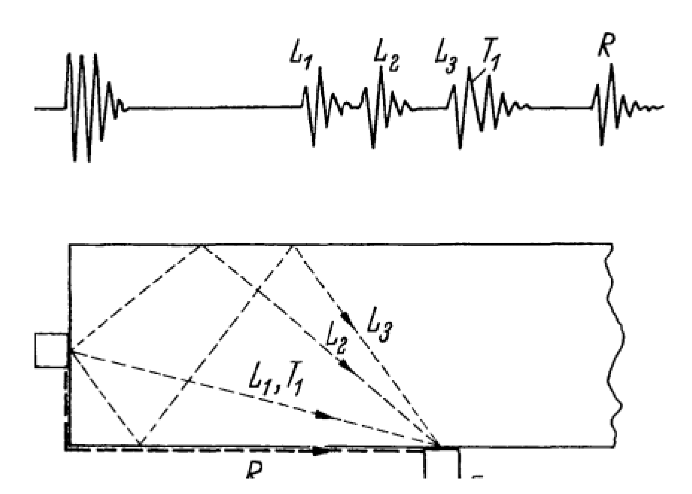


Figura 5.1 (Adaptada de Krautkrämer, Ultrasonic Testing of Materials, Springer, Berlin, 1990)

Muestra debajo una sección transversal de un pilar con una disposición del emisor y del receptor denominada semidirecta. La línea con trazo grueso representa una onda R que viaja por la superficie del material desde el emisor hacia el receptor. Las líneas con trazo fino representan los pulsos que viajan por el interior del material. El pulso de ondas longitudinales L_1 viaja por el segmento de recta que une el emisor con el receptor, los pulsos de ondas longitudinales L_2 y L_3 llegan al receptor luego de haber sido reflejados en la superficie del pilar, el pulso de ondas transversales T_1 también viaja por el segmento de recta que une el emisor con el receptor.

La Figura 5.2 muestra las tres disposiciones del receptor respecto del emisor, utilizadas en la práctica del ensayo ultrasónico de hormigones.

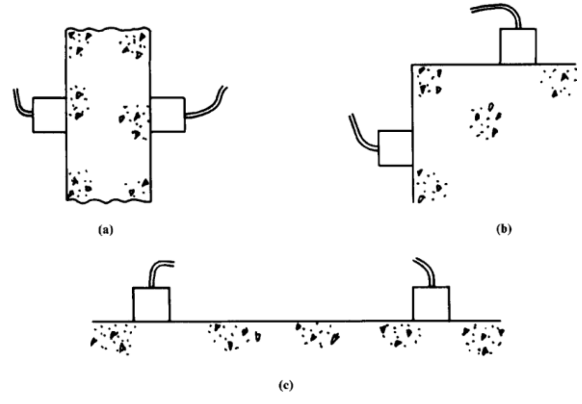


Figura 5.2

La (a) se denomina directa, la (b) semidirecta y la (c) indirecta. Para una misma distancia entre el emisor y el receptor, y si lo que se busca es determinar los tiempos de tránsito de pulsos longitudinales, la disposición directa es la mejor y debería utilizarse siempre que sea posible. La disposición indirecta es la peor para trabajar con pulsos longitudinales,

pero a veces, como en el ensayo de losas de pavimento, puede resultar ineludible. La Figura 5.3 muestra un esquema muy idealizado del ensayo de una losa ubicando los dos transductores sobre la cara superior libre. En este caso, debido a patrón de directividad del emisor, la onda longitudinal directa resulta por lo general más débil que la reflejada en el fondo de la losa. Por este motivo, separando lo suficiente el receptor del emisor, la amplitud del pulso directo puede ser tan pequeña que no pueda ser detectado, mientras que el pulso reflejado sí puede serlo. Posteriormente volveremos sobre este y otros aspectos del ensayo ultrasónico.

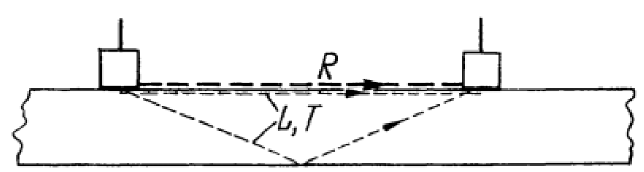


Figura 5.3 (Adaptada de Krautkrämer, Ultrasonic Testing of Materials, Springer, Berlin, 1990)

Supongamos que el primer pulso que se registra en un ensayo ultrasónico de un hormigón es un pulso de ondas longitudinales que ha viajado por el camino más corto entre el emisor y el receptor. Midiendo la duración del intervalo de tiempo T entre el instante en el cual el pulso es emitido y el instante en el cual el pulso es recibido, y midiendo la distancia L entre el emisor y el receptor, la velocidad $c = \frac{L}{T}$ se puede interpretar como igual a c_P . En última instancia, sobre el empleo criterioso de esta suposición se basa el método de ensayo ultrasónico de hormigones por transparencia.

Si bien la llegada de un frente de onda de aceleración no se ve sensiblemente afectada por las propiedades inelásticas del hormigón, la dispersión física asociada a la respuesta elástica diferida contribuye a disipar la energía del pulso, a disminuir su amplitud y a modificar su forma respecto de la forma del pulso inyectado por el emisor.
No obstante, la inelasticidad posee menos importancia, en lo que se refiere a la atenuación y distorsión de los pulsos en la dirección de propagación, que la difusión y difracción de energía elástica debido a la heterogeneidad del hormigón y a los campos de micro fisuras y fisuras.
En suma, los pulsos se alargan al propagarse en el hormigón, sus amplitudes disminuyen y el comienzo de los frentes de onda de aceleración se redondean progresivamente.

Cuando se utilizan equipos que solamente miden tiempos de tránsito y que responden cuando la amplitud de la señal recibida supera un umbral, las modificaciones progresivas que sufre un pulso al atravesar el hormigón tienen como consecuencia una sobreestimación de los tiempos de tránsito: ya sea porque el primer pulso de ondas P que llega se encuentra en su totalidad por debajo del umbral y es otro pulso, que llega posteriormente, el que es detectado, ya sea porque siendo supraumbral el primer pulso de ondas P que llega al receptor, el equipo no detecta en seguida el comienzo de su frente de aceleración por estar redondeado, de modo que se añade un pequeño intervalo de tiempo al tiempo que tarda el frente de aceleración en su viaje desde el emisor. [123]

[123] La velocidad en el hormigón puede disminuir más de 5% al pasar la longitud del trayecto de 3 a 6 m, debido a ese incremento en los tiempos de tránsito medidos.

A fines de la década del setenta, en el Laboratorio de Vibraciones y Ultrasonidos en el cual trabajé, se llevó a cabo un ensayo de laboratorio sobre un bloque cúbico de hormigón, de 1 m de lado, con el fin de medir de medir la profundidad y la inclinación de una fisura de dimensiones e inclinación conocidas, que se había producido exprofeso y se abría en la mitad de una de las caras del bloque.
Al principio utilizamos un equipo portátil inglés para medir tiempos de tránsito que no permite inspeccionar la señal eléctrica generada por el transductor receptor.
Los tiempos de tránsito para las distintas posiciones del emisor y del receptor daba siempre tal que el sentido de inclinación de la fisura era correcto, pero la profundidad que se determinaba era mucho mayor que la real.
Cuando la señal recibida se inspeccionó mediante un osciloscopio, se halló un patrón complejo de oscilaciones consecutivas.
La señal inicial era un pulso de muy baja amplitud respecto de las señales que le seguían. Cuando se tomó el inicio de este pequeño pulso para determinar el tiempo de tránsito y se calculó la profundidad de la fisura, se obtuvo el valor correcto.
En el laboratorio teníamos los planos de los circuitos, suministrados por el fabricante del equipo. Abrimos el equipo y encontramos que el valor de una resistencia no correspondía al valor de resistencia que allí se debía haber puesto, según los planos de los circuitos. La cambiamos y el equipo comenzó a detectar el pulso que antes no detectaba.
En este caso el error en la medición de los tiempos de tránsito, en las condiciones del ensayo, se originó en un error de montaje de los circuitos del equipo.
Pero durante los trabajos de campo en las estructuras de hormigón los tiempos de tránsito que se miden pueden no ser los buscados. La amplitud del pulso de ondas P que presumiblemente viaja atravesando el segmento de recta que une el emisor con el receptor puede resultar por debajo de la amplitud umbral, mientras que la amplitud de un pulso que llega posteriormente puede resultar por encima del umbral. Por este motivo los equipos presentan la posibilidad de conectarse con un osciloscopio auxiliar o tienen incorporado la posibilidad de mostrar en una pantalla una versión digitalizada de la señal.
Si lo único que se dispone es una medida de distancia entre emisor y receptor y una medida de tiempo de tránsito de la perturbación mecánica, lo que con seguridad se determina como cociente de longitud y tiempo es una velocidad aparente de la perturbación en el hormigón. Mientras que algunos tipos de daño alteran efectivamente la velocidad de propagación de los pulsos ultrasónicos, otros tipos de daño pueden incrementar la longitud de la trayectoria real del pulso respecto de la distancia entre emisor y receptor, sin alterar significativamente su velocidad de propagación. [124]
Entonces el tiempo de tránsito en el material fisurado aumentará y la velocidad aparente disminuirá respecto de lo que se obtendría en el material no fisurado.
En todo caso, la exactitud en la determinación de las velocidades aparentes de propagación depende de cuán exacta sea la medición de la distancia (esto depende mucho del operador) y cuán exacta sea la medición de los tiempos de tránsito (esto depende mucho del equipo disponible y del acoplamiento acústico entre los transductores y las superficies de hormigón).

[124] Muchas formas de fisuración son de naturaleza direccional. Su influencia en las mediciones del tiempo de tránsito se verá afectada por su orientación en relación con la trayectoria del pulso.

5.1 Instrumentos para medir el tiempo de tránsito de los pulsos ultrasónicos longitudinales.

El equipo más común para medir tiempos de tránsito de pulsos ultrasónicos consta de un generador de pulsos, un par de transductores reversibles (transmisor y receptor), un amplificador, un circuito de medición de tiempo (por ejemplo, entre 0.1 µs y 9990 µs), una unidad de visualización de tiempo, cables coaxiales de conexión (sin amplificación y preprocesamiento adicionales) y una barra de calibración para el ajuste del cero. Ver la imagen a la izquierda en la Figura 5.4.
La medición de los tiempos de tránsito debe realizarse con una tolerancia del ±1%



Figura 5.4 Dos versiones de un equipo comercial para END ultrasónico de hormigones.

En esa figura se muestra una barra cilíndrica de calibración (tiempo de tránsito 26.3 µs), la unidad central que genera recibe y procesa los pulsos y las carcasas de los transductores (receptor y emisor), dispuestos en forma semi directa sobre un cuerpo de prueba de hormigón y conectados con la unidad central mediante cables coaxiales de 4 m. En la práctica, con las adaptaciones necesarias, se pueden emplear cables de 20 o más metros.

Un esquema con mínimo detalle del equipo se muestra en la Fig. 5.5.

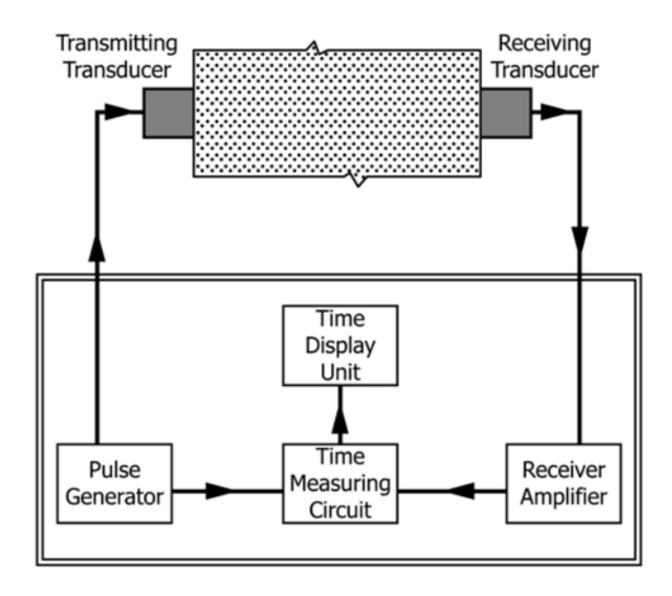


Figura 5.5 (Adaptado de ASTM C587-16, versión 2023)

El generador de pulsos constará de circuitos para generar pulsos de voltaje (rectangulares, mitades de sinusoides, u otras formas) que duran pocos microsegundos (por ejemplo, 2 µs). Se aplican al transductor electroacústico (en este caso un cristal piezoeléctrico o un elemento cerámico ferroeléctrico) a través de un capacitor formado el transductor y el cable coaxial que lo conecta al generador de pulsos. La carga y descarga rápida de este capacitor produce el choque de excitación requerido.
Dentro de ciertos límites, la amplitud del pulso mecánico generado en el transductor es proporcional a la amplitud del pulso de voltaje. Esto implica una mayor potencia mecánica de salida del transductor excitado por un pulso de voltaje de mayor amplitud. La potencia de entrada al material que posea el pulso de ondas longitudinales incide sobre la longitud de penetración de las ondas mecánicas.
Generalmente, en los equipos para trabajos de campo se emplean pulsos de tensión de 500 a 1000 V.
Los pulsos de voltaje se repiten formando un tren a razón de, por ejemplo, una decena de veces por segundo (al menos 3 veces por segundo).
Cada choque eléctrico hace que el transductor se ponga a vibrar a su frecuencia de resonancia, por lo general en el rango de 20 a 100 kHz.
El transductor se encuentra acoplado a un material que disipa la energía mecánica lo bastante rápido como para que el transductor se encuentre en reposo cuando recibe el siguiente choque eléctrico.
Los transductores deben estar alojados, junto con el dispositivo de excitación adyacente y el elemento amortiguador de las vibraciones mecánicas, en un recinto adecuado para su protección. El transductor debe estar fijado junto con el material absorbente de tal forma que el acople acústico entre el transductor y las paredes del recinto sea máximo. [125]
Entre las paredes del reciento y la superficie del hormigón también el acople acústico debe ser máximo.
Si bien la mayoría de las carcasas son cilíndricas, como se ve en la Figura 5.4, para usos especiales se dispone de otro tipo de carcasas. Por ejemplo, adaptadas a receptores que deben acoplarse en superficies muy rugosas.

Se produce un pulso de activación para iniciar el circuito de medición de tiempo. En general el equipo posee varias escalas de medición: por ejemplo 0.1µs, 1 µs y 10 µs

La forma y la amplitud del pulso recibido dependen de tres clases de influencias: las que ocurren antes de que el pulso entre en el hormigón, las que ocurren mientras el pulso atraviesa el hormigón y las que se producen una vez que el pulso ha salido del hormigón. El primer y el tercer grupo involucra el equipo de ensayo.
Del lado del emisor, la frecuencia natural del transductor emisor, la longitud y las características eléctricas del cable de conexión del emisor, la amplitud y tiempo de

---

[125] En el libro de J. Blitz, Fundamentos de los Ultrasonidos, Alhambra, Madrid, 1969, se puede hallar un ejemplo cómo se modifica el coeficiente de transmisión de la intensidad $T_I(f)$ entre un cristal de cuarzo cuya frecuencia de resonancia es 1 MHz, y una pared de acero, primero separados por una capa de 2 µm de espesor y luego separados por una película de agua del mismo espesor.
$T_I(f)$ pasa de un valor extremadamente bajo, 4×10^{-9}, a un valor algo menor pero próximo 0.76 que es el valor que se obtiene cuando la película interpuesta se comporta como si no existiera. Para el cálculo se utiliza la fórmula 2.1.[3 c]. El mismo tipo de consideraciones se pueden hacer en el caso de un transductor para ensayo ultrasónico de hormigón.

ascenso del pulso emitido, y el grado de acoplamiento acústico entre la carcasa del transductor emisor y el hormigón.
Del lado del receptor, el grado de acoplamiento acústico entre la carcasa del transductor receptor y el hormigón, la longitud y las características eléctricas del cable de conexión del receptor, la impedancia de entrada del amplificador.
Las longitudes y el tipo de cable coaxial influyen sobre los pulsos emitidos (incide sobre el tiempo de descarga del transductor emisor, la amplitud y velocidad de ascenso del pulso emitido e introduce un retardo de 0.1 µs cada 20 m) y los pulsos recibidos (influyen sobre la amplitud con la que el pulso proveniente del transductor receptor llega a la etapa de amplificación y sobre el desacople de impedancias con el transductor receptor). Los efectos desfavorables de los cables se pudieron minimizar mejorando el diseño eléctrico de los equipos e introduciendo correcciones.
El principal problema remanente es el acople acústico (sobre todo cuando el objetivo es medir la atenuación de los pulsos que atraviesan el hormigón) puesto que la forma e intensidad de la señal recibida y el tiempo de tránsito medido se ven muy afectados por la calidad del acoplamiento de los transductores a las superficies de hormigón.
Se debe aplicar suficiente agente de acoplamiento (jabón líquido, grasa siliconada, grasa para bombas de agua, láminas de polímero con propiedades específicas para acople acústico u otros agentes de acople) y presión a los transductores para garantizar tiempos de tránsito estables.
Si el acoplamiento es adecuado se puede verificar observando la forma y la magnitud de la señal recibida por el transductor receptor. La forma de la señal recibida debe aproximarse a una sinusoide decreciente con paso del tiempo, una vez pasado el frente del pulso que comienza con pendiente nula.
Se la puede visualizar (y eventualmente caracterizar) mediante salidas a un osciloscopio o una pantalla digitalizada inherente al dispositivo. Ver imagen del equipo a la derecha de la Figura 5.4.

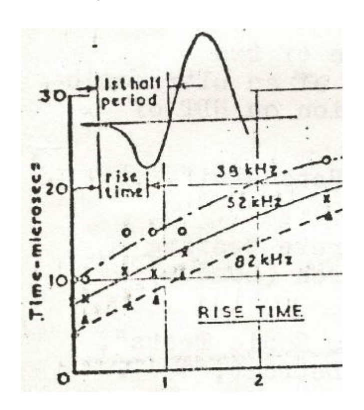
El error en la medición de los tiempos de tránsito t_e debido a la existencia de un umbral de amplitud A_u luego del cual el pulso es detectado, se relaciona con la amplitud A y el tiempo de ascenso t_r hasta el umbral (desde cero hasta la amplitud A) del pulso que llega desde el receptor a la unidad central del equipo, mediante la fórmula: [126]

$$t_e = \frac{t_r}{\pi}\, arccos\left(1 - \frac{2\, A_u}{A}\right) \qquad [1]$$

En la parte izquierda de la Figura 5.6 se puede ver cómo se presenta el inicio de un pulso recibido, superpuesto a una gráfica que muestra el incremento del tiempo de ascenso del pulso hasta el umbral, a medida que aumenta la distancia recorrida en un hormigón, para tres transductores de frecuencias naturales 36 kHz, 52 kHz y 82 kHz.

[126] R. Evelry y D. Vale, Developments in the measurement of ultrasonic pulse velocity in concrete, The Seventh International Conference on Nondestructive Testing of Concrete, Varsovia, 1973.

Las mediciones se hicieron en transmisión directa a través de bloque de hormigón a los 28 días de edad, 203 × 152 mm de sección transversal y longitudes 610 mm, 915 mm, 1220 mm y 2800 mm.



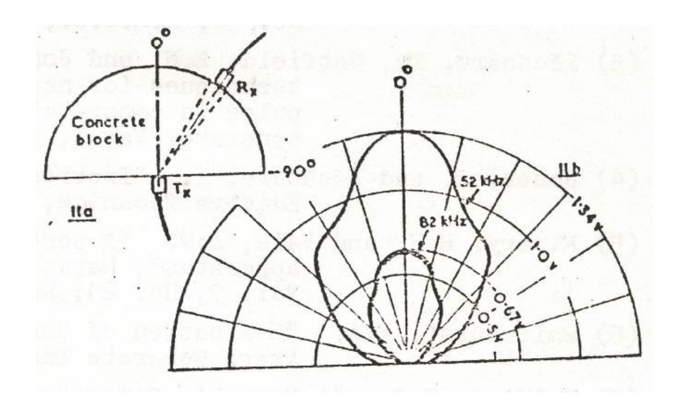


Figura 5.6 (Adaptada de R. Evelry y D. Vale, Developments in the measurement of ultrasonic pulse velocity in concrete, The Seventh International Conference on Nondestructive Testing of Concrete, Varsovia, 1973)

A la derecha de la Figura 5.6 se puede en IIa un corte vertical de un bloque de hormigón endurecido de 300 mm de radio y 150 mm de espesor.
El emisor se ubica en el centro del semicírculo y el receptor se puede ir ubicando sobre la cara curva del bloque, en unos aplanamientos destinados a mejorar el acople acústico, a intervalos angulares de 10^0.
En IIb se graficaron las amplitudes recibidas en función del ángulo formado por el emisor, el receptor y el eje vertical marcado con 0^0, es decir el diagrama polar, en este caso para transductores de frecuencias de resonancia 52 kHz y 82 kHz. Obsérvese en el diagrama polar que las amplitudes de la radiación acústica longitudinal a 90º del eje marcado con 0º no son nulas.

Las características direccionales del patrón de radiación del emisor de pulsos ultrasónicos deben tenerse en cuenta cuando se mide la atenuación de los pulsos en hormigones.
Los diagramas polares experimentales como los que aparecen en la Figura 5.6, suministran información para interpretar las mediciones de atenuación y para aplicar correcciones.
Un ejemplo de esto último es un caso estudiado por Harald Rothig [127] en cuerpos de prueba de hormigón endurecido de 100×150×400 mm, utilizando un emisor de 65 mm de diámetro con una frecuencia de 230 kHz. La velocidad de propagación en el hormigón fue de 4520 m/s.
La atenuación sin corrección fue de 9.96 Np/m mientras que el valor corregido teniendo en cuenta el patrón de radiación, aplicable en ese caso, fue 6.21 Np/m.
Si en vez del patrón direccional se hubiera asumido que las amplitudes disminuyen como en el caso de una onda esférica (fórmula 2.1.[1b]) la corrección habría conducido a una atenuación de 6.04 Np/m.

[127] H. Rothig, Influence of the Radiation Pattern on Ultrasonic Attenuation Measurements of Concrete, Materials Evaluation **32**(4):69-74, 1974.

En suma, al planificar un ensayo ultrasónico se deben tener en cuentan los siguientes factores, que influyen o pueden influir sobre la medida por transparencia de la velocidad de los pulsos: longitud del trayecto del pulso, dimensiones laterales del miembro ensayado, grado de regularidad de la superficie donde se acoplan los transductores, contenido de humedad del hormigón, presencia de armaduras. Son parcialmente independientes de las propiedades del conjunto matriz + agregados del hormigón ensayado.

El efecto de la longitud del trayecto, en la medida en que se relaciona con las consecuencias de las diferencias de velocidad entre los agregados y la pasta de cemento y la atenuación de los pulsos, así como el efecto del grado de regularidad de su superficie sobre el acople acústico, ya han sido considerados. Las influencias del contenido de humedad y de las dimensiones laterales del miembro ensayado serán estudiadas más adelante.

5.2 Velocidades de los pulsos ultrasónicos en los hormigones y sus aplicaciones

Las velocidades de las ondas P (representadas indistintamente por c_L o c_P) y la velocidad de las ondas S (representadas indistintamente por c_T o c_S) para el hormigón considerado como un medio elástico homogéneo equivalente se pueden expresar como funciones de los módulos dinámicos de Young E_d y de Poisson υ_d, y de la densidad ρ por las fórmulas 2.1.[5 a] para las ondas P y 2.1.[5 b] para las ondas S:

$$c_P = M_P \sqrt{\frac{E_d}{\rho}} \quad [2\ a] \qquad M_P(\upsilon_d) = \sqrt{\frac{(1-\upsilon_d)}{(1+\upsilon_d)(1-2\upsilon_d)}} \quad [2\ b]$$

$$c_S = M_S \sqrt{\frac{E_d}{\rho}} \quad [3\ a] \qquad M_S(\upsilon_d) = \sqrt{\frac{1}{2\,(1+\upsilon_d)}} = \sqrt{\frac{(1-2\upsilon_d)}{2(1-\upsilon_d)}}\ M_P(\upsilon_d) \quad [3\ b]$$

En términos de los módulos dinámicos de incompresibilidad K_d y de cizalla G_d: [128]

$$c_P = \sqrt{\frac{K_d + \frac{4}{3}G_d}{\rho}} \quad [4\ a] \qquad c_S = \sqrt{\frac{G_d}{\rho}} \quad [4\ b]$$

Si se determinan las velocidades de las ondas P y S, de las fórmulas [3] y de la densidad del hormigón se obtienen sus módulos dinámicos de incompresibilidad y de cizalla:

$$G_d = \rho\, c_S^2 \quad [5\ a] \qquad K_d = \rho\left(c_P^2 - \frac{4}{3}c_S^2\right) \quad [5\ b]$$

Los módulos dinámicos de Young y de Poisson vienen dados por las fórmulas:

$$E_d = 4\rho\, c_S^2 \left(\frac{\frac{3}{4} - \left(\frac{c_S}{c_P}\right)^2}{1 - \left(\frac{c_S}{c_P}\right)^2}\right) \quad [6\ a] \qquad \upsilon_d = \frac{\frac{1}{2} - \left(\frac{c_S}{c_P}\right)^2}{1 - \left(\frac{c_S}{c_P}\right)^2} \quad [6\ b]$$

A partir de la determinación de la densidad y de las velocidades de las ondas P y S se pueden hallar los módulos dinámicos del hormigón. En principio esto se puede hacer en

[128] Teniendo en cuenta las fórmulas estáticas 1.5. [26] y 1.5.[27] y admitiendo que se aplican para relacionar entre sí los módulos dinámicos. El empleo de los módulos K_d y G_d resulta más convenientes cuando se quiere incorporar las *propiedades inelásticas dinámicas del hormigón*.

estructuras de hormigón sometidas a cargas de servicio, cargas propias y fuerzas externas o internas originadas en diversas restricciones.

Asumiendo que se ha determinado la densidad del hormigón [129] y que la velocidad de las ondas P se ha medido en el hormigón ensayado (utilizando un procedimiento como el resumido previamente), para determinar los módulos de elasticidad dinámicos es necesario añadir la medición de la velocidad de las ondas S.
Esto puede hacerse con los mismos transductores utilizados para medir c_P acoplando la carcasa del transductor con el hormigón mediante un arreglo de tiras de plástico reforzadas con fibras de carbono. [130]

El hormigón es un material compuesto, polifásico y poroso. Los módulos dinámicos de incompresibilidad K_d y de cizalla G_d o los módulos dinámicos de Young E_d y de Poisson υ_d que aparecen en las fórmulas [2] a [6], presuponen un modelo de material homogéneo, monofásico, que se supone es equivalente al hormigón desde el punto de vista del ensayo no destructivo mediante ultrasonidos si se cumplen las restricciones mencionadas al comienzo de este capítulo (sobre las longitudes de trayecto y las longitudes de onda de los pulsos). Puesto que el hormigón está formado por pasta de cemento hidratada, agregados finos y gruesos rodeados por anillos de transición, y presenta un espacio de poros que puede estar parcial o totalmente saturado de agua, para interpretar los resultados de las mediciones de velocidad de los pulsos ultrasónicos se necesita relacionar los módulos de elasticidad del sólido homogéneo equivalente con los módulos de elasticidad de cada uno de los materiales componentes y con la porosidad del material compuesto.

5.2.1 *Algunas correlaciones empíricas entre la velocidad de los pulsos longitudinales y la resistencia a la compresión del hormigón. Promedio temporal de Wyllie.*

La relación entre la resistencia a la compresión y la velocidad de los frentes de ondas P depende de numerosas variables y en consecuencia varía de un hormigón a otro.
Por lo general la velocidad en los agregados es mayor que la velocidad en la pasta de cemento, de modo que utilizando agregados más rígidos o aumentando la proporción de agregados en la mezcla se incrementa la velocidad de propagación de los pulsos en el hormigón resultante, en igualdad de las demás condiciones.
No obstante, la resistencia a la compresión del hormigón depende en forma débil del tipo de agregado y (dentro de ciertos límites y siempre que las demás condiciones no varíen) de la cantidad de agregado respecto de la cantidad de cemento. Entonces para una misma velocidad de pulsos ultrasónicos, un hormigón con un cociente agregado/cemento mayor presenta una resistencia a la compresión menor.
Teniendo en cuenta estas observaciones, Chung y Law desarrollaron un método semi empírico para predecir la resistencia a la compresión del hormigón endurecido mediante

[129] W. Reynolds, S. Wilkinson y D. Spooner, Ultrasonic wave velocity in concrete, Magazine of Concrete Research, 30 (104):139-144, 1978. Estos autores utilizaron la absorción de rayos gamma para medir las densidades de la pasta de cemento, los agregados y el hormigón.

[130] S. Wilkinson y W. Reynolds, The propagation of ultrasonic waves in carbon fibre reinforced plastics, Journal of Physics D: Applied Physics, **7**:50-57, 1974.

una correlación con la velocidad de los pulsos longitudinales en la pasta de cemento, medida indirectamente. [131]

Para relacionar las velocidades de los pulsos en el hormigón con esa velocidad en la pasta de cemento y en los agregados, Cung y Law comenzaron por suponer que el tiempo de tránsito de un pulso ultrasónico longitudinal es la suma de los tiempos de tránsito del pulso en la pasta de cemento y en los agregados finos y gruesos que encuentra en su camino.

Si L es la longitud del trayecto y c es la velocidad promedio con la cual el pulso atraviesa el hormigón, L_p es la longitud del trayecto y c_p es la velocidad en la pasta, L_{af} la longitud del trayecto y c_{af} es la velocidad en el agregado fino y L_{ag} es la longitud del trayecto y c_{ag} es la velocidad en el agregado grueso:

$$\frac{L}{c} = \frac{L_p}{c_p} + \frac{L_{af}}{c_{af}} + \frac{L_{ag}}{c_{ag}} \qquad [7]$$

En esta ecuación $L = L_p + L_{af} + L_{ag}$.

Además, estos autores asumieron las siguientes relaciones entre las longitudes del trayecto en los agregados, la longitud del trayecto en la pasta de cemento y las proporciones de agregados A_{af} y A_{ag} en la mezcla:

$$L_{af} = k\, A_{af}\, L_p \qquad [8\ a] \qquad\qquad L_{ag} = k\, A_{ag}\, L_p \qquad [8\ b]$$

La constante k sin dimensiones fue determinada experimentalmente y resultó igual a 0.3.

A partir de [7] y [8] se desprende, teniendo en cuenta que $L = L_p\left(1 + k\, A_{af} + k\, A_{ag}\right)$:

$$c_p = \frac{1}{\frac{1+k\, A_{af}+k\, A_{ag}}{c} - \frac{k\, A_{af}}{c_{af}} - \frac{k\, A_{ag}}{c_{ag}}} \qquad [9]$$

Si se mide la velocidad de propagación de los pulsos ultrasónicos en el hormigón ensayado y se conoce o se mide la velocidad de los pulsos en los agregados finos y gruesos, la fórmula [9] permite estimar la velocidad de propagación en la pasta de cemento.

Se hicieron prismas de hormigón de 150×150×750 mm de hormigones con diferentes composiciones con agregados de granito.

Un primer grupo de estos cuerpos de prueba se ensayaron mediante ultrasonidos a los 28 días y se les hizo un ensayo de resistencia a la compresión utilizando el denominado método del cubo modificado y corrigiendo los resultados para obtener una estimación de la resistencia que se hubiera obtenido ensayando cilindros de 150×300 mm.

Un segundo grupo se ensayó a los 90 días y se midió la resistencia igual que como se hizo en el primer grupo.

Los resultados de resistencia a la compresión versus velocidad de los pulsos ultrasónicos en la pasta de cemento se graficaron en la Figura 5.7.

Se utilizó una fórmula empírica del tipo:

$$R_c = A\, exp\left[B\, c_p\right] \qquad [10]$$

Los parámetros de la fórmula se ajustaron a los valores medidos con un coeficiente de correlación 0.98 (muy significativo).

---

[131] H. Chung y S. Law, Diagnosing in situ concrete by ultrasonic pulse technique, Concrete International, **5**(10):42-49, 1983.

Además de los ensayos en cuerpos de prueba en el laboratorio, los autores realizaron ensayos de campo en estructuras existentes.
Midieron la velocidad de pulsos ultrasónicos in situ y extrajeron testigos para ensayos de resistencia.
Aplicaron la fórmula [10] con los parámetros A y B ajustados a los resultados experimentales, como aparecen en la Figura 5.7, para hallar la resistencia predicha: esta última presentó menos de un 20% de error respecto del valor experimental.

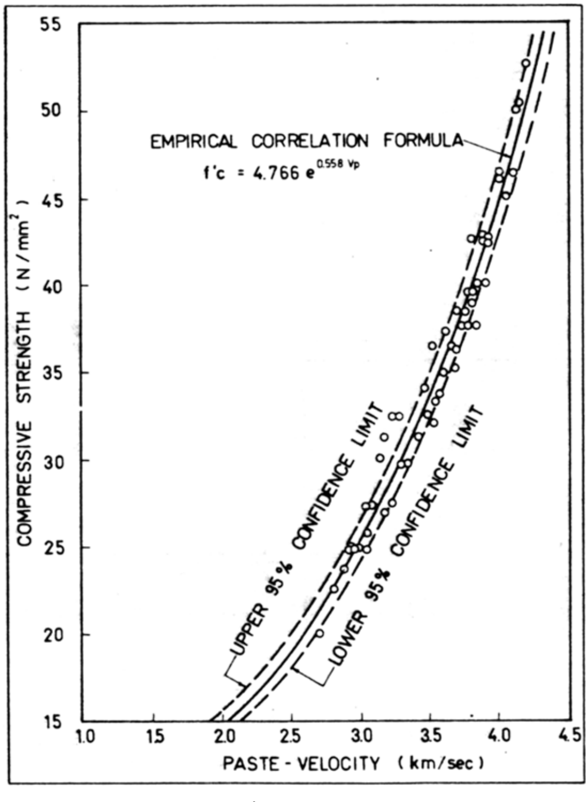


Figura 5.7

Consideremos ahora un trabajo que se propuso construir un predictor de la resistencia a los 28 días a partir de medidas de asentamiento en el cono de Abrams y la determinación de las velocidades de los pulsos ultrasónicos al primer y segundo día de mezclado. [132]
El motivo de esta investigación, llevada a cabo en el laboratorio de vibraciones y ultrasonidos en el cual trabajé entre 1975 y 1984, fue aportar información útil para detectar fallas en la producción de hormigón lo antes que resultara posible.
Se prepararon 18 probetas con 6 variantes de las dosificaciones usuales para pavimentos. Se descartaron 4 de ellas por defectos en el llenado de los moldes o porque su modalidad de rotura se apartó de lo normal.
Se ensayaron 14 probetas y se ajustaron los parámetros de la fórmula:

$$R_c = a + b\,A + c\,V_1 + d\left(\frac{V_2 - V_1}{V_1}\right) + e \qquad [11]$$

A es el asentamiento. V_1 y V_2 son las velocidades del ultrasonido al primer y segundo día, respectivamente.

[132] C. von Zaltzman, L. Gianattasio, A. Moreno, P. Acerenza, M. Michelena, A. Romanelli y G. Laborde, Predicción de la resistencia del hormigón a los 28 días en base a ensayos no destructivos a los 1 y 2 días, Revista de Ingenería, **37**:49-50, 1981.

Para la resistencia en kgf/ cm^2 y las velocidades expresadas en m/s, obtenidas con transductores de 54 kHz se obtuvo:

a= -352 b= -14.6 c=0.1008 d=27.3

El error e en la predicción de la resistencia resultó comprendido entre -15 y 15 kgf/cm^2.
Se observa el fuerte coeficiente negativo correspondiente a la influencia del asentamiento, el fuerte coeficiente positivo del incremento relativo en la velocidad de los pulsos entre el primer y el segundo día, y el débil coeficiente positivo correspondiente a la velocidad en el primer día.
Las resistencias medidas tuvieron valores comprendidos entre 190 y 304 kgf/cm^2.
El coeficiente de correlación para la fórmula [11] ajustada a los datos experimentales fue de 0.97.

En suma, el método de los tiempos de tránsito puede ser aplicado para estimar la resistencia en hormigones de dosificación y condiciones de puesta en obra bien conocidas para los cuales la correlación entre resistencia, la velocidad de propagación y otras variables (como asentamiento en cono de Abrams) se haya establecido previamente en forma experimental.

Retomemos ahora la suposición de que el tiempo de tránsito de un pulso ultrasónico longitudinal en un medio compuesto como el hormigón es la suma de los tiempos de tránsito del pulso en los componentes (pasta de cemento y agregados finos y gruesos) que encuentra en su camino.
La ubicación de las partículas de agregado en la matriz de pasta de cemento es irregular, pero en general no arracimada.

Entonces se pueden aproximar los cocientes $\frac{L_p}{L}$, $\frac{L_{af}}{L}$ y $\frac{L_{ag}}{L}$ por, respectivamente, las fracciones de volumen de la matriz de cemento (incluyendo el volumen de poros) ϕ_p , de agregado fino ϕ_{af} y de agregado grueso ϕ_{ag} .

Como consecuencia la fórmula [7] se puede reescribir así:

$$\frac{1}{c} = \frac{\phi_p}{c_p} + \frac{\phi_{af}}{c_{af}} + \frac{\phi_{ag}}{c_{ag}} \qquad (\phi_p + \phi_{af} + \phi_{ag} = 1) \qquad [12]$$

La aproximación al tiempo de tránsito de un pulso de ondas longitudinales en un medio compuesto, mediante un promedio de los tiempos de tránsito en los componentes, empleando las fracciones de volumen como pesos al promediar, se conoce en geofísica como *promedio temporal de Wyllie*. [133]
De la fórmula [12], suma de términos no negativos, se desprende que, si una de las velocidades de los componentes del hormigón aumenta, disminuye la suma y en consecuencia la velocidad de propagación promedio *c* con la cual el pulso atraviesa el hormigón debe aumentar.

La comparación de las predicciones deducidas del promedio temporal de Wyllie con los resultados experimentales, muestran que en general este promedio subestima las velocidades de propagación de los pulsos de ondas P.

---

[133] M. Wyllie, A. Gregory y G. Gardner, Elastic wave velocities in heterogeneous and porous media, Geophysics, **21**:41–70, 1956.

El módulo de cizalla G_f de un fluido (agua o aire) es nulo, por lo cual la velocidad de propagación de las ondas S en un fluido, dada por la fórmula [4 b], es nula. Entonces este tipo de promedio temporal no resulta aplicable a la propagación de pulsos ultrasónicos cuando una parte del trayecto se supone que se produce indefectiblemente en aire o agua.

5.2.2 *Módulos dinámicos y velocidades de propagación en materiales compuestos. Velocidades de propagación en hormigones. Evaluación estadística de uniformidad del hormigón en las estructuras. Influencia de la temperatura ambiente sobre la velocidad de propagación.*

El promedio temporal de Wyllie corresponde a lo que en la teoría elemental de materiales compuestos se conoce como un modelo del tipo de Reuss cuando se aplica para calcular un módulo de elasticidad de un material compuesto en función de los módulos de elasticidad de las fases componentes y de sus fracciones de volumen.
Mientras que en el modelo de Reuss se supone que las fases componentes se disponen en serie y se impone una condición de igual estado de esfuerzos en todas las fases, en el modelo de Voigt se supone que las fases se ubican en paralelo y se impone una condición de igual estado de deformaciones en todas las fases.
Mientras que el modelo de Reuss tiende a subestimar los módulos de elasticidad de los materiales compuestos, el modelo de Voigt tiende a sobrestimarlos.
Si se trata de un material compuesto en el cual hay inclusiones rígidas embebidas en una matriz más blanda, como es el caso del hormigón, la diferencia entre los módulos que predicen los modelos de Reuss y de Voigt es demasiado grande, por lo cual se han propuesto modelos como el de Teddy Hirsch para el módulo de Young, que combina los modelos de Reuss y de Voigt utilizando un módulo para los agregados, un módulo para la matriz de cemento, las fracciones de volumen de los agregados y de la matriz, y una constante empírica. [134]

El efecto de la fracción de poros sobre la velocidad de propagación de los pulsos ultrasónicos longitudinales y transversales se puede estudiar utilizando marcos teóricos en varios niveles de profundidad.

Un primer nivel plantea un medio elástico efectivo, formado por una matriz sólida en la que se halla embebida una estructura de poros.
Calculando los módulos de incompresibilidad y de cizalla efectivos en el límite de frecuencias muy bajas donde se puede suponer que una teoría elastoestática resulte aplicable.
Luego se la puede extrapolar a frecuencias más elevadas, en términos de módulos dinámicos.
El modelo poro elástico de Gassmann para las rocas saturadas por un fluido es un ejemplo de este tipo de abordaje que resulta aplicable al hormigón. [135]

---

[134] T. Hirsch, Modulus of Elasticity of Concrete Affected by Elastic Moduli of Cement Paste Matrix and Aggregate, ACI Journal Proceedings, 59(3):427-452, 1962.

[135] F. Gassmann, Sobre la elasticidad de los medios porosos (Uber die Elasticität Poröser Medien), Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich, 96:1–23, 1951.

Para el hormigón se obtiene una fórmula para el módulo de incompresibilidad $K_h(\phi_{pof})$en función de la fracción ϕ_{pof} de poros saturados con agua:

$$K_h(\phi_{pof}) = \frac{\left(\frac{1}{K_f}-\frac{1}{K_m}\right)\phi_{pof}+\left(\frac{1}{K_s}-\frac{1}{K_m}\right)}{\frac{1}{K_m}\left(\frac{1}{K_f}-\frac{1}{K_m}\right)\phi_{pof}+\frac{1}{K_s}\left(\frac{1}{K_s}-\frac{1}{K_m}\right)} \qquad [13]$$

Cuando el hormigón está completamente seco, $K_h(\phi_{pof} = 0) = K_s$ es el módulo que tiene en cuenta el efecto de los poros, mientras que $K_m(> K_s)$ es el módulo de la matriz si los poros no existieran.

Por su parte K_f es el módulo de incompresibilidad del agua.

Según el modelo de Gassmann, en todos los casos $K_h(\phi_{pof})$ aumenta cuando ϕ_{pof} aumenta.

Como el módulo de cizalla del agua es nulo, el módulo de cizalla poro elástico del hormigón húmedo $G_h(\phi_{pof})$ se puede considerar igual al módulo de cizalla poro elástico G_s del hormigón completamente seco.

Este módulo poro elástico no se altera al aumentar la fracción de poros saturados de agua.

El modelo incluye la hipótesis de que la presión del fluido en los poros es uniforme a través de toda la roca, cosa que puede admitirse para ondas de frecuencias lo bastante bajas.

A frecuencias ultrasónicas el pasaje del pulso involucra un flujo de agua a pequeñas escalas espaciales, en poros individuales y en micro fisuras. [136]

Una aproximación diferente a la de Gassmann es la iniciada por van der Poel. [137]

Los agregados se representan por esferas elásticas dispersadas en un medio de menor rigidez.

El modelo corregido de van der Poel se puede utilizar para obtener los módulos de elasticidad del medio homogéneo equivalente al hormigón, al igual que fórmulas para las velocidades de propagación de las ondas P (longitudinales) y S (transversales).

La velocidad de las ondas longitudinales resulta un poco mayor pero próxima a la velocidad que se obtiene a partir del promedio temporal de Wyllie.

Boucher desarrolló un modelo cuasi estático para el medio equivalente a un material compuesto en el cual los módulos de incompresibilidad y de cizalla aparecen acoplados a través de un sistema de ecuaciones diferenciales cuya variable independiente es la concentración de las inclusiones. [138]

En una investigación experimental sobre los módulos elásticos de los morteros, considerados como un material compuesto de tipo poroso-granular, se compararon varios

---

[136] G. Mavko y D. Jizba, Estimating grain-scale fluid effects on velocity dispersion in rocks, Geophysics,56,1940 – 1949, 1991; G. Mavko, T. Mukerji y J. Dvorkin, The Rock Physics Handbook, Cambridge University Press, Cambridge, 1998, páginas 186-189.

[137] J. Smith, Correction and extension of van der Poel´s method for calculating the shear modulus of a particulate composite, Journal of Research of the National Bureau of Standards, A. Physics and Chemistry, 78 **A** (3):355-361, 1974.

[138] S. Boucher, On the effective moduli of isotropic two-phase elastic composites, Composite Materials, 8:82-89, 1974; S. Boucher, Effective moduli of quasi-homogenous quasi-isotropic composite materials composed of elastic inclusions in an elastic matrix. (i) Case of infinitesimal concentrations of inclusions. (ii) Case of finite concentrations of inclusions. Revue Mécanique, 22, 1976.

modelos de propiedades mecánicas de materiales compuestos, considerados como medios homogéneos equivalentes. [139]
Los autores concluyeron que el modelo dinámico de Kuster y Toksöz describía mejor los resultados de su investigación. [140]
Cuando la rigidez de las inclusiones es mayor que la de la matriz que las incluye, la forma exacta de las inclusiones influye débilmente sobre los módulos de elasticidad del material compuesto. [141]
Para un mortero las inclusiones se pueden aproximar mediante esferas.
En ese caso la Figura 5.8 muestra las predicciones de la teoría de Kuster y Toksöz para las velocidades de los pulsos de ondas longitudinales y transversales en mortero.
Los resultados de la teoría se ajustan bien a los resultados experimentales para ambas velocidades.
Las curvas situadas por encima y por debajo de la curva del modelo de Kuster y Toksöz son las predicciones que para el caso considerado se desprenden de los modelos de Voigt y de Reuss.
Para ambas velocidades, los datos experimentales se disponen más próximos a lo que predice el modelo de Reuss (o al promedio temporal de Wyllie).

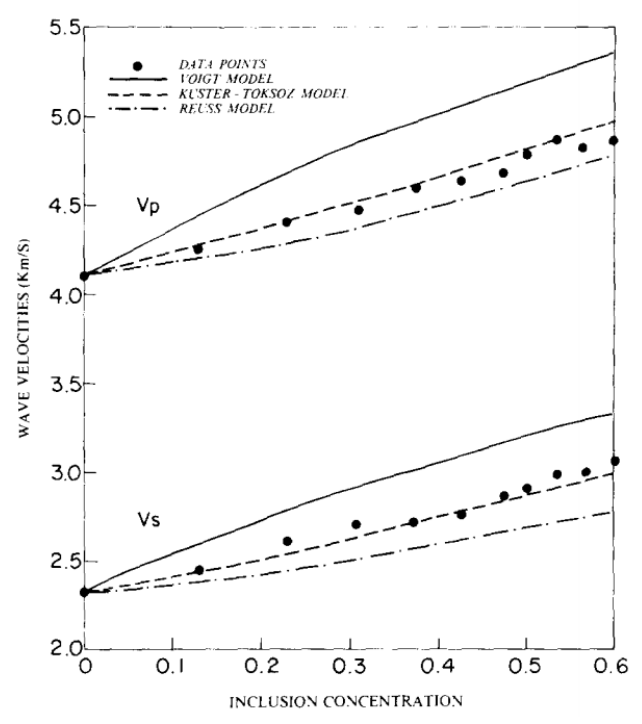


Figura 5.8 (Adaptado de R. Zimmerman, M. King y P. Monteiro, The elastic moduli of mortar as a porous granular material, Cement and Concrete Research, **16:**239-245, 1986.)

[139] R. Zimmerman, M. King y P. Monteiro, The elastic moduli of mortar as a porous granular material, Cement and Concrete Research, **16:**239-245, 1986.

[140] G. Kuster y M. Toksöz, Velocity and attenuation of seismic waves in two-phase media: Part I. Theoretical formulation, Geophysics, **39** (5):587-606, 1967.

[141] T. Chow**,** Elastic moduli of filled polymers: The effect of particle shape *J. Appl. Phys.* **48**:4072–4075, 1977.

Se puede aplicar la teoría de Kuster y Toköz a un medio compuesto que posee una población de defectos de divesos tamaños, desde poros a micro fisuras, pero las ecuaciones resultantes son complicadas. [142]

Una forma de evitar estas complicaciones es incluir la porosidad en la matriz del medio compuesto. En ese caso los módulos de elasticidad de la matriz van a depender de la porosidad.

La Figura 5.9 muestra la relación entre la porosidad y las velocidades de los pulsos de ondas P y S en la pasta de cemento, medidas y predichas por el modelo.

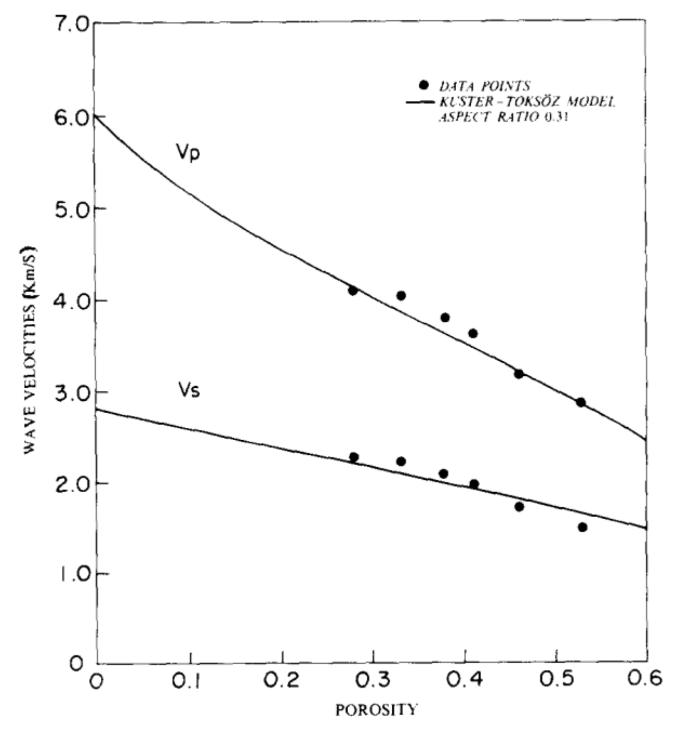


Figura 5.9 (Adaptado de R. Zimmerman, M. King y P. Monteiro, The elastic moduli of mortar as a porous granular material, Cement and Concrete Research, **16:**239-245, 1986.)

[142] El modelo de Kuster y Toksöz parte de analizar el proceso de difusión de ondas elásticas que se propagan a través de una matriz en la que se encuentra embebida una población de inclusiones con forma de esferoides oblados. La población se caracteriza por un "espectro" de cocientes de aspecto α (entre el lado menor y el mayor) $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots \alpha_N\}$. Cuando $\alpha = 1$ se trata de un poro esférico. Cuando α es muy pequeño representa una micro fisura. La suma de las fracciones de volumen $\phi(\alpha_j)$ para cada tipo de inclusión da la fracción de volumen total del agregados o defectos en el medio compuesto $\phi_a = \sum_{j=1}^{N} \phi(\alpha_j)$. Para los módulos de incompresibilidad K_c y de cizalla G_c del medio compuesto se obtienen las fórmulas siguientes, en términos de valores promedio representativos de los módulos de las fases componentes, las fracciones de volumen de poros o micro fisuras y de dos funciones $T_K(\alpha_j)$ y $T_G(\alpha_j)$ del espectro de cocientes de aspecto: $\frac{K_c-K_p}{3K_c+4G_p} = \frac{(K_a-K_p)}{3K_p+4G_p} \frac{1}{3} \sum_{j=1}^{N} \phi(\alpha_j)\, T_K(\alpha_j)$

$$\frac{G_c - G_p}{(K_p + 2G_p)\, 6\, G_c + G_p(9\, K_p + 8G_p)} = \frac{(G_a - G_p)}{25\, G_p(3K_p + 4G_p)} \sum_{j=1}^{N} \phi(\alpha_j) \left(T_G(\alpha_j) - \frac{1}{3} T_K(\alpha_j)\right)$$

En forma independiente de las anteriores consideraciones, la densidad del hormigón se puede expresar siempre en función de las densidades y fracciones de volumen de sus componentes:

$$\rho = \phi_{ag}\,\rho_{ag} + \phi_{af}\,\rho_{af} + \phi_p\,\rho_p \qquad [14\ a]$$

En [14 a] aparecen las fracciones de volumen de la matriz de cemento (incluyendo el volumen de poros) ϕ_p , de agregado fino ϕ_{af} y de agregado grueso ϕ_{ag} cuya suma verifica la ecuación: $\phi_p + \phi_{af} + \phi_{ag} = 1$

En la fórmula [14 a] la densidad de la pasta de cemento porosa ρ_p se expresa en términos de la densidad de la matriz sólida ρ_{pm} , de la densidad ρ_f del agua y de la densidad del aire ρ_a en los poros: $\rho_p = (1 - \phi_{po})\,\rho_{pm} + \phi_{pof}\rho_f + \phi_{poa}\rho_a$ [14 b]

En [14 b] se puede despreciar el aporte de los poros secos, de modo que

$$\rho_p = (1 - \phi_{po})\,\rho_{pm} + \phi_{pof}\rho_f \qquad [14\ c]$$

Para un hormigón dado sobre el cual se efectúan varios ensayos ultrasónicos, supondremos que la porosidad total $\phi_{po} = \phi_{pof} + \phi_{poa}$ (poros secos y poros saturados de agua) permanece constante, pero que la fracción de poros saturados de humedad ϕ_{pof} puede variar cuando el hormigón intercambia agua con su ambiente. [143]

Entonces las fórmulas [4 a] y [4 b] se puede reescribir en términos de los módulos dinámicos y de la densidad del hormigón, en función de la fracción de poros ϕ_{pof} saturados con agua, siendo $\rho_p(\phi_{pof}) = (1 - \phi_{po})\,\rho_{pm} + \phi_{pof}\rho_f$:

$$c_P(\phi_{pof}) = \sqrt{\frac{K_{d,h}(\phi_{pof}) + \frac{4}{3}G_{d,s}}{\phi_{ag}\,\rho_{ag} + \phi_{af}\,\rho_{af} + \phi_p\rho_p(\phi_{pof})}} \qquad [15]$$

$$c_S(\phi_{pof}) = \sqrt{\frac{G_{d,s}}{\phi_{ag}\,\rho_{ag} + \phi_{af}\,\rho_{af} + \phi_p\rho_p(\phi_{pof})}} \qquad [16]$$

En la fórmula [15] el módulo de incompresibilidad dinámico húmedo se representa como función de la fracción de poros saturados con agua, $K_{d,h}(\phi_{pof})$.

El módulo de incompresibilidad del hormigón completamente seco $K_{d,s}$ es el caso límite: $K_{d,s} = K_{d,h}(\phi_{pof} = 0)$

Nuevamente, al igual que en el modelo poro elástico estático de Gassmann, como el módulo de cizalla del agua es nulo, el módulo de cizalla dinámico del hormigón húmedo $G_{d,h}(\phi_{pof})$ se puede considerar igual al módulo de cizalla dinámico $G_{d,s}$ del hormigón completamente seco, como aparece en la fórmula [16]. Este módulo dinámico no se altera al aumentar la fracción de poros saturados de agua.

El aumento en la fracción de poros húmedos aumenta la densidad tanto más cuanto mayor es la porosidad total del hormigón, pero es un aumento no muy importante debido a que

[143] La porosidad de la pasta de cemento se puede estimar a partir de la diferencia de densidad entre el material saturado de agua y la densidad del material secado en un horno.

el aporte de las densidades de los agregados y de la matriz de cemento permanecen constantes y son mayoritarios.

Como el módulo de cizalla es el mismo independientemente del grado de humedad del hormigón, cabe esperar que un incremento en ϕ_{pof} se acompañe de una ligera disminución en la velocidad $c_S(\phi_{pof})$.

Cuando, como en el hormigón, la población de defectos incluye mayoritariamente poros achatados y micro fisuras, el módulo de incompresibilidad $K_{d,h}(\phi_{pof})$ aumenta cuando ϕ_{pof} aumenta. [144]
Este aumento domina al incremento en la densidad, por lo cual $c_P(\phi_{pof})$ aumenta cuando la fracción de poros saturados con agua aumenta, y ese aumento es tanto más significativo cuanto mayor sea la porosidad total del hormigón.

La Figura 5.10 muestra en ordenadas el incremento en % de la velocidad de propagación de los pulsos longitudinales en función del incremento en el contenido de humedad. Estos valores se obtuvieron en ensayos de laboratorio en cuerpos de prueba con dosificaciones correspondientes a los hormigones estructurales comunes. A medida que el porcentaje de humedad aumenta, la variación relativa de la velocidad es siempre positiva, pero se hace menor.

Al pasar de un hormigón seco a uno saturado de humedad la velocidad de los pulsos longitudinales puede incrementarse en aproximadamente un 2%.

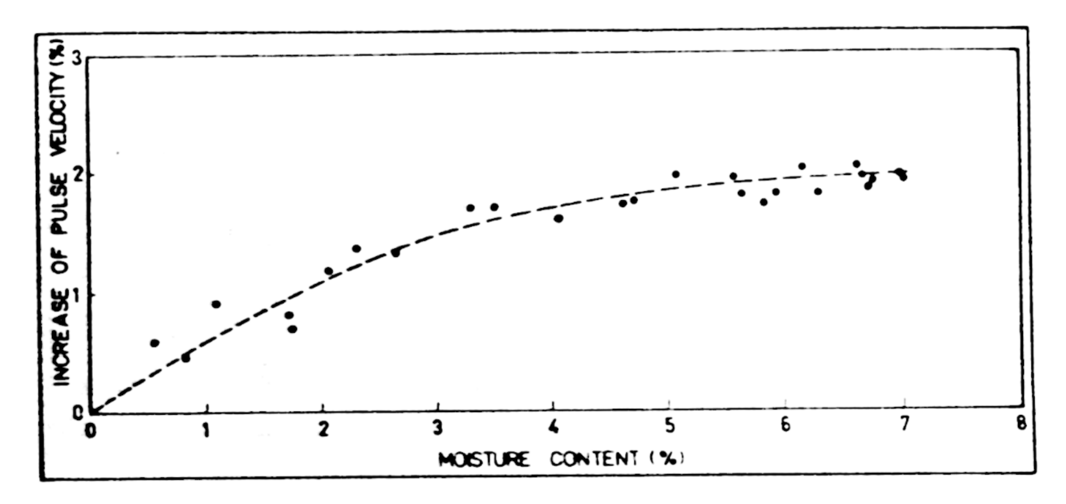


Figura 5.10 (Adaptado de H. Chung y S. Law, Diagnosing in situ concrete by ultrasonic pulse technique, Concrete International, **5**(10):42-49, 1983.)

[144] En un material compuesto exclusivamente por una población de poros perfectamente esféricos, las velocidades pueden aumentar cuando se pasa del material con poros saturados de agua al material con poros completamente secos. Si bien los módulos de elasticidad (rigidez) del material húmedo son mayores que esos mismos módulos para el material seco, la disminución de la densidad del material al secarse puede dominar sobre el efecto de la modificación de los módulos de rigidez. Puede verse el desarrollo de este tema en G. Kuster y M. Toksöz, Velocity and attenuation of seismic waves in two-phase media: Part I. Theoretical formulation, Geophysics, **39** (5):587-606, 1967.

En suma, en igualdad de las demás condiciones, la velocidad de propagación de los pulsos longitudinales en un hormigón seco resulta menor que la velocidad de propagación en un hormigón húmedo, y esta diferencia aumenta con el incremento la fracción de poros saturados de agua ϕ_{pof}. *La velocidad de las ondas transversales depende débilmente del grado de humedad del hormigón.*

La variación en las propiedades mecánicas de un hormigón por lo general se evidencia a través de modificaciones en la velocidad de propagación de los pulsos ultrasónicos longitudinales. La Figura 5.11 presenta los resultados de tres ensayos, graficados como histogramas a partir de tres muestras de valores de velocidad tomadas en tres hormigones endurecidos de diferente calidad.

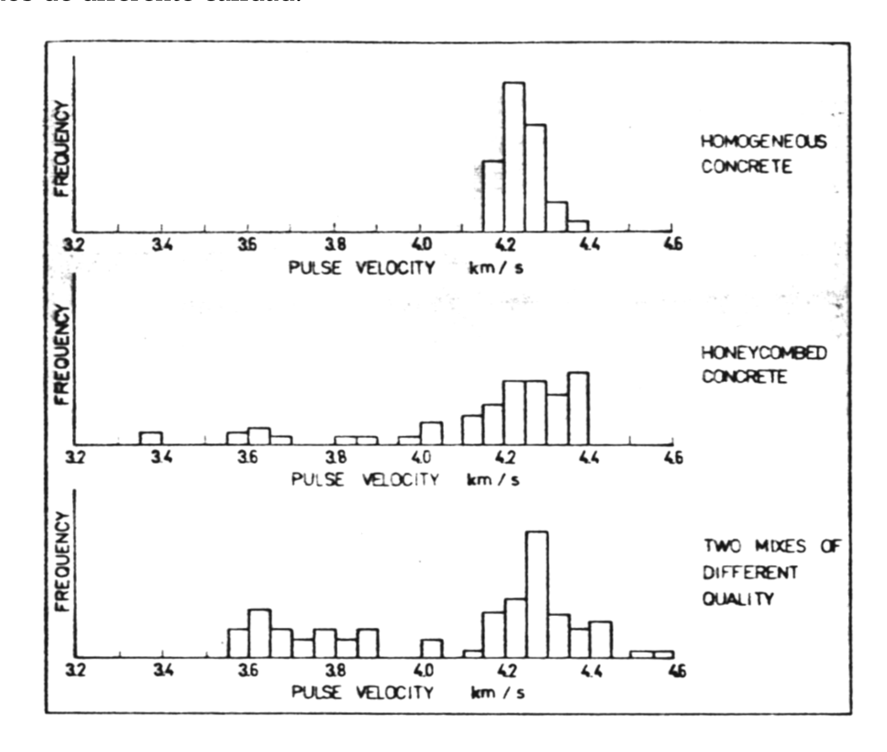


Figura 5.11 (Adaptado de H. Chung y S. Law, Diagnosing in situ concrete by ultrasonic pulse technique, Concrete International, **5**(10):42-49, 1983.)

Las mediciones se hacen con el emisor y el receptor dispuestos en forma directa (Figura 5.2) preferiblemente en una grilla de puntos de medición uniformemente repartidos para abarcar lo mejor que sea posible el volumen de hormigón ensayado.
En las abscisas del histograma se ubican las velocidades medidas repartidas en intervalos y en ordenadas las frecuencias con las que aparecen esas velocidades.

El histograma que aparece arriba corresponde a un hormigón homogéneo. Presenta una distribución muestral unimodal bastante simétrica, cuyo coeficiente de variación está por debajo del 3%.
El histograma que aparece en el medio corresponde a un hormigón con segregación en panal de abejas. Presenta una distribución unimodal muy asimétrica y con un coeficiente de variación que supera el 5%.
El histograma que aparece abajo corresponde a un hormigón compuesto por dos mezclas de diferentes calidades. Presenta una distribución bimodal característica.

En suma, el examen de la distribución muestral de velocidades de pulsos ultrasónicos aporta información sobre la uniformidad de un hormigón. Distribuciones muestrales con coeficientes de variación superiores al 3% deberían alertar sobre posible no uniformidad y sobre la conveniencia de investigar la situación más a fondo.

Cuando la estructura cuyo estado se desea evaluar mediante un ensayo ultrasónico es de grandes dimensiones, un ensayo ultrasónico detallado puede demandar un intervalo de tiempo demasiado extenso. En ese caso se puede hacer una inspección preliminar de la totalidad de la estructura para identificar los sitios donde es necesario efectuar estudios más detallados.
Un ejemplo de este tipo de estudio es la inspección ultrasónica del Estadio Centenario que los integrantes del Laboratorio de Vibraciones y Ultrasonidos en el cual trabajé llevaron a cabo en 1982 a solicitud de la Comisión Administradora del Field Oficial (CAFO). [145]
En este estadio de futbol se jugó el primer campeonato mundial de futbol, en 1930.
Al momento del estudio de la estructura esta tenía más de cincuenta años de construida.
Luego de una inspección visual exhaustiva, se midió la velocidad de propagación en lugares seleccionados de la estructura mediante una disposición directa de transductores de 54 kHz y de 84 kHz.
En promedio la velocidad de los pulsos ultrasónicos medida fue de 4200 m/s con un coeficiente de variación inferior al 3%. Este resultado se asocia, en general, con un hormigón de buena calidad.
Se utilizó una disposición indirecta para estimar la profundidad de fisuras, utilizando un procedimiento cuyos fundamentos físicos se verán en 5.2.3.

Además de su aplicación para estudiar el estado de estructuras de hormigón endurecido, el método del tiempo de tránsito de los pulsos ultrasónicos se puede utilizar para monitorear cambios en la estructura interna de pastas de cemento, morteros y hormigones, midiendo repetidas veces el mismo espécimen (un cuerpo de prueba o un miembro estructural de características apropiadas).
En particular, el método de la medición de las velocidades de los pulsos ultrasónicos se presta para determinar cómo varía la velocidad de fraguado con el tipo de cemento y los aditivos que se planea utilizar para un proyecto.
Whitehurst y Cheesman [146] ensayaron prismas de hormigón de 102×102×406 mm utilizando varios tipos de cemento.
Los hormigones utilizados tenían asentamientos muy pequeños. Una vez colocados en los moldes las placas en los extremos se removieron y se comenzó una serie de medidas del tiempo de tránsito.

---

[145] Inspección Ultrasónica de la Estructura de Hormigón del Estadio Centenario, Informe Técnico, Laboratorio de Vibraciones y Ultrasonidos, Facultad de Humanidades y Ciencias, Universidad de la República, 1982.

[146] E. Whitehurst, The Soniscope a Device for Field Testing of Concrete, Proc. ASTM, **51**(2):105-115, 1951. W. Cheesman, Dynamic testing of concrete with the soniscope apparatus, Proc. Highway Res. Board, **29**, 176 -183, 1949.

Las velocidades iniciales fueron del orden de los 1200 m/s. Luego de 8 o 10 horas en los experimentos de Whitehurst y luego de unas 15 horas en los experimentos de Cheesman, las velocidades estaban próximas a los 3500 m/s.

En suma, durante las primeras etapas del fraguado (las 36 primeras horas luego de añadida el agua a la mezcla de hormigón o mortero) la velocidad de los pulsos ultrasónicos aumenta muy rápido durante las primeras diez a veinte horas, dependiendo de las propiedades de la mezcla y las condiciones de curado, para luego aumentar más lentamente, como muestra la Figura 5.12.

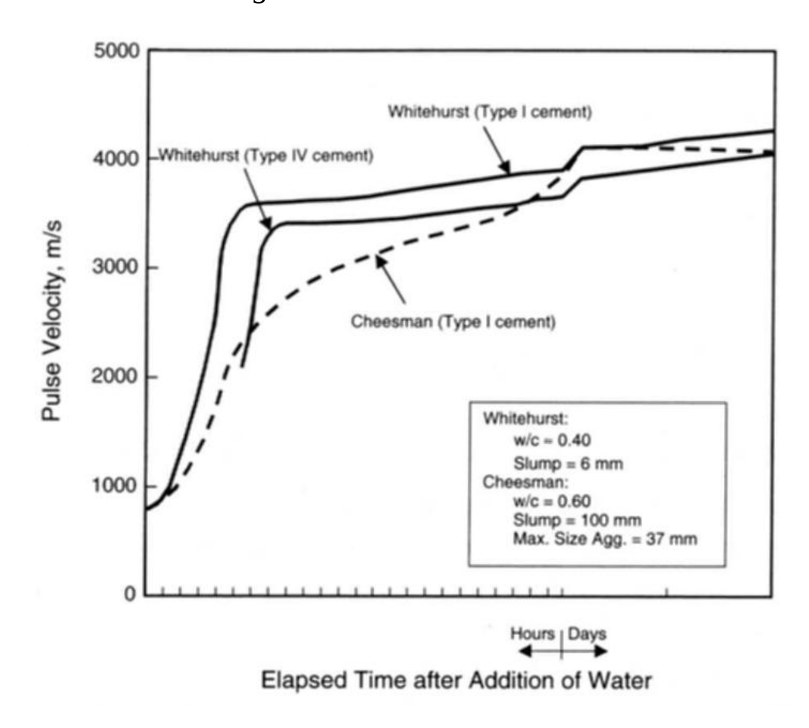


Figura 5.12 Relación entre la velocidad de propagación y el tiempo de fraguado del hormigón**.**

Una de las aplicaciones posibles de medir la velocidad de los pulsos ultrasónicos en el hormigón que cursa las primeras etapas de fraguado es determinar cuándo se puede desmoldar.
Como la relación entre velocidad y resistencia depende de las proporciones de la mezcla de cemento, agregado fino, agregado grueso y agua, y del grado de madurez del material, entre otras variables, el uso de correlaciones de tipo general, no adaptadas al tipo y etapa del hormigón en cuestión, no resulta aconsejable.

Cuando la *temperatura ambiente* varía entre 5 y 30º C no se han observado cambios significativos en las velocidades medidas. A temperaturas significativamente más altas se observaron cambios en las velocidades (entre 40º C y 60º C) tanto en hormigones muy secos como en hormigones saturados de humedad. [147]
La Tabla 1 muestra los factores de corrección que aparece en la recomendación BS 1881 Parte 203, 1986, para aplicar a las velocidades de propagación medidas cuando la temperatura está fuera del intervalo comprendido entre 5º C y 30º C.

[147] R. Jones y I. Facaoaru, Recommendations for testing concrete by the ultrasonic pulse method. Matériaux et Constructions, **2**(10):275-284, 1969.

Tabla 1. Factores de corrección en %

Temperatura del hormigón	Hormigón secado al aire	Hormigón saturado de agua
60º C	+5	+4
40º C	+2	+1.7
20º C	0	0
0º C	-0.5	-1
Por debajo de -4º C	-1.5	-7.5

5.2.3 *La teoría de rayos en acústica. Generalización del principio de Fermat para incluir la difracción. Aplicaciones al ensayo ultrasónico de hormigones.*

En los temas estudiados procedentemente sustituimos las heterogeneidades de los hormigones por un modelo homogéneo e isótropo equivalente, en el cual las diferentes propiedades mecánicas de los agregados y la pasta de cemento se resumen en propiedades efectivas del continuo equivalente.
El proceso de compactación del hormigón puede algunas veces producir una ligera anisotropía.
Es más importante la posibilidad de modificación sistemática de los módulos elásticos relacionada con el proceso de compactación que se puede observar en columnas, vigas, losas y cuerpos de prueba.
En este caso el material se comporta como isótropo, pero las propiedades del modelo equivalente pueden variar con la posición.
Esto dejando de lado la heterogeneidad asociada a posibles defectos y al hormigón adyacente a las armaduras.

La Figura 5.13 muestra una situación típica para vigas. Se dibujaron contornos de igual velocidad de propagación de pulsos longitudinales en un tramo de una viga.
Sobre cada contorno se indica la velocidad de propagación medida en km/s.

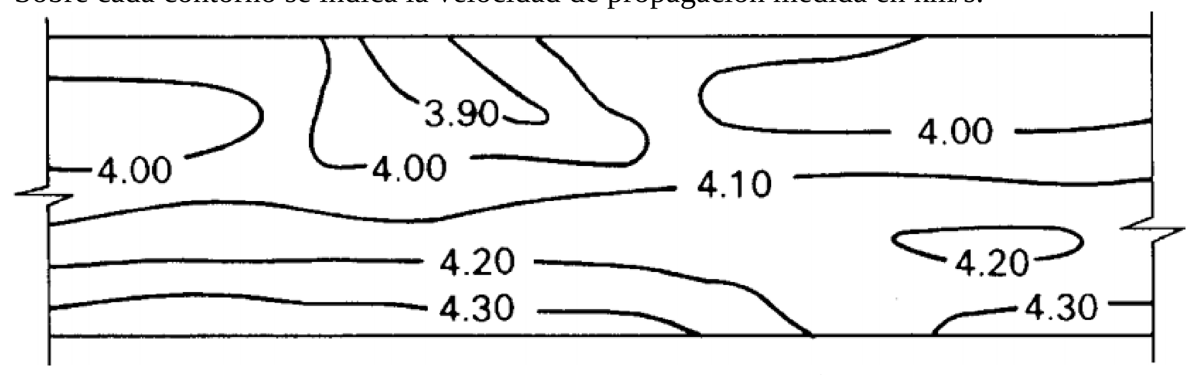


Figura 5.13 (Adaptada de Bungey y otros, Nondestructive testing of concrete structures, Taylor & Francis, New York, 2006).

En la figura se puede ver que los contornos con mayor velocidad de propagación se disponen por debajo de los contornos de menor velocidad de propagación.
La viga fue construida a partir de un número de cargas que resultaron bastante diferentes.
El modelo de hormigón con densidad y módulos de rigidez efectivos, que permite describir esta situación puede ser isótropo, pero no va a ser homogéneo: las propiedades

mecánicas como la densidad efectiva y los módulos elásticos efectivos van a variar con la posición en la viga. [148]

Si $\rho\,(x,y,z)$ es la densidad efectiva, $K_d(x,y,z)$ y $G_d(x,y,z)$ son los módulos de rigidez (de incompresibilidad y de cizalla, respectivamente) dinámicos efectivos, las velocidades de fase de las ondas longitudinales (P, fórmula 5.2.[4 a]) y transversales (S, fórmula 5.2.[4 b]) se expresan como funciones de la posición (x,y,z) :

$$c_P(x,y,z) = \sqrt{\frac{K_d(x,y,z)+\frac{4}{3}G_d(x,y,z)}{\rho\,(x,y,z)}} \quad [17\text{ a}] \qquad c_S(x,y,z) = \sqrt{\frac{G_d(x,y,z)}{\rho(x,y,z)}} \quad [17\text{ b}]$$

Una consecuencia de la variación espacial de las velocidades de las ondas longitudinales y transversales es la distorsión, durante la propagación, respecto lo que cabría esperar a partir del diagrama polar que aparece en la parte derecha de la Figura 5.6.

Las amplitudes de los pulsos ultrasónicos pueden sufrir alteraciones análogas al enfoque y desenfoque que sufre la luz cuando se propaga en un medio isótropo con índice de refracción variable en el espacio.

5.2.3.1 **Acústica geométrica y Principio de Fermat generalizado**

Cuando las propiedades mecánicas del medio varían lentamente a lo largo de distancias del mismo orden numérico que una longitud de onda, pero las distancias de propagación son de un orden numérico mucho mayor que una longitud de onda, es posible suponer que los campos asociados a la propagación de esa perturbación mecánica se transmiten a lo largo de rayos. [149]

Los rayos se representan mediante curvas en el espacio que cortan ortogonalmente a los frentes de onda y se reducen a segmentos de recta en las regiones donde el medio es homogéneo.

Un frente de onda es una superficie en el espacio tal que cada uno de sus puntos recibe simultáneamente una característica de la forma de onda.

Por ejemplo, en la Figura 5.14 se representan tres pulsos que viajan a través de un medio heterogéneo e isótropo.

En un mismo instante de tiempo t_1 los puntos del espacio donde la amplitud del pulso es máxima forman un frente de onda para esa característica.

En ese mismo instante de tiempo los puntos donde el pulso presenta su primer cruce por cero forman un frente de onda para esa característica.

También en ese mismo instante los puntos donde la aceleración de las partículas del medio pasa de cero a un valor finito forma un frente de onda de aceleración.

Para un instante de tiempo $t_1 + \Delta t$ esos tres frentes de onda se habrán desplazado a nuevas posiciones en el interior del medio.

---

[148] Para que este modelo de heterogeneidad efectiva sea aplicable al hormigón, la escala espacial en la cual varían esas propiedades efectivas debe ser al menos un orden de magnitud mayor que el mayor diámetro del agregado grueso. Para el mortero, debe ser al menos un orden de magnitud mayor que el mayor diámetro del agregado fino.

[149] A. Pierce, Acoustics: An Introduction to Its Physical Principles and Applications, 3ª ed., Springer Nature, Cham, 2019.

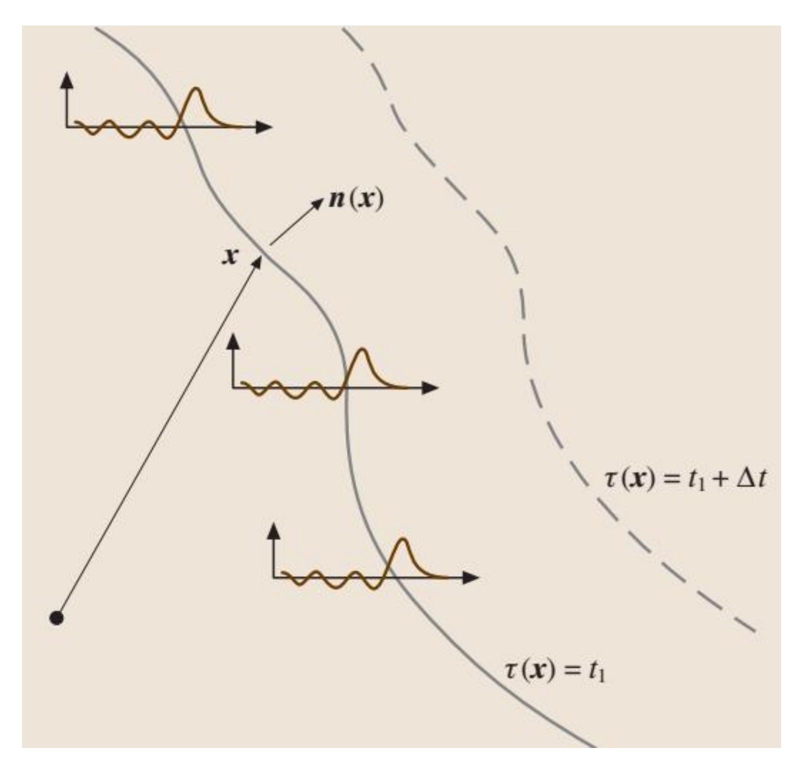


Figura 5.14 (Adaptado del Springer Handbook of Acoustics, Springer, Berlin, 2007.)

Representemos mediante $\vec{x} = x\,\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\,\vec{k}$ al vector de posición de un punto del espacio. Se puede suponer que la energía mecánica de los pulsos ultrasónicos se propaga a lo largo de las curvas ortogonales a los frentes de onda: los rayos acústicos.
Estas curvas, los rayos, se pueden deducir a partir del **Principio de Fermat**.
La trayectoria $\vec{x}(l) = x(l)\,\vec{\imath} + y(l)\vec{\jmath} + z(l)\,\vec{k} \quad (l_A \leq l \leq l_B)$ de un rayo acústico entre dos puntos A y B es tal que la integral $\int_A^B \frac{dl}{c(\vec{x}(l))}$ tomada respecto de la longitud de arco de curva l entre l_A y l_B tiene un valor extremo (mínimo, máximo o en general, estacionario) respecto del valor de la integral tomada sobre otras trayectorias vecinas que unen los mismos puntos.
Como $c(\vec{x}(l))$ es la velocidad de la señal acústica a lo largo de la trayectoria $\vec{x}(l)$, la integral $\int_A^B \frac{dl}{c(\vec{x}(l))}$ es igual al intervalo de tiempo que tarda la señal en ir de A a B siguiendo esa trayectoria.
En la mayoría de las aplicaciones del ensayo ultrasónico de hormigones cuyos resultados son interpretados por la teoría acústica de rayos (la denominada acústica geométrica) el principio de Fermat se puede formular así, como un principio de tiempo mínimo:

*Si l es la longitud de arco sobre una curva orientada regular $\mathcal{C}_{A\to B}$ que comienza en el punto A y termina en el punto B y se encuentra ubicada en el interior del medio, entonces la trayectoria del rayo acústico que comienza en A y termina en B, es la curva que hace **mínimo** el intervalo de tiempo que tarda la señal acústica en pasar de A a B:*

$$T_{A\to B}(\mathcal{C}_{A\to B}) = \int_{\mathcal{C}_{A\to B}} \frac{dl}{c(\vec{x}(l))}$$

El tiempo de tránsito de A a B por cualquier otra curva distinta del rayo y próxima a él es mayor que el tiempo de tránsito cuando la señal acústica viaja por el rayo.

En forma más rigurosa, si $\mathcal{C}_{A\to B}$ es una curva orientada y regular (es decir dada por una función vectorial $\vec{x}(l)$ de la longitud de arco, continua y con derivadas continuas) que comienza en el punto A y termina en el punto B y se encuentra ubicada *en el interior* del medio, entonces la trayectoria del rayo acústico que comienza en A y termina en B , es la curva regular que hace *estacionario* el intervalo de tiempo que tarda la señal acústica en pasar de A a B:

$$T_{A\to B}(\mathcal{C}_{A\to B}) = \int_{\mathcal{C}_{A\to B}} \frac{dl}{c(\vec{x}(l))} \quad [18]$$

Invirtiendo la orientación de la curva considerada, el tiempo insumido en recorrerla en sentido opuesto es el mismo que se necesita para recorrerla con su orientación original.

La ecuación [18] asigna a cada **curva regular** un número real positivo (si $A \neq B$).
Por definición, esa curva (el rayo) hace estacionario al intervalo de tiempo porque si variamos la curva $\vec{x}(l)$ y la transformamos en $\vec{x}(l) + \delta\vec{x}(l)$, curva que también se inicia en A y termina en B , cuando el valor máximo δX de $\|\delta\vec{x}(l)\|$ a lo largo de la curva extrema es lo bastante pequeño, la variación en el tiempo de tránsito $\delta T_{A\to B}$ resultante al pasar de la curva extrema a su vecina tiende a cero más rápido que δX .
La Figura 5.15 ilustra la situación descripta.

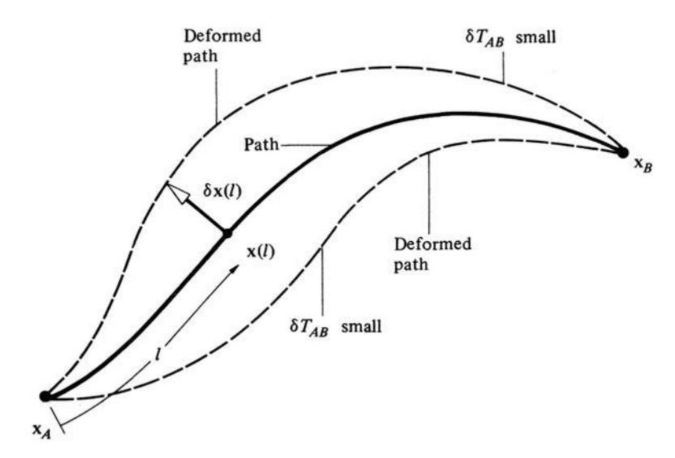


Figura 5.15 (Adaptado de A. Pierce, Acoustics: An Introduction to Its Physical Principles and Applications, 3ª ed., Springer Nature, Cham, 2019.)

A partir del principio de Fermat, es posible deducir esta ecuación diferencial vectorial para la trayectoria de los rayos:

$$\frac{d}{dl}\left(\frac{1}{c(\vec{x}(l))}\frac{d}{dl}\vec{x}(l)\right) = \nabla\left(\frac{1}{c(\vec{x}(l))}\right) \quad [19]$$

La función $c(\vec{x})$ se supone conocida y $\frac{d}{dl}\vec{x}(l) = \vec{t}_r(l)$ es el vector unitario tangente al rayo acústico en el punto $\vec{x}(l)$.
Dados un punto inicial y un punto final, entre las soluciones $\vec{x}(l)$ de la ecuación [19] se encuentra la trayectoria del rayo que une esos dos puntos. El cálculo de variaciones aporta criterios que permiten seleccionar la solución que se buscaba.
Si $c(\vec{x})$ es constante en una región del medio, [19] se reduce a $\frac{d^2}{dl^2}\vec{x}(l) = \frac{d}{dl}\vec{t}_r(l) = \vec{0}$ que corresponde a un segmento de recta: los rayos acústicos son rectilíneos en regiones donde la velocidad de fase es constante.

Supongamos que la velocidad de fase depende solamente de la coordenada z : $c = c(\vec{z})$. Teniendo en cuenta que $\frac{d}{dl}\vec{x}(l) = \frac{d}{dl}x(l)\,\vec{i} + \frac{d}{dl}y(l)\,\vec{j} + \frac{d}{dl}z(l)\,\vec{k}$ la ecuación [19] se puede reescribir así:

$$\frac{d}{dl}\left(\frac{1}{c(z)}\frac{d}{dl}x(l)\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{c(z)}\right) = 0 \qquad [20\ a]$$

$$\frac{d}{dl}\left(\frac{1}{c(z)}\frac{d}{dl}y(l)\right) = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{c(z)}\right) = 0 \qquad [20\ b]$$

$$\frac{d}{dl}\left(\frac{1}{c(z)}\frac{d}{dl}z(l)\right) = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{c(z)}\right) \qquad [20\ c]$$

Consideremos un rayo que pasa por el punto (x_0, y_0, z_0) y orientemos los ejes de coordenadas cartesianas ortogonales de modo que el vector unitario $\vec{t_r}$ tangente al rayo en ese punto quede contenido en el plano $x - z$. En ese caso el valor inicial de $\frac{d}{dl}y(l)$ es cero y de [20 b] se desprende que $\frac{d}{dl}y(l)$ permanece valiendo cero. Entonces el rayo permanecerá en el plano $x - z$ y en ese caso se lo puede describir mediante una cierta función $x = f(z)$.

Si $\theta(z)$ es el ángulo que $\vec{t_r}$ forma con el eje z , las ecuaciones [20 a] y [20 c] se pueden reescribir así:

$$\frac{d}{dl}\left(\frac{1}{c(z)} sen\,\theta(z)\right) = 0 \qquad [21\ a] \qquad\qquad \frac{d}{dl}\left(\frac{1}{c(z)}\cos\theta(z)\right) = \frac{d}{d\,z}\left(\frac{1}{c(z)}\right) \qquad [21\ b]$$

El miembro de la izquierda de la ecuación [21 a] representa la derivada direccional de $\frac{1}{c(z)} sen\,\theta(z)$ a lo largo del rayo. Como es nula, resulta que $\frac{1}{c(z)} sen\,\theta(z)$ es constante:

$$\frac{1}{c(z)} sen\,\theta(z) = \frac{1}{c(z_0)} sen\,\theta(z_0) \qquad [22]$$

Esta es una generalización de la ley de Snell para un medio heterogéneo.

Si el eje x se orienta de modo tal que $t_{r,x} = \frac{d}{dl}x(l)$ sea positiva, el ángulo $\theta(z)$ queda comprendido entre 0 y $\frac{\pi}{2}$. Si la velocidad de propagación aumenta (disminuye) cuando z aumenta, $\theta(z)$ aumenta (disminuye): el rayo se curva hacia donde la velocidad de propagación sea menor.

Puesto que $\frac{d}{dz}f(z) = tg\,\theta(z) = \frac{sen\theta(z)}{\sqrt{1-sen^2\theta(z)}}$, teniendo en cuenta [22] se obtiene:

$$\frac{d}{dz}f(z) = \frac{\frac{c(z)}{c(z_0)} sen\theta(z_0)}{\sqrt{1-\left(\frac{c(z)}{c(z_0)}\right)^2 sen^2\,\theta(z_0)}} \qquad [23]$$

Integrando [23] se determina la trayectoria del rayo $x = f(z)$.

Para ello es necesario especificar la función $c(z)$.

Si $c(z) = c_0(1 - \beta\,z)$ integrando [23] se obtiene la siguiente expresión para la trayectoria de un rayo ubicado en el plano $x - z$ y que pasa por el punto $(x_0, 0, z_0)$:

$$x = f(z) = x_0 + \frac{\sqrt{1-\left(1-\beta\,(z-z_0)\right)^2 sen^2\,\theta(z_0)}}{\beta\,sen\theta(z_0)} - \frac{\cos\theta(z_0)}{\beta sen\theta(z_0)} \qquad [24]$$

Más adelante se aplicará esta trayectoria de los rayos de ultrasonido en la interpretación del ensayo de una losa de hormigón para la cual se conoce la velocidad de fase como función de la profundidad.

Como $\frac{d}{dl}\vec{x}(l) = \vec{t}_r(l)$, de acuerdo con la primera fórmula de Frenet, siendo $\kappa_r(l)$ la curvatura de flexión del rayo en el punto de abscisa curvilínea l (por definición, siempre no negativa) y $\vec{n}_r(l)$ el vector unitario normal al rayo en ese punto: [150]

$$\frac{d}{dl}\vec{t}_r(l) = \kappa_r(l)\,\vec{n}_r(l)$$

Entonces la ecuación [19] se puede reformular así:

$$\left[\nabla\left(\frac{1}{c(\vec{x}(l))}\right)\cdot\vec{t}_r(l)\right]\,\vec{t}_r(l) + \left[\frac{1}{c(\vec{x}(l))}\kappa_r(l)\right]\,\vec{n}_r(l) = \nabla\left(\frac{1}{c(\vec{x}(l))}\right)$$

Multiplicando escalarmente ambos miembros de esta última ecuación por $\vec{n}_r(l)$ se obtiene una expresión para la curvatura de flexión del rayo en cada uno de sus puntos:

$$\kappa_r(l) = -\frac{1}{c(\vec{x}(l))}\nabla c\big(\vec{x}(l)\big)\cdot\vec{n}_r(l) \qquad [25]$$

Cuando $c = c(z)$ se tiene $\nabla c\big(\vec{x}(l)\big) = \frac{d}{d\,z}c(z)\,\vec{k}$ de modo que [25] se reduce a:

$\kappa_r(z) = -\left(\frac{1}{c(z)}\frac{d}{d\,z}c(z)\right)\vec{k}\cdot\vec{n}_r(z)$ Como $\vec{k}\cdot\vec{n}_r(z)$ es igual a $sen\,\theta(z)$ cuando $\frac{d}{d\,z}c(z) < 0$ e igual a $-sen\,\theta(z)$ cuando $\frac{d}{d\,z}c(z) > 0$, resulta que $\kappa_r(z) = \left|\frac{sen\,\theta(z)}{c(z)}\right|\left|\frac{d}{d\,z}c(z)\right|$. Como a lo largo del rayo $\frac{sen\,\theta(z)}{c(z)}$ es constante (fórmula [22]), la curvatura de flexión del rayo es proporcional al valor absoluto del gradiente de la velocidad de propagación.

Volvamos a la Figura 5.14 para considerar la denominada ecuación diferencial del recorrido acústico o de la eikonal, a partir de la cual se puede deducir la ecuación [19]. Ahora vamos a suponer que el punto A se mantiene fijo y se forma la superficie cuyos puntos P se alcanzan desde A a través de rayos acústicos tales que el tiempo insumido en alcanzarlos $T_{A\to P}(\vec{x})$ es constante ($\vec{x}$ es el vector de posición del punto P).
Entonces se puede demostrar que $\nabla\,T_{A\to P}(\vec{x}) = \frac{1}{c(\vec{x})}\;\vec{t}_r(\vec{x})$ (ecuación diferencial del recorrido acústico). De esta ecuación se puede deducir la [19]. [151]

La Figura 5.14 muestra un frente de onda $t_1 = \tau(\vec{x})$ formado por los puntos en los que en ese instante la amplitud de los pulsos que por allí pasan tienen su primer cero. En un instante $t_1 + \Delta t$ el frente de onda se habrá desplazado a una nueva posición. Cada punto $\vec{x}$ del frente se habrá desplazado, inicialmente en dirección del vector unitario normal a la superficie $\vec{n}(\vec{x}) = \vec{n}_f(\vec{x})$, una distancia $\Delta l = c(\vec{x})\,\Delta t + o(\Delta t)$, donde $c(\vec{x})$ es la velocidad de fase en el punto y $o(\Delta t)$ es un infinitésimo respecto de Δt.

---

[150] L. Råde y B. Westergren, Mathematical Handbook for Science and Engineering, Springer. Berlin, 2004.

[151] La deducción para el caso de la óptica geométrica se puede hallar en W. Döring, Introducción a la Física Teórica, tomo 3 (Óptica), UTEHA, México, 1965. El formalismo es el mismo en acústica geométrica.

Entonces $\tau(\vec{x}+\Delta\vec{x}) = t_1 + \Delta t$ con $\Delta\vec{x} = (c(\vec{x})\,\Delta t)\vec{n}_f(\vec{x}) + \vec{o}(\Delta t)$ por lo cual el incremento en el tiempo se puede expresar así: $\Delta t = \frac{\Delta l}{c(\vec{x})} + o(\Delta l)$ con $\Delta\vec{x} = \Delta l\,\vec{n}_f(\vec{x}) + \vec{o}(\Delta l)$ Entonces $\Delta t = \tau(\vec{x}+\Delta\vec{x}) - \tau(\vec{x}) = \nabla\tau(\vec{x})\cdot\Delta\vec{x} + o(\Delta\vec{x})$ Por tanto $\Delta t \cong \nabla\tau(\vec{x})\cdot\Delta\vec{x} \cong \Delta l\ \left(\nabla\tau(\vec{x})\cdot\ \vec{n}_f(\vec{x})\right)$ y puesto que $\Delta t \cong \frac{\Delta l}{c(\vec{x})}$ resulta $\nabla\tau(\vec{x}) = \frac{1}{c(\vec{x})}\,\vec{n}_f(\vec{x})$
Pero como $\vec{t}_r(\vec{x}) = \vec{n}_f(\vec{x})$ vemos que hemos obtenido la ecuación diferencial del recorrido acústico con $\tau(\vec{x}) = T_{A\to P}(\vec{x})$.

Los rayos que conectan las ubicaciones del emisor y del receptor se denominan rayos propios para esa situación. Si hay más de un rayo propio, se tiene recepción por trayectos múltiples. Si no hay un rayo propio que conecte el emisor con el receptor, el receptor se encuentra en una zona de sombra desde la perspectiva de la acústica geométrica.
Esta teoría se puede extender para tener en cuenta los límites sólidos y las interfaces. Cuando un rayo incide en un límite sólido, se genera un rayo reflejado cuya dirección está determinada por el principio de coincidencia de la proyección de las velocidades del rayo incidente y del rayo reflejado, de modo que el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión según la ley de Snell (ver fórmulas 2.1,[4]). En una interfaz también se genera un rayo transmitido, cuya dirección también está predicha por la ley de Snell.
La ley de Snell se reduce de la extensión del principio de Fermat a rayos que encuentran interfaces. [152]

Una extensión de la teoría conocida como **teoría geométrica de la difracción** y debida principalmente a Keller permite la posibilidad de que los bordes difractores puedan ser una fuente de rayos difractados que tienen una multiplicidad de direcciones. Los rayos difractados admisibles deben tener la misma proyección de velocidad, a lo largo del borde difractor, que el rayo incidente. [153]
Hemos visto que las trayectorias de los rayos que conectan la fuente y el receptor satisfacen el principio de Fermat, según el cual el tiempo de viaje a lo largo de un rayo propio real es estacionario en relación con otras trayectorias geométricamente admisibles. *La teoría geométrica de difracción de Keller extiende este principio para incluir trayectorias que tienen direcciones discontinuas y que pueden tener partes que se encuentran en superficies sólidas.*
En la teoría de rayos extendida para abarcar algunos fenómenos de difracción, *se amplía el conjunto de curvas que conectan dos puntos A y B* , entre las que se buscan aquellas curvas tales que sobre ellas el tiempo de tránsito $T_{A\to B}(\mathcal{C}_{A\to B}) = \int_{\mathcal{C}_{A\to B}} \frac{dl}{c(\vec{x}(l))}$ resulte estacionario.
Al conjunto inicial de curvas regulares, totalmente contenidas en el interior del medio donde se propagan las señales acústicas, se añaden curvas con arcos (que pueden degenerar en puntos) situados en la frontera del medio o en una interfaz entre dos medios a través de la cual la velocidad de fase sufre un cambio discontinuo.

---

[152] W. Döring, Introducción a la Física Teórica, tomo 3 (Óptica), UTEHA, México, 1965.

[153] J. Keller, Geometrical Theory of Diffraction, en L. Graves (ed.) Calculus of Variations and its Applications, Mc Graw-Hill, New York, 1958; A. Pierce, Acoustics: An Introduction to Its Physical Principles and Applications, Springer Nature, Cham, 2019.

Esas curvas pueden presentar puntos sobre las posibles aristas de la frontera y puntos sobre posibles vértices de esas superficies.
Los arcos de los rayos generalizados resultantes del proceso de optimización del tiempo de tránsito deben hacer estacionaria la integral del tiempo de tránsito cuando se la considera sobre esos arcos. [154]

5.2.3.2 **Aplicaciones del Principio de Fermat generalizado en la interpretación de los tiempos de tránsito de pulsos ultrasónicos en hormigones.**

La prácticamente nula transmisibilidad de la energía de las ondas mecánicas a través de una interfaz hormigón-aire está en la base de todos los métodos para detectar y eventualmente medir posibles defectos en el material (cavidades, fisuras, capas de material dañadas).
Una fisura o una cavidad con aire, ubicadas en el camino entre el emisor y el receptor de los pulsos, enfrentados uno con el otro, y con un área proyectada (ortogonal al segmento de recta que une los centros del emisor y del receptor) que supere al área de los transductores, obstruirá el camino de los rayos y los difractará alargando el tiempo de tránsito de los pulsos. Además del aumento en el tiempo de tránsito respecto del que cabría esperar si el defecto no estuviera presente, la amplitud del pulso que llega al receptor es menor que la del pulso que sería recibido atravesando la distancia entre el emisor y el receptor en el hormigón sin el defecto. Los transductores de mayor diámetro y que operan a frecuencias más elevadas producen haces ultrasónicos mejor definidos y para ellos la disminución de la amplitud del pulso recibido es mayor.

Si la cavidad o la fisura están total o parcialmente llena de agua, la transmisibilidad de la energía de las ondas es mucho mayor y por lo general el defecto no se detecta o al menos se subestima.

A menudo interesa estimar la profundidad de una fisura que se abre en la superficie del hormigón. Para ello se utilizan el emisor y el receptor en disposición indirecta, como se ve en la Figura 5.16.

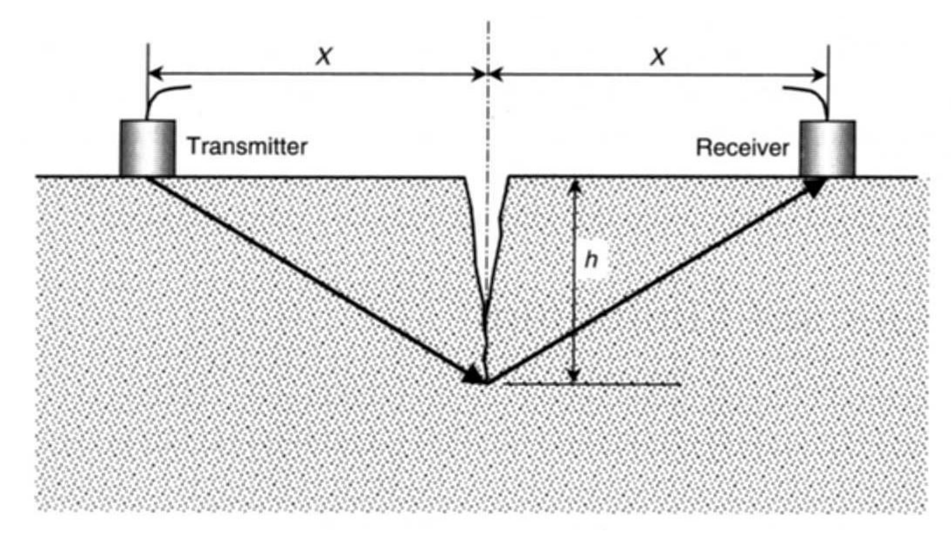


Figura 5.16

[154] J. Keller, Geometrical theory of diffraction, *Journal of the Optical Society of Am*erica, **52** (2):116–130, 1962.

Para estimar la profundidad h de una fisura se ubican los transductores a uno y otro lado de la apertura de la apertura de la fisura al exterior, a una distancia x de esa apertura, y se mide el tiempo de tránsito $T_2 = \frac{2\sqrt{x^2+h^2}}{c}$.
Previamente se mide el tiempo de tránsito $T_1 = \frac{2x}{c}$ entre los transductores para hormigón no fisurado, separados una distancia $2x$. Aquí c es la velocidad de propagación de los pulsos longitudinales en el hormigón ensayado y se supone que es la misma en ambos casos.
Despejando la profundidad de la fisura a partir del cociente de las expresiones para los tiempos de tránsito se obtiene:

$$h = x\sqrt{\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 - 1} \quad [26]$$

Si se puede repetir este proceso para varias distancias x y se obtienen los correspondientes cocientes de tiempos de tránsito $\frac{T_2}{T_1}$ y como consecuencia varias estimaciones para h, se puede plantear una regresión del tipo $log_e\sqrt{\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 - 1} = log_e h - log_e x$ para ajustar $log_e h$ a los resultados experimentales.
Se ha desarrollado otro método para medir fisuras, que se relaciona estrechamente con un método para la determinación de capas superficiales de hormigón de menor calidad. [155] Cuando la fisura se encuentra en una capa de menor calidad la aplicación de este otro método puede generar resultados que se prestan a confusión.

En la inspección ultrasónica del Estadio Centenario previamente mencionada [156] se midieron las profundidades de algunas fisuras aplicando el método que se describe a continuación. Por ejemplo, en la cara exterior un pilar de la tribuna Amsterdam se encontró una fisura vertical de 140 mm de extensión. En la cara interior se halló una reparación. La mejor estimación de la profundidad de la fisura fue 11 mm. Se pudo comprobar esta estimación para el pilar ensayado.
Si hay material sólido que establece puentes entre ambas caras de la fisura o esta está parcialmente llena de agua, se subestimará su profundidad utilizando este método.

Si una fisura es lo bastante profunda y se encuentra inclinada, generalmente se puede detectar el sentido de la inclinación y a veces se puede estimar su ángulo de inclinación mediante la determinación de tiempos de tránsito de pulsos ultrasónicos. Se utilizan transductores en disposición indirecta y se varía la distancia entre los transductores y la línea de apertura de la fisura en la superficie del hormigón. Si los transductores no están demasiado cerca de la línea de apertura de la fisura, la fórmula [26] permite hallar la profundidad h_0 del extremo de la fisura inclinada respecto de la superficie del material. Cuando el transductor se ubica del lado de la inclinación de la fisura y se aproxima a la línea de apertura, mientras que el transductor ubicado del lado opuesto de mantiene fijo,

---

[155] G. Dawance y M. Chefdeville, Mediciones de sonido en hormigón (Schallmessungen an Beton) Schweizer Archive **21**: 223-234,313-325, 1955.

[156] Inspección Ultrasónica de la Estructura de Hormigón del Estadio Centenario, Informe Técnico, Laboratorio de Vibraciones y Ultrasonidos, Facultad de Humanidades y Ciencias, Universidad de la República, 1982.

hay una distancia x_m para la cual el tiempo de tránsito pasa por un mínimo. Esto permite determinar de qué lado de la línea de apertura de la fisura ésta se encuentra inclinada.
El ángulo α de inclinación de la fisura respecto de un plano ortogonal a la superficie del hormigón viene dado por: $\alpha = arctg\frac{x_m}{h_0}$ [27]

La longitud de la fisura viene dada por: $h = \sqrt{h_0^2 + x_m^2}$ [28]

En principio, reubicando el emisor y el receptor paralelamente a su disposición inicial, se puede estimar la profundidad (o a veces la inclinación) de la misma fisura en otro punto de la línea de apertura de la fisura en la superficie del hormigón.

Además de estimar la profundidad de fisuras, el método del tiempo de tránsito de los pulsos ultrasónicos permite, en condiciones favorables la detección y a veces la estimación de las dimensiones de cavidades o cuerpos extraños en el interior del material, en base a la difracción de los rayos acústicos en las fronteras del defecto. [157]

Para que un vacío o un cuerpo extraño pueda ser detectado, deben producir una modificación en los tiempos de tránsito significativa con relación a los valores de esos tiempos cuando lo que se interpone entre el emisor y el receptor es únicamente un hormigón "homogéneo".

La modificación mínima en el tiempo de tránsito en un hormigón homogéneo debida a la interposición de una cavidad acontece cuando el cuerpo extraño se halla situado a medio camino entre el emisor y el receptor. Si a es la mínima dimensión transversal del área proyectada del defecto, d es el diámetro de los transductores, L es la distancia que separa al receptor del emisor, T_h es el tiempo de tránsito de los pulsos en ausencia del defecto, T_d es el tiempo de tránsito en presencia del defecto y éste se encuentra a medio camino entre los transductores ultrasónicos, entonces: [158]

Cuando $a \leq d$ se tiene $T_d = T_h$ [29]

Cuando $a > d$ se tiene $\frac{T_d}{T_h} = \sqrt{1 + \left(\frac{a-d}{L}\right)^2}$ [30]

Según este modelo, el número sin dimensiones $\frac{a-d}{L}$ determina la modificación en el tiempo de tránsito. Supongamos que $L = 300\ mm$ y que $d = 25\ mm$. Para que un defecto situado a medio camino entre el emisor y el receptor produzca un incremento del 10% en el tiempo de tránsito, su mínima dimensión transversal a debe ser igual 150 mm. Si $L = 600\ mm$ el mismo incremento del 10% en el tiempo de tránsito requiere que la mínima dimensión transversal del defecto sea 275 mm.
Si $a \leq 25\ mm$ el defecto no puede ser detectado según este modelo. Por ejemplo, esto ocurre cuando el defecto se asemeja a un cilindro cuyo eje coincide con el eje receptor-emisor. Por más que la relación entre su altura y su diámetro pueda ser considerable, si su diámetro no supera al diámetro de los transductores, pasará desapercibido.

---

[157] H. Chung, An appraisal of the ultrasonic pulse technique for detecting voids in concrete, Concrete **12**(11): 25-28, 1978.

[158] R. Jones y I. Facaoaru, Recommendations for testing concrete by the ultrasonic pulse method. Matériaux et Constructions, **2**(10):275-284, 1969. Para deducir [29] y [30] se sustituye el defecto situado a medio camino entre el emisor y el receptor por una figura plana igual a la proyección transversal del defecto y se describe la difracción en su borde mediante la acústica de rayos.

El modelo matemático resumido en las ecuaciones [29] y [30] es demasiado simplificado y sirve solamente como una guía preliminar.
El método utilizado por Chung para caracterizar defectos en forma de cavidades o segregaciones permite una caracterización más detallada y precisa de las situaciones que se encuentran en la práctica.
Se comienza por definir una grilla ortogonal de posiciones enfrentadas del emisor y del receptor tal que permita medir los tiempos de tránsito para cada posición.
Después de obtenidas las mediciones se grafican los contornos de igual velocidad como muestra la Figura 5.17.
En este cuerpo de prueba se fabricó una cavidad y se midieron los tiempos de tránsito utilizando una grilla con 50 mm de separación entre sus puntos.

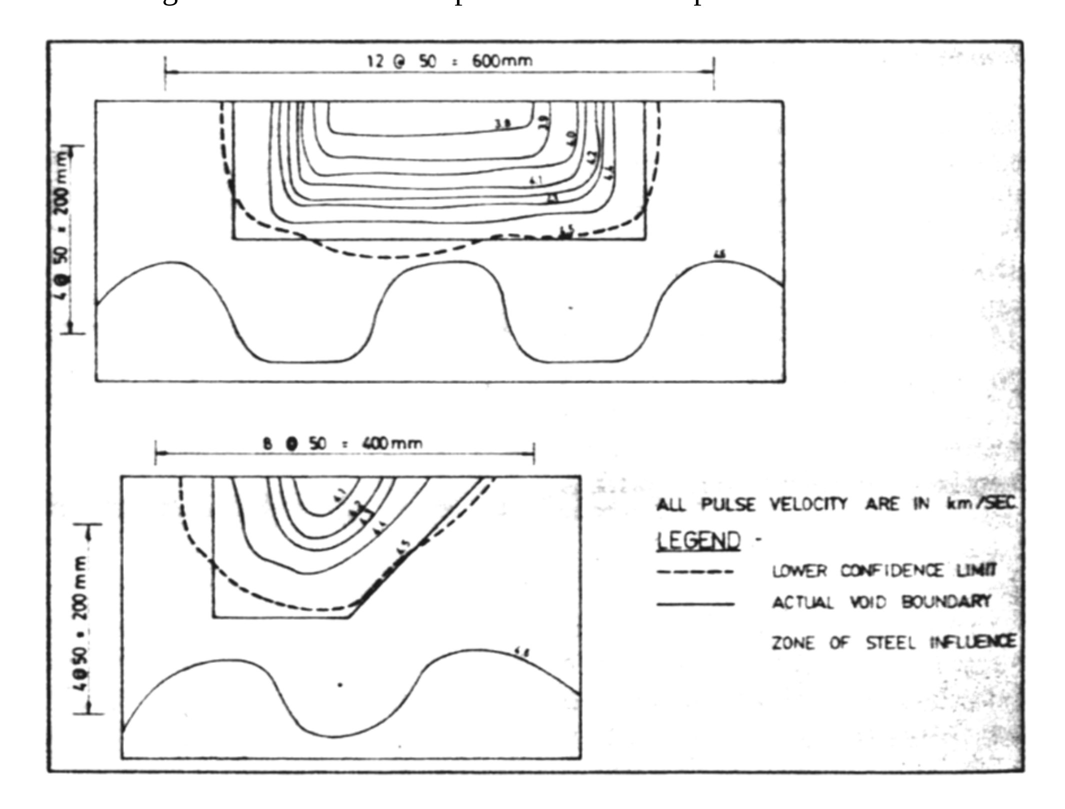
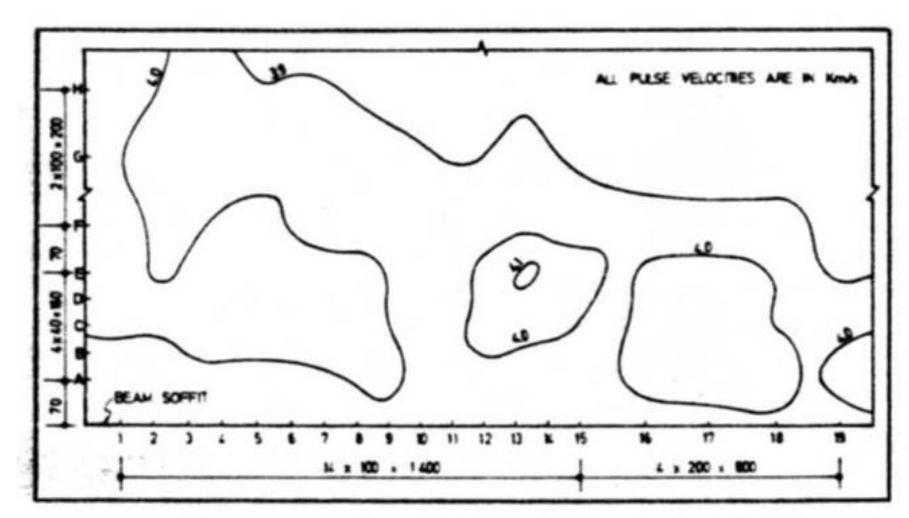


Figura 5.17 (Adaptada de H. Chung, An appraisal of the ultrasonic pulse technique for detecting voids in concrete, Concrete 12(11): 25-28, 1978.)

Cuando las curvas de igual velocidad se aproximan unas a otras de modo que una misma variación de velocidad se produce a través de una distancia menor, se tiene un indicio de la posible existencia de un defecto en el hormigón ensayado.
Para delimitar la proyección del defecto se supone que las medidas de velocidad de propagación en un mismo hormigón sin defectos se pueden considerar como una muestra proveniente de una distribución de Gauss.
Si $\bar{c}$ es el valor medio muestral y s es el desvío estándar muestral, se establece un umbral en $\bar{c} - 1.96\ s$ (límite de confianza inferior, correspondiente a un nivel de confianza del 95%) de modo que un valor inferior a este umbral se debe casi seguramente a causas no incluidas entre las que se asocian a las variaciones de la velocidad propias de una distribución normal.
En la Figura 5.17 los límites de confianza inferiores aparecen como líneas a trazos sobre dos caras ortogonales entre sí del cuerpo de prueba.

En una línea continua de segmentos de recta aparecen las proyecciones de los límites entre una cavidad y el hormigón adyacente.
Cuanto mejor definida esté la interfaz entre la cavidad y el hormigón, y cuanto más uniforme sea la densidad del material, tanto más se aproximará la curva correspondiente al límite de confianza inferior a la curva correspondiente al verdadero límite entre la cavidad y el hormigón.
Como en la mayor parte de los casos una cavidad o un defecto debido a segregación se relacionan con un hormigón mal compactado, cabe esperar que el estado del material adyacente al defecto no permita definir una interfaz bien marcada.
Después del estudio ultrasónico del defecto en el cuerpo de prueba, Chung estudió dos vigas de hormigón armado, la viga A y la viga B, que se pueden ver en las Figuras 5.18 y 5.19.
Se sospechaba que en una de las regiones de solape de las armaduras se había producido una segregación en forma de panal de abejas.
Se definió una grilla de puntos de medida de los tiempos de tránsito y luego de medir la longitud de las trayectorias se calcularon las velocidades de propagación.

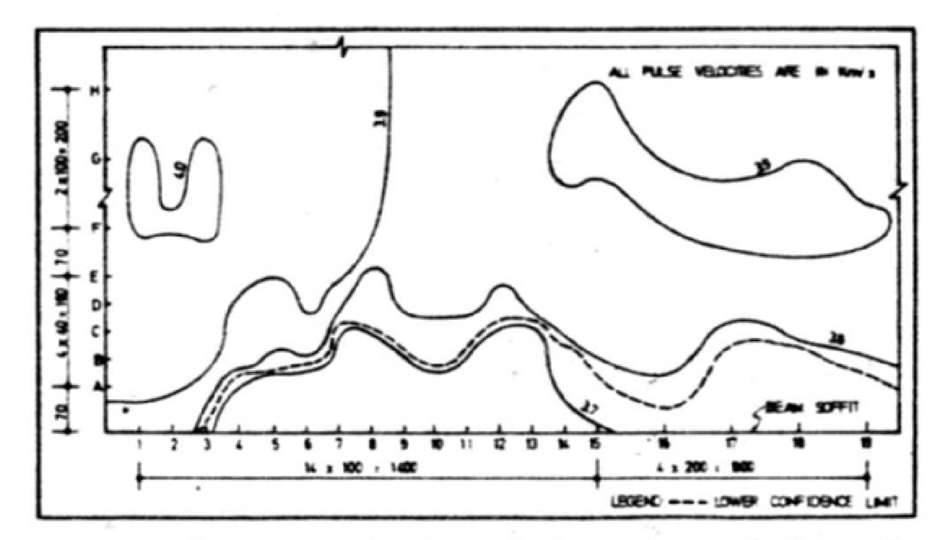


Contours of pulse velocity measured: Beam A.

Figura 5.18 (Adaptada de H. Chung, An appraisal of the ultrasonic pulse technique for detecting voids in concrete, Concrete 12(11): 25-28, 1978.)

Los contornos de igual velocidad en el caso de la viga A no muestran particularidades que se puedan relacionar con algún defecto.
La velocidad promedio muestral dio 3970 m/s con un desvío estandar muestral de 80 m/s.
El coeficiente de variación es de 2% y no se obtuvo valores significativamente pequeños para la velocidad de propagación.

En el caso de la viga B (Figura 5.19), se obtuvieron valores de velocidad significativamente pequeños en región inferior de la viga, entre los puntos de medición numerados del 5 al 19.
El valor promedio muestral, excluyendo los valores muy bajos, dio 3920 m/s, con un desvío estandar muestral de 90 m/s.
El límite de confianza inferior se graficó en 5.19 como una línea a trazos y corresponde a una velocidad de 3740 m/s=3920-1.96×90 m/s.



Contours of pulse velocity measured: Beam B.

Figura 5.19 (Adaptada de H. Chung, An appraisal of the ultrasonic pulse technique for detecting voids in concrete, Concrete 12(11): 25-28, 1978.)

Cuando se eliminó el hormigón defectuoso se pudo comprobar la extensión del defecto, que se correspondió bien con la región con velocidades por debajo del límite de confiaza.

Se construyó un cubo de hormigón de 1 m de lado en el cual se incluyó un cuerpo extraño de forma aproximadamente esférica, de aproximadamente 170 mm de diámetro interno, lleno de aire, ubicado en la mitad del bloque. Se midieron los tiempos de tránsito sobre dos grillas de posiciones enfrentadas (disposición directa) de los transductores de frecuencia 54 kHz y diámetro 50 mm. Las grillas estaban formadas por hileras horizontales separadas 30 mm entre sí. En cada hilera las posiciones estaban separadas 30 mm. Una vez comprobada la homogeneidad del hormigón para los pulsos ultrasónicos, se pudo detectar el objeto extraño por el incremento en los tiempos de tránsito no atribuíble a otras causas. A partir de la distribución del incremento en los tiempos de tránsito se delimitó una proyección aparente del objeto con un diámetro que subestimó en un 15 % el diámetro real. [159]

Otra aplicación de la teoría de la difracción de rayos acústicos consiste en la determinación del radio interno R_i de un tubo de hormigón cuando se conoce el radio externo R_e se supone conocida la velocidad c de propagación de los pulsos ultrasónicos en el material. El radio de los transductores se representa mediante r_0 .

[159] El cuerpo extraño empleado en el ensayo ultrasónico era un coco al cual se el extrajo el fluído de su interior a través de un orificio efectuado en su cáscara. El orificio se tapó antes de incluirlo en el bloque de hormigón. Este ensayo se llevó a cabo en un curso organizado por ABENDE (Asociación Brasilera de Ensayos No Destructivos) y por el OIEA en el marco del Programa de END para América Latina y el Caribe (RLA/82/T01) en San José dos Campos, San Pablo, 1990.

Ubicando el emisor y el receptor en los extremos de un diámetro del tubo, la distancia que los separa es $l_0 = 2\ R_e$. Si un pulso atravesara esa distancia de este hormigón tardaría un tiempo $t_0 = \frac{l_0}{c}$ en su viaje del emisor al receptor. Este intervalo de tiempo es conocido. Suponiendo que el interior del tubo está lleno de aire, se puede demostrar [160] que la longitud l del rayo acústico se pude expresar en función de los radios interno y externo del tubo:

$$l = 2\sqrt{(R_e - r_0\, tg\,\alpha)^2 - \left(R_i - \frac{r_0}{\cos\alpha}\right)^2} + 2\,R_i\, arcsen\,\alpha \qquad \text{para } R_i > r_0 \qquad [31\ a]$$

El término $2\ R_i\ arcsen\ \alpha$ es la longitud del trayecto del rayo difractado que viaja por un arco de circunferencia de radio R_i. El ángulo α viene dado por la ecuación:

$$\alpha = arcsen\left(\frac{\frac{R_i}{R_e} + \sqrt{\left(\frac{R_i}{R_e}\right)^2 - \left(\left(\frac{R_i}{R_e}\right)^2 - \left(\frac{r_0}{R_e}\right)^2\right)\left(1 + \left(\frac{r_0}{R_e}\right)^2\right)}}{1 + \left(\frac{r_0}{R_e}\right)^2}\right) \qquad \text{para } R_i > r_0 \qquad [31\ b]$$

El tiempo de tránsito del pulso siguiendo esta trayectoria es $t_{dif} = \frac{l}{c}$ de modo que el cociente entre t_{dif} y t_0 , teniendo en cuenta las fórmulas [31], verifica la ecuación, donde por definición $\delta = \frac{R_i}{R_e}$ y $\varepsilon = \frac{r_0}{R_e}$:

$$\frac{t_{dif}}{t_0} = \sqrt{(1 - \varepsilon\, tg\alpha)^2 - \left(\delta - \frac{\varepsilon}{\cos\alpha}\right)^2} + \delta\,\alpha \qquad \text{para} \quad \delta > \varepsilon \qquad [32\ a]$$

$$\frac{t_{dif}}{t_0} = 1 \qquad \text{para} \quad \delta \leq \varepsilon$$

$$\alpha = arcsen\left(\frac{\delta + \sqrt{\delta^2 - (\delta^2 - \varepsilon^2)(1 + \varepsilon^2)}}{1 + \varepsilon^2}\right) \qquad \text{para} \quad \delta > \varepsilon \qquad [32\ b]$$

$$\alpha = 0 \qquad \text{para} \quad \delta \leq \varepsilon$$

Como t_{dif} se mide y t_0 es conocido, el cociente $\frac{t_{dif}}{t_0}$ se puede calcular. Por otra parte ε se conoce. Entonces, a partir de las ecuaciones [32] se puede hallar el cociente δ entre el radio interno desconocido y el radio externo conocido y una vez determinado δ se obtiene $R_i = \delta\ R_e$.

Una expresión aproximada que puede utilizarse como semilla en un proceso iterativo de solución de las ecuaciones no lineales [32] es la siguiente, donde $\beta = arctg\ \varepsilon$:

$$\delta \cong \sqrt{\varepsilon^2 + \frac{\left(\frac{t_{dif}}{t_0} - 1\right)}{\frac{\pi}{2} - (1 + \beta)}} \qquad \text{para} \quad \delta > \varepsilon \qquad [33]$$

Todas las aplicaciones revisadas hasta este momento se relacionan de una u otra forma con la detección de cavidades y cuando resulta posible, con la estimación de las

---

[160] R. Suárez-Antola, Vibraciones mecánicas en sistemas continuos y ensayos no destructivos mediante ultrasonidos, Informe Técnico, Laboratorio de Vibraciones y Ultrasonidos, Departamento de Física, Facultad de Humanidades y Ciencias, Universidad de la República de Uruguay, 1976. En este informe se aplica la teoría geométrica de la difracción en la estimación del radio interno de una columna hueca de fundición, puesta en servicio a comienzos del último cuarto del siglo XIX.

dimensiones de esas cavidades en el interior del hormigón, en base a la difracción de los rayos acústicos en la frontera entre el hormigón y el aire.
La acústica geométrica basada en la generalización del Principio de Fermat estudiada en 5.2.3.1 se puede aplicar también cuando la frontera se establece entre dos hormigones que difieren en sus velocidades de propagación de los pulsos ultrasónicos o entre el hormigón y el acero.
La Figura 5.20 muestra en su parte superior una capa de hormigón 1 cuya velocidad de propagación es v_1 apoyada en un semi espacio inferior de hormigón 2 cuya velocidad de propagación es v_2 . Suponemos que $v_1 < v_2$. Cuando la diferencia de velocidad es significativa se puede asumir que hay una diferencia en la calidad de los hormigones.
A menudo esa diferencia de velocidades puede atribuirse a una capa superior dañada.

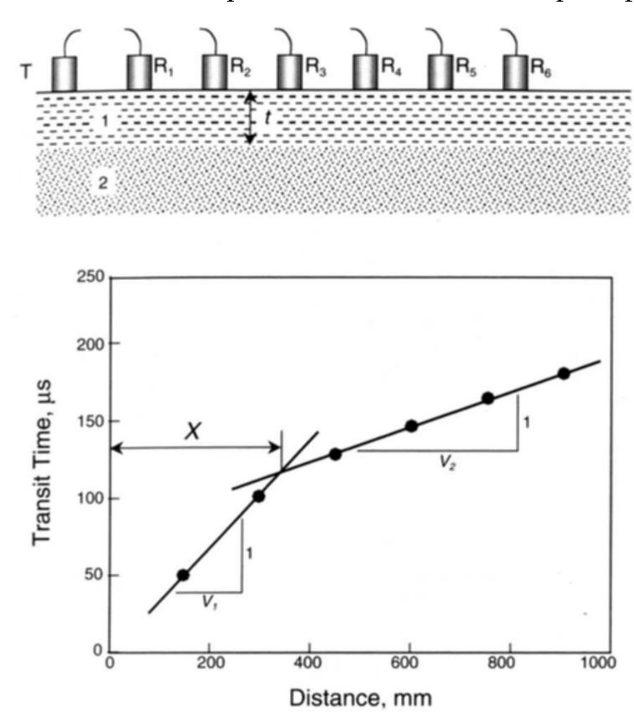


Figura 5.20 (Adaptada del Handbook of Nondestructive Testing of Concrete, capítulo 8: The ultrasonic pulse velocity method, CRC Press, Boca Raton, 2004.)

Se fija el emisor y se va colocando el receptor a diferentes distancias sobre una semirrecta cuyo origen se encuentra en el emisor. Se determinan los tiempos de tránsito t_p de los pulsos y se grafican para cada una de las distancias x entre el emisor y el receptor, como muestra la parte inferior de la Figura 5.20.
Si el espesor de la capa superior y la velocidad de propagación de las ondas mecánicas en esta capa se mantienen constantes, el tiempo de tránsito aumenta proporcionalmente con la distancia x con una pendiente $\frac{1}{v_1}$ hasta que esa distancia alcanza un valor crítico X .
A partir de esa distancia t_p aumenta linealmente con x pero la pendiente pasa a ser $\frac{1}{v_2}$.
En estas circunstancias el espesor h de la capa se puede estimar mediante la fórmula:

$$h = \frac{X}{2} \sqrt{\frac{v_2 - v_1}{v_2 + v_1}} \qquad [34]$$

Mientras x se mantiene menor que X el rayo que viaja directo del emisor al receptor en la interfaz hormigón-aire es el que emplea el tiempo mínimo. Pero cuando x supera el

valor crítico X el tiempo mínimo corresponde a un rayo que desciende por un segmento de recta con velocidad v_1 desde el emisor a la interfaz entre los dos hormigones, viaja durante una cierta distancia adyacente a la interfaz entre hormigones con velocidad v_2 y luego asciende por un segmento de recta con velocidad v_1 hasta alcanzar el receptor.
Como vimos en 5.2.3.1, las curvas extremas (de tiempo mínimo) que unen dos puntos en el interior de un medio homogéneo son segmentos de recta, y en una interfaz las curvas extremas (de tiempo mínimo) que unen dos puntos son curvas de distancia mínima. En este caso en el cual la interfaz se representa mediante un plano, esas curvas son segmentos de recta. Por tanto, un rayo compuesto por tres segmentos de recta es una trayectoria admisible cuando se aplica el Principio de Fermat generalizado.
La distancia crítica X se halla experimentalmente. Se ajustan por mínimos cuadrados los parámetros de las dos rectas a partir de los valores medidos de distancia y tiempos de tránsito. Se halla la abscisa donde se intersecan estas dos rectas: esa es la distancia crítica que aparece en la fórmula [34] para el espesor h de la capa superior de inferior calidad. A partir de las pendientes de las rectas se calculan las velocidades de propagación en cada hormigón. Se obtienen de esta forma todos los parámetros requeridos para aplicar [34].

El método descripto previamente presupone que la capa dañada ocupa una extensión relativamente grande del material, y que se la puede tratar como homogénea y de espesor constante. Si alguna de estas suposiciones no se cumple, es necesario modificar el procedimiento para estimar los espesores de las zonas presumiblemente dañadas.

Si se pueden medir tiempos de tránsito a la vez en transmisión directa y en transmisión indirecta, a veces se puede estimar el espesor h de una zona dañada o una zona de segregación en panal de abejas de pequeña extensión aplicando la fórmula: [161]

$$h = L\left(\frac{\frac{t_d}{t_0}-1}{\frac{v_0}{v_d}-1}\right) \qquad [35]$$

En esta fórmula L es la distancia a través del espesor del miembro estructural ensayado, perpendicular a la superficie del hormigón dañado o con segregaciones en forma de panal de abejas, t_0 es el tiempo de tránsito cuando los pulsos atraviesan la distancia L de hormigón no dañado, $v_0 = \frac{L}{t_0}$ es la velocidad en el hormigón no dañado, t_d es el tiempo de tránsito medido con pulsos que atraviesan una distancia L de una combinación del material dañado con material no dañado y v_d es una estimación de la velocidad de propagación en la zona dañada a partir de medidas obtenidas en transmisión indirecta. En la parte de 5.2.3.3 donde se estudian los ensayos para estimar los efectos del fuego sobre la velocidad de propagación en los hormigones se discutirán los límites de aplicabilidad de la fórmula [35].

Cuando la capa dañada es lo bastante extensa, su profundidad varía suavemente, y se puede suponer que las velocidades de propagación son constantes, hay una extensión del método que conduce a la fórmula [34] que se aplica en geofísica para determinar

[161] R. Jones y I. Facaoaru, Recommendations for testing concrete by the ultrasonic pulse method. Matériaux et Constructions, 2(10):275-284, 1969.

espesores variables. [162] No se lo aplica rutinariamente en el ensayo ultrasónico de hormigones.

Si la velocidad de propagación varía con la profundidad en el hormigón, la curvatura de los rayos se puede determinar aplicando el marco teórico revisado en 5.2.3.1. Para una losa de pavimento cuya calidad disminuye con la profundidad z medida desde la superficie se tiene: [163] $c(z) = c_0(1 - \beta\, z)$.

La ecuación de la trayectoria $x = f(z)$ de un rayo acústico ubicado en el plano vertical $x - z$ y que pasa por el punto $(x_0, 0, z_0)$ con un ángulo $\theta(z_0)$ respecto del eje vertical z viene dada por la fórmula [24].

Si h es la profundidad de la losa el tiempo de tránsito desde un punto E (emisor) situado en la superficie hasta el punto de llegada F_1 del rayo al fondo de la losa viene dado por la fórmula: $t_{E\to F_1} = \int_0^h \frac{\sqrt{1+\left(\frac{df}{dz}\right)^2}}{c_0(1-\beta\, z)} dz = \frac{1}{\beta\, c_0} \left\{ log_e \frac{\left(tg\frac{\theta(0)}{2}\right)}{(tg\ arcsen[(1-\beta\, h) sen\theta(0)\ ])} \right\}$

Si $\beta = 0$ el tiempo de tránsito entre la superficie (punto E) y el fondo (punto G_1), partiendo el rayo con el mismo ángulo $\theta(0)$ con el eje vertical, es $t_{E\to G_1} = \frac{h}{c_0\ \cos\theta(0)}$

$$\frac{t_{E\to F_1}}{t_{E\to G_1}} = \frac{\cos\theta(0)}{\beta\, h} \left\{ log_e \frac{\left(tg\,\frac{\theta(0)}{2}\right)}{(tg\ arcsen[(1-\beta\, h) sen\theta(0)\ ])} \right\}$$

Se pueden cometer errores del orden del 15% en la predicción del tiempo de propagación entre un punto en la superficie y el punto correspondiente en el fondo de la losa, suponiendo un hormigón homogéneo con velocidad de propagación uniforme cuando en realidad la velocidad en el hormigón disminuye linealmente con la profundidad. [164]

Si se debe ensayar una masa muy grande de hormigón, como en una presa, buscando defectos que pueden encontrarse ubicados lejos de la superficie, se dispone de un método conocido como elipsoide de Kolstonski y Malecki. [165]

Este método presupone un hormigón que a la escala del ensayo se pueda considerar isótropo y homogéneo, y que la velocidad de propagación de las ondas mecánicas en el material es conocida. Los cabezales ultrasónicos emisor y receptor se aplican en forma sucesiva en un conjunto de pares de puntos de prueba sobre la superficie del hormigón, abarcando un área lo bastante extensa. Dependiendo de los primeros resultados obtenidos y de los conocimientos sobre el material ensayado, llegado el caso se modifican las

[162] W. Pilant, Elastic Waves in the Earth, Elsevier, Amsterdam, 1979; W. Telford, L. Geldart, R. Sheriff y D. Keys, Applied Geophysics, Cambridge University Press, Cambridge, 1976; K. Aki y P. Richards, Quantitative Seismology, University Science Books, 2009.

[163] Como el fondo de la losa se encuentra sometido a tracción, algunos poros tienden a abrirse y algunas grietas tienden a extenderse. Estas modificaciones se combinan con posibles variaciones en el grado de compactación.

[164] R. Suárez-Antola, Vibraciones mecánicas en sistemas continuos y ensayos no destructivos mediante ultrasonidos, Informe Técnico, Laboratorio de Vibraciones y Ultrasonidos, Departamento de Física, Facultad de Humanidades y Ciencias, Universidad de la República de Uruguay, 1976.

[165] W. Kolstonski e I. Malecki, Ultrasonic method for the exploration of the properties and structure of mineral layers, Acustica **8**:307-314, 1958.

posiciones de los pares de puntos de prueba respecto del patrón superficial inicialmente proyectado.

Supongamos ahora que en cada uno de estos pares de puntos se obtiene un eco claro que se puede atribuir a la reflexión del pulso en una misma falla situada en el interior del material. Midiendo el tiempo de tránsito del emisor al receptor y multiplicándolo por la velocidad de propagación, se tiene la longitud del trayecto del pulso reflejado. No se conoce dónde se produjo la reflexión, pero se sabe que debe haber ocurrido en algún punto de medio elipsoide de revolución que tiene como focos los cabezales emisor y receptor en la superficie del hormigón y con un eje mayor cuya longitud es la mitad de la longitud del trayecto del pulso. Modificando la posición de los cabezales se obtiene otro medio elipsoide de revolución. Si la falla es pequeña los diferentes elipsoides se cortan aproximadamente en una región donde se encuentra la falla. Si la falla es muy extensa, la superficie envolvente de los distintos elipsoides corresponde a la falla que se desea ubicar.

5.2.3.3 **Efectos del fuego sobre la velocidad de propagación. Modelo tomográfico simplificado para estimar la sección útil de un pilar basado en los tiempos de tránsito de los pulsos ultrasónicos. Planteo del problema matemático de la tomografía 3-D en hormigones.**

Entre las modificaciones en las propiedades del hormigón expuesto a temperaturas elevadas como las producidas durante los incendios se encuentra la disminución en la velocidad de propagación de los pulsos ultrasónicos. [166]

La Figura 5.21 muestra el efecto de la temperatura sobre la correlación resistencia vs. velocidad de propagación en hormigones enfriados lenta y rápidamente.

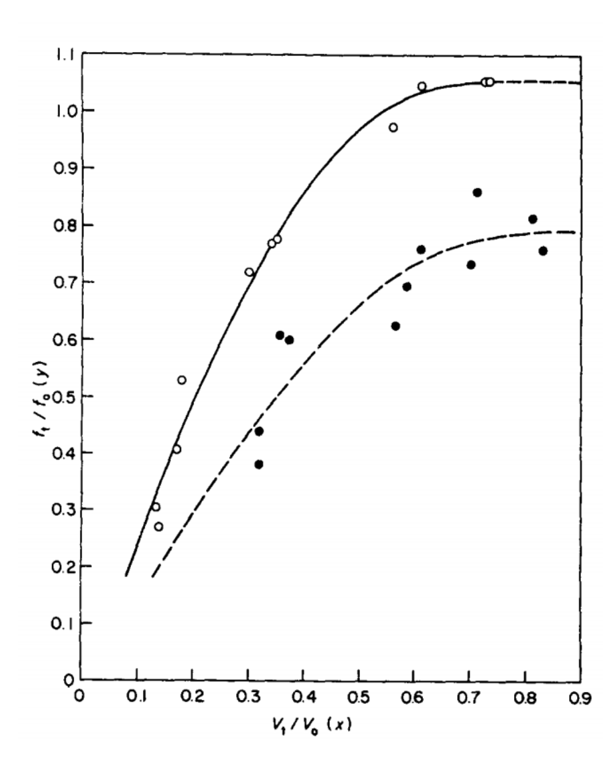


Figura 5.21 (Adaptada de H. Chung, Ultrasonic testing of concrete after exposure to high temperatures, NDT International, **18**(5):275-278, 1985.)

[166] H. Chung, Ultrasonic testing of concrete after exposure to high temperatures, NDT International, **18**(5):275-278, 1985.

En el eje de abscisas (x) se representó el cociente entre la velocidad de propagación V_t en cuerpos de prueba de hormigón, de 100×100×200 mm, calentados a una cierta temperatura y la velocidad de propagación en esos mismos cuerpos de prueba V_0 antes de ser calentado. Se utilizaron transductores de 54 kHz en transmisión directa.
En el eje de ordenadas (y) se representó el cociente entre la resistencia a la compresión f_t de un cuerpo de prueba calentado a una cierta temperatura y la resistencia f_0 de ese mismo cuerpo de prueba antes de ser calentado. Cada punto corresponde a un mismo cuerpo de prueba calentado a cierta temperatura. En general, a mayor temperatura le corresponde a un cociente $\frac{V_t}{V_0}$ menor.
Los círculos negros corresponden a probetas enfriadas bruscamente, mientras que los círculos blancos corresponden a probetas enfriadas lentamente en aire.
En ambos casos se observa que cuando las temperaturas son bajas (a la derecha de las gráficas) la disminución en la velocidad de propagación es mucho más marcada que la disminución en la resistencia.
En una probeta enfriada en el aire, luego de un calentamiento hasta 400º C la velocidad de propagación en el hormigón se reduce un 35% respecto de su valor antes del calentamiento, mientras que la resistencia a la compresión no varía en forma significativa o en algunos casos puede incrementarse. [167]
Siempre en cuerpos de prueba enfriados lentamente, cuando la temperatura alcanza los 600º C la velocidad de los pulsos se reduce en un 65% y a 800º C en un 85%. A temperaturas superiores a 600º C la resistencia a la compresión decrece más rápidamente que la velocidad debido a la micro fisuración y a la descomposición del gel de cemento hidratado.
Cuando el cuerpo de prueba es enfriado bruscamente con agua, cuando el hormigón se calienta a solo 400º C el choque térmico se asocia con una reducción en la resistencia a la compresión de 20%. Si el agua penetra en la red de fisuras y micro fisuras del material del cuerpo de prueba enfriado bruscamente y permanece allí un tiempo suficiente, por un lado, puede debilitar el gel de cemento y por el otro puede facilitar la propagación de los pulsos ultrasónicos incrementando su velocidad.

Considerando ahora el hormigón en una estructura. Un incendio destruye por calcinación los componentes en una región más o menos profunda del hormigón de los elementos estructurales alcanzados por el fuego. Los agregados gruesos en la superficie se fisuran y se pueden romper, afectando al mortero adyacente. Las fisuras que aparecen en el mortero y la dilatación de las armaduras con desprendimiento de sus capas de recubrimiento conducen a la disgregación de una región externa más o menos profunda dependiendo de las temperaturas de calentamiento y de la duración del calentamiento. El choque térmico asociado con un chorro de agua fría puede empeorar el deterioro de la región afectada.
En el Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja, se puso a punto un método no destructivo para evaluar la sección útil remanente de un miembro estructural sometido a fuego. Se basa en las mediciones de los tiempos de tránsito de pulsos ultrasónicos a través de las piezas afectadas.

[167] Dependiendo de las condiciones del material, por debajo de 400º C la resistencia puede llegar a incrementarse debido a un incremento en el grado de hidratación del cemento provocado por el calor.

Mediante un modelo matemático muy simplificado permite calcular la profundidad media de calcinación en los elementos estructurales ensayados. [168]

La Figura 5.22 muestra una parte de la estructura de una fábrica de montaje de automóviles que sufrió un incendio durante 3 horas y alcanzó temperaturas que se estimó estuvieron comprendidas entre los 700 y los 800° C. Resultaron afectados por el fuego 4000 m^2 aproximadamente.



Figura 5.22 (Tomada de A. Garay, Investigación por métodos ultrasónicos del estado de deterioro del hormigón de una estructura sometida a fuego) Las bandas horizontales que se ven en el pilar ubicado a la izquierda en la figura son un refrentado de yeso necesario para el ensayo ultrasónico.

Se ensayaron con pulsos ultrasónicos 80 pilares, 4 vigas principales de 20 m de luz y 12 vigas secundarias de 10 m de luz.

Debido a las perturbaciones que pueden producir sobre los tiempos de tránsito de los pulsos (interrupción total del haz ultrasónico o incremento en el tiempo de tránsito debido a efectos de difracción), se desprenden las capas superficiales fisuradas hasta alcanzar la capa dañada más profunda, por lo general adecuada para el ensayo ultrasónico.

La velocidad promedio $\bar{c}_N$ obtenida en pilares no afectados por el incendio y en testigos extraídos de las zonas internas no afectadas de los pilares sometidos a fuego, resultó con un valor de 4200 m/s.

La velocidad promedio $\bar{c}_Q$ obtenida en muestras de las capas superficiales afectadas por el incendio resultó con un valor de 1000 m/s.

[168] A. Garay, Investigación por métodos ultrasónicos del estado de deterioro del hormigón de una estructura sometida a fuego, Informes de la Construcción, **29**(286): 61–73, 1976.

La Figura 5.23 muestra un corte transversal de un pilar parcialmente calcinado, con un cabezal emisor y un cabezal receptor ubicados en los puntos P_i y P'_j dispuestos para transmisión directa.

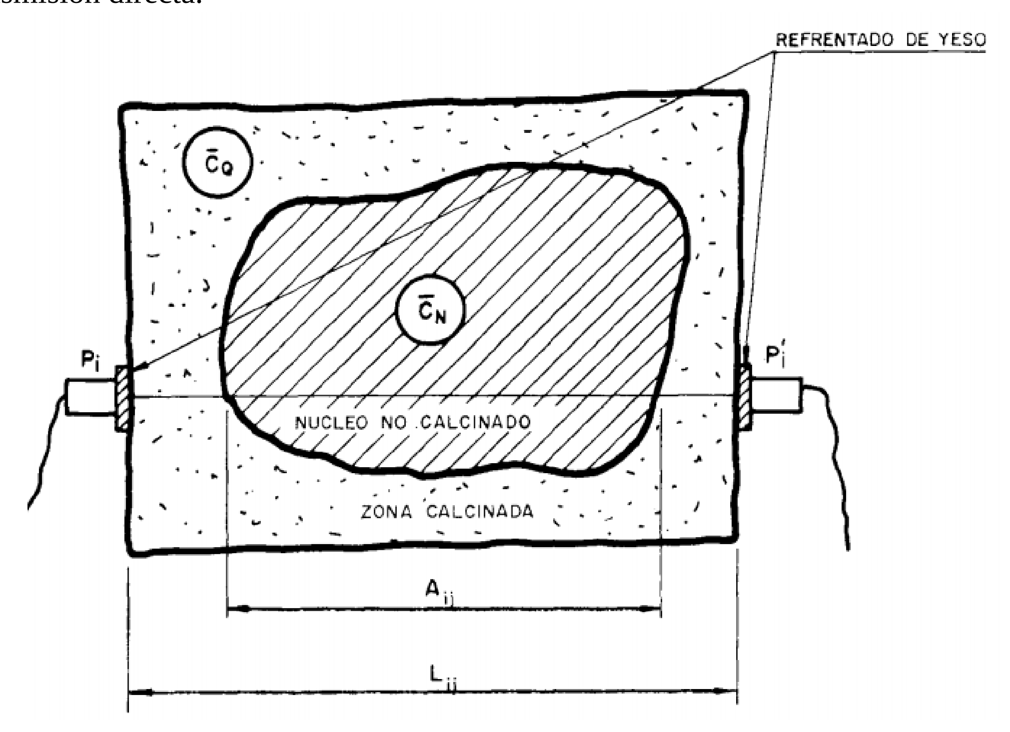


Figura 5.22

Se supone que el fuego afecta al hormigón hasta una profundidad máxima, estableciendo un gradiente de temperaturas que decrecen hacia el interior del hormigón, con un gradiente asociado de velocidades de propagación que crecen hacia el interior del material.

Si c_S es la velocidad en la superficie del material, c_N es la velocidad en el hormigón no dañado, h_Q es el espesor de la capa de hormigón dañado por el fuego y el eje x se dirige hacia el interior del material, perpendicularmente a la superficie y con el origen en dicha superficie, se asume un perfil de velocidad lineal:

$$c(x) = c_S + (c_N - c_S)\ \frac{x}{h_Q} \qquad [36]$$

El tiempo de tránsito t_Q a través de la capa dañada viene dado por la fórmula:

$$t_Q = \int_0^{h_Q} \frac{dx}{c(x)} = \int_0^{h_Q} \frac{dx}{c_S + (c_N - c_S)\frac{x}{h}} = \frac{h_Q}{(c_N - c_S)}\ log_e\left(\frac{c_N}{c_S}\right) = \frac{h_Q}{c_Q} \qquad [37]$$

En [37] introdujimos el *promedio logarítmico* como velocidad efectiva $c_Q = \frac{c_N - c_S}{log_e\left(\frac{c_N}{c_S}\right)}$ con la que deberían propagarse los pulsos para que el tiempo de tránsito sea el mismo que el insumido en atravesar un material cuya velocidad de propagación varía según [36].

Se verifican las desigualdades: $\sqrt{c_S c_N} < \frac{c_N - c_S}{log_e\left(\frac{c_N}{c_S}\right)} < \frac{1}{2}\ (c_S + c_N)$ cuando $c_S < c_N$ y en el límite cuando $c_S = c_N$ esas desigualdades se transforman en una igualdad. [169]

[169] F. Burk, The Geometric, Logarithmic, and Arithmetic Mean Inequality, The American Mathematical Monthly **94**(6): 527–528, 1987.

El tiempo de tránsito total a través de una extensión L de un material cualquiera, que presenta una extensión h de material dañado viene dado por la suma del tiempo de tránsito en el material dañado con el tiempo de tránsito en el material sin daño:

$t_d = \frac{h}{v_d} + \frac{(L-h)}{v_0}$ En ausencia de la zona dañada el tiempo de tránsito sería $t_0 = \frac{L}{v_0}$

De estas dos últimas igualdades se deduce la fórmula [35] para estimar la extensión h del daño. Ahora bien, si la velocidad de propagación en la zona dañada es efectivamente constante, ese es su valor promedio.

Pero si no lo es, como ocurre en el caso del hormigón atacado por el fuego, esa velocidad *no es el promedio de las velocidades* $\bar{v} = \frac{1}{h}\int_0^h v(x)\ dx$ sino que *es igual al promedio de* $\frac{1}{v(x)}$ es decir $\bar{\bar{v}} = \overline{\left(\frac{1}{v}\right)} = \frac{1}{h}\int_0^h \frac{1}{v(x)}\ dx$ La fórmula [35] continúa siendo válida siempre que la velocidad en el material dañado, cuando no es constante, se interprete como $\bar{\bar{v}}$ y no como $\bar{v}$. Cuando el perfil de velocidades en una capa dañada es lineal (fórmula [36]) y las velocidades en la superficie c_S y en el comienzo de la región no afectada por el fuego c_N no están próximas entre sí, como generalmente ocurre cuando el daño se debe al fuego, el promedio logarítmico no se puede sustituir sin más por el promedio aritmético.

Con esta salvedad podemos escribir el tiempo de tránsito de los pulsos ultrasónicos entre los puntos P_i y P'_j :

$$t_{i\,j} = \frac{A_{i\,j}}{\bar{c}_N} + \frac{(L_{i\,j} - A_{i\,j})}{\bar{c}_Q} \quad [38]$$

En esta fórmula, como muestra la Figura 5.22, $A_{i\,j}$ es la longitud del trayecto del rayo acústico a través del hormigón sano, $L_{i\,j}$ es la longitud del trayecto total del rayo acústico entre el emisor y el receptor, $\bar{c}_Q$ es un valor representativo de los promedios logarítmicos de la velocidad de propagación en las regiones dañadas por el fuego y $\bar{c}_N$ es un valor representativo de la velocidad de propagación en el hormigón no dañado.

La Figura 5.23 muestra los aspectos básicos del método de ensayo.

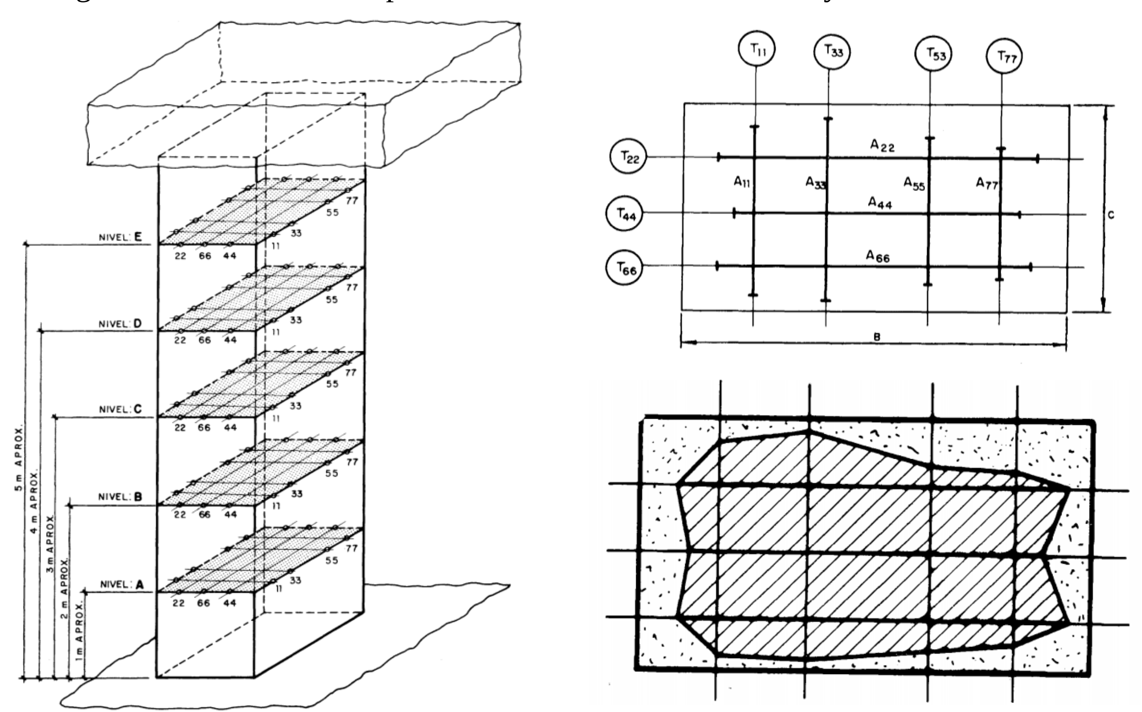


Figura 5.23

Si medimos $t_{i\,j}$ y $L_{i\,j}$, utilizando los valores representativos de $\bar{c}_N$ y $\bar{c}_Q$, determinamos la longitud del trayecto del rayo a través del hormigón no dañado:

$$A_{i\,j} = \frac{1}{\left(1-\frac{\bar{c}_Q}{\bar{c}_N}\right)} \left(L_{i\,j} - \bar{c}_Q\, t_{i\,j}\right) \qquad [39]$$

Para cada nivel elegido en el pilar que aparece a la izquierda en la Figura 5.23, definimos una grilla de puntos para ubicar los cabezales ultrasónicos. Medimos las distancias y los tiempos de tránsito entre cada par de puntos de ese nivel, no situados sobre la misma cara del pilar. Los detalles se pueden estudiar en el artículo de A. Garay citado.
Aplicando la fórmula [39] se determinan segmentos de hormigón sano que, en ausencia de información que sugiera lo contrario, se disponen simétricamente como muestra el esquema que aparece en la parte superior derecha de la figura. Uniendo los puntos extremos se obtiene una representación aproximada del área de hormigón normal rodeada por hormigón dañado, como aparece en la parte inferior derecha de la figura. De esta manera se puede estimar aproximadamente el porcentaje de reducción del área útil en cada nivel.

El método tomográfico, sumamente simplificado, puesto a punto en el Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja, presupone asignar una velocidad de propagación constante al hormigón calcinado y otra velocidad constante al hormigón sano. Ambas se deben determinar en forma independiente de los tiempos $t_{i\,j}$.
Las trayectorias de los rayos acústicos entre el emisor y el receptor se supone que son segmentos de recta.
Ahora revisaremos un modelo matemático que permite un planteamiento del problema de la tomografía 3-D de estructuras de hormigón determinando la distribución de las velocidades de propagación en el interior de un miembro estructural de hormigón armado.
Supongamos que un cuerpo material (por ejemplo, una pieza de hormigón) ocupa una región B del espacio tridimensional, y que ∂B es la superficie frontera de ese cuerpo con su ambiente.
Las ondas mecánicas se pueden propagar por su interior como ondas de volumen, y por su frontera como ondas de superficie.
Asumimos que el cuerpo es isótropo, pero no es homogéneo. Por este motivo, dado un punto $\vec{x}$ del cuerpo, la velocidad de propagación local c de las ondas puede variar de un punto a otro: $c = c(\vec{x})$
Dados dos puntos P y Q distintos entre sí y pertenecientes a ∂B, pero por lo demás cualesquiera, unimos esos dos puntos mediante una curva continua seccionalmente regular $\Gamma_{P\to Q}$ cualquiera, representada por la función vectorial de variable real $\vec{x} = \vec{x}(s)$ donde s representa la longitud de arco sobre esa curva.

El tiempo de tránsito de un pulso que parte de P y llega a Q siguiendo la *trayectoria virtual* $\Gamma_{P\to Q}$ viene dado por la fórmula: $t(\Gamma_{P\to Q}) = \int_{\Gamma_{P\to Q}} \frac{ds}{c(\vec{x}(s))}$

De acuerdo con el Principio de Fermat generalizado, la trayectoria real será aquella que haga extrema la integral del tiempo de tránsito.
Si $\mathcal{C}_{P\to Q}$ representa el conjunto de todas las curvas continuas y seccionalmente regulares que unen P con Q , entonces supondremos que el tiempo de tránsito medido cuando el

emisor se encuentra situado en P y el receptor se encuentra situado en Q viene dado por la expresión $t(P \to Q) = min_{\Gamma_{P\to Q} \epsilon \mathcal{C}_{P\to Q}} \left\{ \int_{\Gamma_{P\to Q}} \frac{ds}{c(\vec{x}(s))} \right\}$ donde el mínimo se toma sobre todas las curvas (trayectorias virtuales) que unen P con Q .
No se supone que las trayectorias reales de los rayos en el interior del cuerpo sean segmentos de recta. Los rayos acústicos se refractan en el campo de velocidades de propagación variables de un punto a otro, como se explicó en 5.2.3.1 (Acústica geométrica y Principio de Fermat generalizado). Sus trayectorias deben ser determinadas a partir de los resultados de las mediciones de los tiempos de tránsito.

El problema por resolver desde el punto de vista matemático es el siguiente: dados todos los posibles tiempos de tránsito $t(P \to Q)$ para todo par de puntos pertenecientes a la frontera del cuerpo, obtener el campo $c(\vec{x})$ de velocidades de propagación en cada punto del cuerpo.

Este problema pertenece la clase denominada de problemas inversos. Así formulado no es un *problema bien planteado o en todo caso bien condicionado* en el sentido matemático de esta expresión. [170]
Por lo tanto, no es adecuado para formularlo como problema computacional aplicable en la práctica. En el capítulo 6 se mencionarán planteos alternativos que reformulan este problema e introducen información adicional que permiten resolverlo para la práctica de los ensayos ultrasónicos de hormigones, con ciertas limitaciones.

5.2.3.4 **Correcciones debidas a la presencia de las armaduras.**
Un aspecto de importancia en los ensayos ultrasónicos en estructuras de hormigón armado es evitar en la medida de lo posible la perturbación que la presencia de armaduras o estribos puede provocar en los tiempos de tránsito.
Si las barras de refuerzo discurren en una dirección perpendicular a la trayectoria del pulso y la suma de los diámetros de las barras es pequeña en relación con la longitud de la trayectoria, el efecto no suele ser significativo.
Pero si las barras de refuerzo se encuentran a lo largo o en paralelo a la trayectoria del pulso, el efecto puede ser muy significativo. No sólo se ven afectadas las mediciones tomadas a lo largo de las barras de refuerzo, sino también las que se encuentran en las proximidades de las barras.
El primer pulso que toma un camino indirecto a través de la barra de refuerzo puede llegar al receptor antes que el que recorre el camino directo a través del hormigón, lo que da como resultado un tiempo de tránsito aparente más corto.
En el artículo del Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja citado, se explica cómo se seleccionaron los puntos de la grilla para medir tiempos de tránsito, dependiendo del tipo de armado de los pilares, para evitar el efecto de las armaduras.
Si esto no es posible, se deben aplicar correcciones que vamos a considerar a continuación

[170] K. Kendall, An introduction to numerical analysis, Wiley, N.Y. 1989. Un problema que se puede replantear mediante una relación del tipo $F(x, y) = 0$ se denomina estable o bien planteado cuando la solución x del problema depende en forma continua de la variable y . El símbolo F que relaciona x con y puede ser una función, un sistema de ecuaciones diferenciales o uno de ecuaciones integrales. Cuando aparecen las soluciones buscadas como parte de un integrando, el problema por lo general, aunque pueda estar bien planteado, no está bien condicionado (sobre el número de condición de un problema ver el libro de Kendall) a menos de que se disponga de información adicional apropiada.

Cuando las barras se disponen perpendiculares a la dirección de propagación, la BS 1881, Parte 203 [171] sugiere una corrección a la velocidad de propagación medida c suponiendo que el pulso atraviesa las barras interpuestas directamente en su camino siguiendo sus diámetros $Q_i \;\; i = 1,2,\dots,n$.
Si c_a es la velocidad de los pulsos en el acero y $a_i \;\; i = 1,2,\dots,n$ son los diámetros de las barras, la velocidad corregida c_* verifica la ecuación, donde $L_a = \sum_{i=1}^{n} Q_i$ y L es la longitud total recorrida por el rayo acústico en el hormigón armado, la corrección sugerida por BS 1881 Parte 203 se puede reformular así:

$$c_* = \frac{\left(1-\frac{L_a}{L}\right)c}{1-\frac{L_a}{L}\frac{c}{c_a}} \qquad [40]$$

En un ensayo ultrasónico la corrección resulta menor que la que se desprende de [40] porque las barras no suelen estar perfectamente alineadas y porque solo una fracción de la energía acústica atraviesa las barras por sus diámetros.
La Figura 5.24 muestra una de las situaciones más comunes en las cuales el efecto de la barra sobre el tiempo de tránsito puede llegar a ser muy significativo.

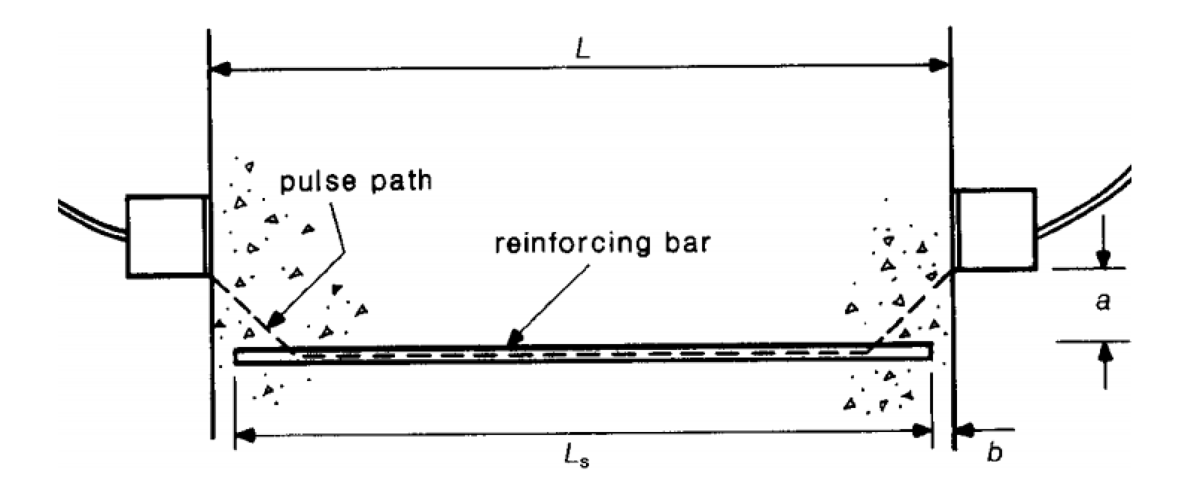


Figura 5.24 (Adaptado de J. Bungey, S. Millard y M. Grantham, Nondestructive testing of concrete structures, Taylor & Francis, New York, 2006.)

Los cabezales ultrasónicos están dispuestos para transmisión indirecta directa. La barra de refuerzo se ubica paralela a la dirección de propagación.
Aplicando la teoría de rayos basada en el Principio de Fermat generalizado, si la distancia entre la parte inferior del cabezal y la parte superior de la barra es a , como se ve en la Figura 5.24, se obtiene lo siguiente, donde L es la longitud total recorrida por el rayo acústico y T es el tiempo medido de propagación, de modo que $c = \frac{L}{T}$ es la velocidad medida:

$$\text{Si} \quad \frac{a}{L} \le \sqrt{\frac{c_a-c_*}{c_a+c_*}} \quad \text{se tiene} \quad c_* = \frac{c}{\sqrt{\left(\frac{c}{c_a}\right)^2+\left(\frac{L}{2\,a}\right)^2\left(1-\frac{c}{c_a}\right)^2}} \qquad [41]$$

Si $\frac{a}{L} > \sqrt{\frac{c_a-c_*}{c_a+c_*}}$ el acero no influye sobre la velocidad de propagación en el hormigón.

---

[171] BS 1881, Part 203, Recommendations for Measurement of Velocity of Ultrasonic Pulses in Concrete, British Standards Institution, London, 1986.

En la práctica se observa que para estar seguros de que el acero no influye sobre la velocidad de propagación $\frac{a}{L}$ debe ser por lo menos 0.25 .

Cuando es necesario emplear la fórmula [41] para hallar una velocidad corregida, surge una dificultad adicional.

Originalmente se supuso que la velocidad c_a que aparece en la fórmula debería ser igual a la velocidad de propagación en el acero en masa, 5900 m/s.

En BS 1881 Parte 203 se asumió que esa velocidad es algo menor, 5500 m/s.

La evidencia empírica muestra que la velocidad c_a depende del diámetro de la barra y su interacción con el hormigón que la rodea. Chung planteó una fórmula empírica que resume los resultados de sus experimentos: [172]

$$c_a(d) = 5.90 - \frac{d_0}{d}(5.90 - c_*) \qquad [42]$$

En esta fórmula d es el diámetro de la barra en mm y las velocidades de propagación se expresan en km/s y d_0 vale 10.4 mm.

El coeficiente de correlación para esta fórmula, ajustada por mínimos cuadrados, es 0.97.

Si se tiene en cuenta la fórmula [42] para la velocidad en la barra en función de su diámetro, la velocidad corregida en el hormigón viene dada *en forma implícita* por la expresión:

$$c_* = \frac{c}{\sqrt{\left(\frac{c}{c_a(d)}\right)^2 + \left(\frac{L}{2\,a}\right)^2 \left(1 - \frac{c}{c_a(d)}\right)^2}} \quad \text{siendo} \quad c_a(d) = 5.90 - \frac{10.4}{d}(5.90 - c_*) \qquad [43]$$

El diámetro mínimo de las barras utilizadas para obtener la fórmula empírica fue de 6.3 mm y el diámetro máximo fue de 100 mm.

Cuando el diámetro de la barra se encuentra por debajo de un valor umbral (10.4 mm en el caso de la fórmula de Chung), el efecto que eventualmente puede producir no puede ser detectado por el equipo que mide los tiempos de tránsito.

Además, Chung empleó transductores de 54 kHz para sus investigaciones, por lo cual la correlación [42] podría modificarse para frecuencias lo bastante diferentes.

Posteriormente Bungey continuó la investigación experimental de la influencia de las barras de refuerzo y discutió en forma crítica las correcciones propuestas. [173]

En suma, todavía hoy existe alguna controversia sobre el significado y la viabilidad de estas correcciones para la presencia de armaduras.

Lo que se mide parece ser el pulso que viaja a ambos lados de la interfaz entre envolvente de hormigón que rodea la barra y la barra misma, en lugar del pulso que se propaga a través de la masa del material (que es casi siempre el objetivo de las mediciones de los tiempos de tránsito de los pulsos ultrasónicos longitudinales en los hormigones).

En relación con esto último, el grado de adherencia entre el acero y el hormigón debe tenerse en cuenta al considerar la influencia de las barras de refuerzo en las mediciones ultrasónicas.

---

[172] H. Chung, Effects of embedded steel bars upon ultrasonic testing of concrete, Magazine of Concrete Research, 30(102):19-25, 1978.

[173] J. Bungey, The influence of reinforcement on ultrasonic pulse velocity testing, in V. Malhotra, Ed., In situ/Nondestructive testing of concrete, ACI SP **82**:229-238, 1984; J. Bungey, S. Millard y M. Grantham, Nondestructive testing of concrete structures, Taylor & Francis, New York, 2006.

Intentando trabajar dentro del marco de la acústica geométrica, como se hace en geofísica, se podría considerar dos capas superpuestas, la masa del hormigón (velocidad de fase c_1) y el hormigón adyacente a la barra de refuerzo (velocidad de fase $c_2 < c_1$) sobre un semi espacio infinito (velocidad de fase c_a) que representaría en forma muy idealizada a la barra de acero (Figura 5.25).

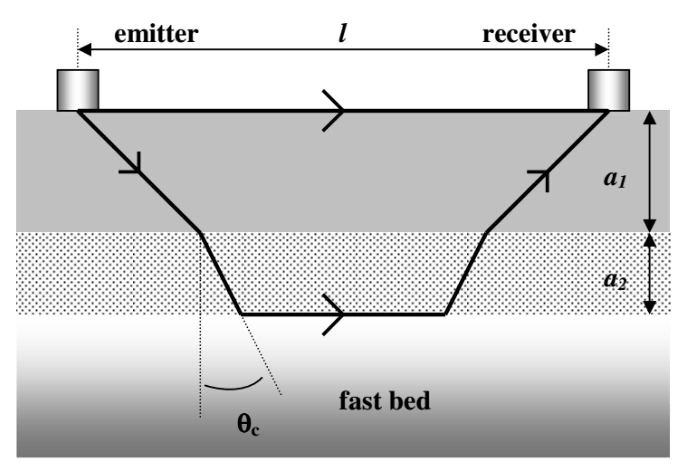


Figura 5.25 (Adaptada de R. Suárez-Antola, The meaning of transit times of ultrasonic pulses in NDT of concrete, IV Conferencia Panamericana de END, AAENDE, Buenos Aires, 2007.)

Pero esto es una simplificación demasiado grosera de la situación física que estamos considerando porque el radio de las barras es pequeño y las longitudes de onda de los pulsos son grandes en comparación con las otras escalas de longitud involucradas en la propagación de las ondas mecánicas.
Probemos entonces otro enfoque para estos problemas, dejando de lado la acústica geométrica y considerando los efectos debidos a las guías de ondas que aparecen en elementos de hormigón armado. Esta investigación del fundamento físico de la fórmula empírica de Chung nos conduce a considerar el último tema de este capítulo 5 del informe: la dispersión geométrica y la propagación de las ondas mecánicas en la interfaz entre el acero y el hormigón.

5.3 Efectos sobre la propagación de las ondas mecánicas debidos a las dimensiones transversales a la dirección de propagación: guías de ondas acústicas y acoplamiento de modos de propagación.

Durante la propagación de una onda mecánica en un medio acotado transversalmente respecto a la dirección de propagación, como el que muestra la Figura 5.26, la señal ultrasónica más rápida recibida, cuando el camino directo entre el emisor E y el receptor R no presenta solución de continuidad, es siempre un pulso de onda longitudinal directo. A esta señal temprana le siguen pulsos de ondas transversales y superficiales, de ondas longitudinales reflejadas, y de ondas longitudinales y transversales provenientes de procesos de conversión de modos.

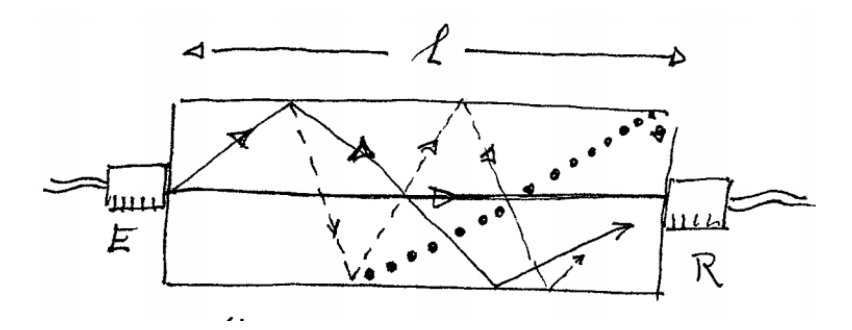


Figura 5.26

Para concretar, supongamos que el cuerpo considerado se encuentra rodeado de aire. Cuanto menor es la frecuencia de la onda portadora de la señal ultrasónica, más ancho es el lóbulo principal del patrón de emisión del transductor y mayor es la fracción de energía del pulso de ondas P que se refleja y sufre conversión de modos en la frontera del cuerpo. En consecuencia, son las componentes de mayor frecuencia del espectro del pulso las que aportan la mayor parte de la energía directa captada por el receptor.
Si la longitud de onda λ_P de las ondas longitudinales son comparables a la mínima dimensión transversal del cuerpo L_T, puede ocurrir que la velocidad de propagación que se mide no es la velocidad de fase de los pulsos sino un valor menor asociado a la denominada dispersión geométrica.
Cuando la longitud en dirección de la cual se produce la propagación es lo bastante grande respecto de las dimensiones transversales del cuerpo, las reflexiones y conversiones de modo reiteradas una y otra vez que ocurren en la frontera del cuerpo, pueden originar diferentes estados estacionarios de vibración transversal, cada uno de los cuales que se asocia con un modo de propagación: se forma así una guía de ondas acústica.
Los modos de propagación son para una guía de ondas lo que los modos normales de vibración son para un cuerpo acotado y se caracterizan por una relación entre la velocidad de fase c y la frecuencia de la onda ω, denominada relación de dispersión para el modo considerado:

$$f(c,\omega) = 0 \qquad [1]$$

Las soluciones de esta ecuación son las *curvas de dispersión* frecuencia-velocidad para el modo de propagación. Hay un patrón espacial característico de cada modo de propagación en la guía de ondas.
La velocidad de fase permite relacionar la frecuencia con el número de ondas $c = \frac{\omega}{k}$ pero como $c = c(\omega)$ el número de ondas y la frecuencia ya no son proporcionales el uno al otro. En general $\omega = \omega(k)$ es una relación no lineal.
Los resultados experimentales y el cálculo numérico de las componentes axial y radial del campo de desplazamientos en una barra sólida sugieren que en el caso de pulsos longitudinales de frecuencias ultrasónicas la barra se comporta, respecto de las ondas de dilatación o longitudinales (ondas P), como si fuera una guía de ondas casi-fluida, que alivia tensiones en la frontera y presenta pérdidas por conversión de modos. [174]
Es posible construir un modelo matemático de guía de ondas casi-fluida que reproduce *algunas características* de la propagación de las ondas longitudinales en una barra sólida.

---

[174] H. Mc Skimin, Propagation of Longitudinal Waves and Shear Waves in Cylindrical Rods at High Frequences, J. Acoust. Soc. Am., **238**:484-494, 1954.

A partir del modelo así construido se obtiene la siguiente aproximación a la relación de dispersión para los modos de propagación: [175]

$$c(\omega) = \frac{c_P}{\sqrt{1-\left(\frac{\omega_{MS}}{\omega}\right)^2}} \qquad [2]$$

Aparece una frecuencia de corte dada por la fórmula:

$$\omega_{MS} = \frac{\gamma\ c_P}{L_T} \qquad [3]$$

En [3] la longitud L_T es una dimensión transversal característica de la barra (su radio si la barra se puede representar mediante un cilindro uniforme) y γ es un coeficiente numérico que depende de la forma de la sección transversal de la barra y del modo de propagación considerado.
A partir de [2] y de $c = \frac{\omega}{k}$ se obtiene una relación aproximada $k = k(\omega)$.
De esta última relación se desprende que la velocidad de grupo correspondiente a un modo de propagación en una guía de ondas casi-fluida se puede aproximar mediante la expresión:

$$c_g(\omega) = c_P \sqrt{1-\left(\frac{\omega_{MS}}{\omega}\right)^2} \qquad [4]$$

Cuando la frecuencia angular es al menos un orden de magnitud numérica superior a ω_{MS} la velocidad de grupo coincide con la velocidad de las ondas longitudinales en el material no acotado.
Si la frecuencia angular se aproxima por arriba a ω_{MS} la velocidad de grupo tiende a cero. Por debajo de ω_{MS} la onda mecánica no puede viajar en el modo de propagación considerado.

En suma, un paquete de ondas en un medio dispersivo, como el aquí considerado, se propaga con una velocidad de grupo bien definida siempre y cuando el ancho de banda de la señal en torno a la frecuencia portadora sea lo suficientemente pequeño como para que, en ese intervalo de frecuencias, la variación relativa de la velocidad de fase sea pequeña respecto de la unidad. Si esta restricción no se cumple, el tren de ondas se distorsiona tanto al propagarse que el concepto de velocidad de grupo resulta inaplicable.

Que el fenómeno de dispersión se manifieste o no en la práctica depende de las relaciones entre la longitud ℓ del trayecto directo, la mínima dimensión transversal L_T y la longitud de onda λ_P .
La Figura 5.27 muestra dos longitudes de onda de órdenes de magnitud diferente que se propagan en un medio de sección transversal rectangular uno de cuyos lados es de un orden de magnitud inferior al otro. En este caso la longitud del trayecto se supone es mucho mayor que las dimensiones de una sección transversal.

[175] R. Suárez Antola, Dispersión de ondas ultrasónicas longitudinales en barras, Anales de las I Jornadas Iberoamericanas de Ultrasonidos, Cartagena de Indias, 1998.

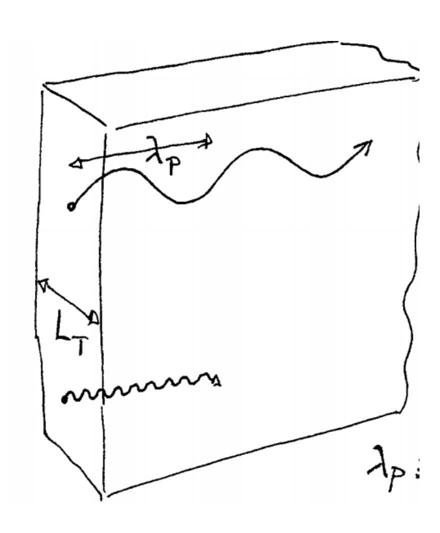


Figura 5.27

Si la longitud del trayecto es lo bastante pequeña respecto de la mínima dimensión transversal, cabe esperar que la velocidad medida corresponda a la velocidad de fase en el material no acotado. Pero aún con trayectos que no son mucho mayores que la mínima dimensión transversal, el fenómeno de dispersión geométrica puede estar presente.

La Figura 5.28 resume algunos aspectos de un experimento efectuado sobre madera. Con transductores para hormigón, de 54 kHz, se midió la velocidad de propagación en dirección transversal a las fibras. [176]

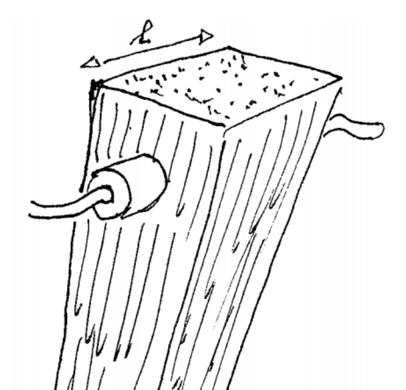


Tabla 1

Velocidades aparentes en madera (fibras perpendiculares a la dirección de propagación) (Suárez, 1975)

Dimensión Transversal (cm)	Velocidad (m/seg)
5,5	1.600
5	1.530
4,5	1.470
4	1.430

(En las condiciones del experimento, la otra dimensión transversal al pulso se puede considerar infinita)

Figura 5.28

Los cabezales se dispusieron enfrentados para transmisión directa. La Tabla1 presenta las velocidades de propagación medidas para cuatro valores de L_T . Se observa que la velocidad medida crece cuando L_T crece.
Como cabe suponer que la dispersión se produce en una modalidad de guía de ondas, la velocidad de propagación medida se interpreta como una velocidad de grupo.

A partir de [6] y [7] obtenemos: $$c_g^2 = c_P^2 - \left(\frac{\gamma^2 c_P^2}{\omega^2}\right)\frac{1}{L_T^2} \qquad [8]$$

[176] R. Suárez-Antola, Fundamentos del ensayo ultrasónico de los materiales heterogéneos, Informe Técnico, Laboratorio de Vibraciones y Ultrasonidos, Departamento de Física, Facultad de Humanidades y Ciencias, Universidad de la República, 1975.

Si ajustamos los parámetros de la regresión lineal $c_g^2 = a_0 + a_1 \frac{1}{L_T^2}$ a los datos experimentales que aparecen en la Tabla 1 obtenemos: $a_0 = 3{,}0575 \times 10^6 \, \frac{m^2}{s^2}$ y $a_1 = -16{,}585 \, \frac{m^4}{s^2}$ con un coeficiente de correlación $r = 0.97$.

Si interpretamos los parámetros de la regresión de acuerdo con la fórmula [8], a partir de a_0 hallamos $c_P = 1.748 \, \frac{m}{s}$ y como en este caso $\frac{\omega}{2\pi} = 54 \, kHz$ de a_1 obtenemos para el parámetro numérico $\gamma = 3{,}55$ dependiente del modo de propagación, para la geometría de esta guía de ondas.
La Figura 5.29 muestra, a vía de ejemplo, cómo varían las velocidades de propagación en un cubo de madera de haya según sea la dirección de propagación (anisotropía).

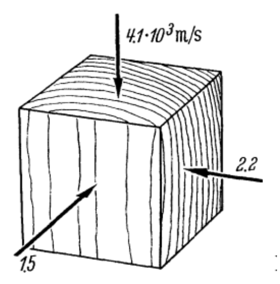


Figura 5.29 (Adaptada de Krautkrämer, Ultrasonic Testing of Materials, Springer, Berlin, 1990.)
Empleando los mismos cabezales de 54 kHz y 50 mm de diámetro utilizados para emitir y recibir pulsos ultrasónicos longitudinales en hormigones, Chung midió las velocidades de propagación en barras de acero de refuerzo de diferentes diámetros, en aire. [177]
La Tabla 2 resume los resultados experimentales.

Tabla 2

Velocidades aparentes en barras de refuerzo para hormigón en aire, (Chung, 1978)

Diámetro (mm)	Velocidad (m/seg)
6,3	5.180
12,7	5.350
19	5.480
25,4	5.500
38	5.690
100	5.840

Los pulsos se introducen por un cabezal acoplado en la cara plana de un extremo de la barra y son recibidos por un cabezal acoplado a la cara plana del otro extremo de la barra. Cuando el diámetro de la barra disminuye, disminuye la velocidad de propagación medida. Como el paquete de ondas longitudinales emitido es una señal de banda estrecha, la velocidad que se mide es una velocidad de grupo correspondiente a una frecuencia de 54 kHz. La barra actúa como guía de ondas: la variación de la velocidad de grupo de las

[177] H. Chung, Effects of embedded steel bars upon ultrasonic testing of concrete, Magazine of Concrete Research, 30(102):19-25, 1978.

ondas de dilatación con la variación del diámetro se debe fundamentalmente a un fenómeno de dispersión geométrica.
El caso investigado experimentalmente por Chung se puede modelar matemáticamente como una guía de ondas sólida con condiciones de contorno libre de esfuerzos (tensión cero en la cara curva de la barra). A partir de las ecuaciones de elastodinámica escritas en coordenadas cilíndricas (ecuaciones de Pochhammer), y asumiendo suficiente simetría para excluir soluciones que correspondan a vibraciones de flexión o torsión, se obtiene una infinidad numerable de *modos de propagación longitudinal* (asumiendo una guía de ondas infinita). Cada modo está dado por una relación de dispersión definida entre la frecuencia angular ω y el número de ondas k a lo largo del eje de la guía de ondas, y por un campo modal de desplazamientos. [178]
Si R es el radio de la barra, el número sin dimensiones $k\,R$ se puede relacionar con la velocidad de fase de las ondas P en la barra. Cuando el orden de magnitud numérica de $k\,R$ es muy pequeño respecto de la unidad la velocidad de fase y la de grupo se aproximan por encima a la velocidad de las ondas extensionales $c_E = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ (E es el módulo de Young y ρ es la densidad del acero), mientras que, si ese orden es muy grande respecto de la unidad, las velocidades de fase y de grupo se aproximan por debajo a la velocidad de las ondas P en el material no acotado: $c_P = \sqrt{\frac{K+\frac{4}{3}G}{\rho}}$ (G es el módulo de cizalla o rigidez transversal del acero y K es el módulo de incompresibilidad del acero).
En el modelo matemático de la barra no hay un modo de propagación que tenga este comportamiento. Si bien la velocidad de fase del modo de orden más bajo se aproxima por encima a c_E cuando $k\,R$ tiende a cero, cuando $k\,R$ tiende a infinito esa velocidad se aproxima a la velocidad de las ondas de Rayleigh en el acero. El campo de desplazamientos correspondiente se concentra en una capa delgada adyacente a la superficie curva de la barra (efecto pelicular).
Todos los demás modos presentan frecuencias de corte, debido a lo cual, cuando $k\,R$ tiende a cero no transportan energía mecánica.
Cuando $k\,R$ tiende a infinito las velocidades de fase y de grupo de los modos de órdenes más bajos tienden a la velocidad de las ondas S en el acero $c_T = c_S = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$ mientras que las velocidades de propagación de modos de órdenes superiores al de éstos tiende a la velocidad de las ondas P (de dilatación o longitudinales) $c_P = c_L$.
La energía mecánica introducida en la barra se distribuye entre los diferentes modos de propagación posibles, y esta distribución varía con $k\,R$. [179]

---

[178] H. Mc Skimin, Propagation of longitudinal waves and shear waves in cylindrical rods at high frequencies. J. Acoustical Soc. of America, **28** (3):484-494, 1956; H. Kolsky, Stress waves in solids, Dover, New York, 1963; P. Laura, Introducción a la Teoría de Vibraciones de Sistemas Discretos y Continuos, EUDEBA, Buenos Aires, 1973; K. Graff, Wave Motion in Elastic Solids, Dover, New York, 1991; D. Royer y T. Valier-Brasier, Elastic Waves in Solids, Volumen 1, ISTE y Wiley, London y New York, 2022.

[179] R. Suárez-Antola y D. Suárez-Bagnasco, Mode Coupling and the Geometric Dispersion of Longitudinal Acoustic Signals in Solid Waveguides: An Analytical Approach, TRB0287, **10**:54-63, Proceedings of the XVI Brazilian Congress of Mechanical Engineering, Uberlândia, MG, Brazil, 2001.

Entonces, la velocidad medida para cada diámetro de la barra corresponde a la máxima velocidad de grupo de los modos excitados por el emisor, que alcanzan el receptor, generando una señal de voltaje supra umbral.
La dependencia temporal de la señal de entrada elastodinámica se puede aproximar mediante una sinusoide amortiguada de frecuencia portadora 54 kHz. La señal de voltaje producida en el receptor emerge de un valor promedio del campo elastodinámico que llega al extremo de la barra. Cuando se visualiza la señal de voltaje que produce el receptor, se observa un patrón complejo de oscilaciones moduladas en frecuencia y en intensidad, que corresponde a ondas longitudinales, transversales y de superficie. Esto se verá en el capítulo 6 del informe. Pero como el pulso que entra en la barra es de banda estrecha en torno de la frecuencia de 54 kHz, y la frecuencia de resonancia del receptor es de 54 kHz, la portadora del paquete de ondas longitudinales que llega al receptor y produce una señal de voltaje por encima del umbral de detección, no difiere mucho de esta frecuencia.
Para describir analíticamente, de la manera más simple, la relación entre la velocidad de grupo y el radio de la barra se puede recurrir a un concepto teórico desarrollado para describir procesos en electrónica de microondas y denominado *acoplamiento de modos de propagación*.
Pese a sus ventajas cuando se trata de construir modelos matemáticos a la vez analíticos y simples, el acoplamiento de modos ha sido muy poco utilizado en la teoría de la propagación de ondas mecánicas en sólidos, en parte debido a la importancia y la dominancia que adquirieron los modelos numéricos ab-initio. [180]
Cuando se construyen las relaciones de dispersión $\omega = \omega(k)$ correspondientes a modos de propagación en una barra sometida a las denominadas condiciones de frontera mixtas, el acoplamiento de estos modos produce modos emergentes que se pueden emplear para describir varias características de los modos de propagación en una barra libre de esfuerzos en su cara curva. [181]
Si las relaciones de dispersión de dos modos de propagación se intersecan en el plano $\omega - k$, los modos se pueden acoplar a través de una transferencia de energía que se produce en la superficie de la barra. Del acoplamiento emergen dos nuevos modos de propagación que sustituyen en la barra a los modos no acoplados.
Por ejemplo, la relación de dispersión de uno de los modos puede ser $\omega_1(k) = c_E\, k$ y la relación de dispersión del otro modo puede ser $\omega_2(k) = \sqrt{\omega_c^2 + c_S^2\, k^2}$. La velocidad c_E de las ondas extensionales en el acero es mayor que la velocidad c_S de las ondas de cizalla, de modo que estas curvas de dispersión se cortan para $k = k_0 = \frac{\omega_c}{\sqrt{c_E^2 - c_S^2}}$

El acoplamiento de modos se puede representar mediante un modelo unidimensional de propagación a lo largo del eje z de la barra:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}A - \frac{1}{c_E^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}A = K\,\frac{\partial^2}{\partial z^2}B \quad [9\text{ a}] \qquad \frac{\partial^2}{\partial z^2}B - \frac{1}{c_S^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}B - \frac{\omega_c^2}{c_S^2}B = K\,\frac{\partial^2}{\partial z^2}A \quad [9\text{ b}]$$

[180] C. Conca y G. Gatica, Numerical methods in mechanics, CRC, Boca Raton, 1997; J. Rose, Ultrasonic guided waves in solid media, Cambridge University Press, Cambridge, 2014.

[181] B. Auld, Acoustic Waves and Fields in Solids, volume 2, Wiley, N.Y., 1973; J. Achenbach, Wave propagation in elastic solids, Noth-Holland, Amsterdam, 1973.

En estas ecuaciones $A(t,z)$ es la amplitud del modo extensional y $B(t,z)$ es la amplitud del modo de cizalla mientras que K es la constante de acoplamiento entre los modos.
Busquemos una solución tentativa (ansatz) para este par de ecuaciones a derivadas parciales de la forma:

$$A(t,z) = C(k)\, cos(\omega\, t - k\, z + \varphi) \quad \text{y} \quad B(t,z) = D(k)\, cos(\omega\, t - k\, z + \varphi)$$

Sustituyendo este ansatz en las ecuaciones [9] resulta que podemos construir una solución no trivial siempre y cuando:

$$\left(\frac{\omega^2}{c_E^2} - k^2\right)\left(\frac{\omega^2 - \omega_c^2}{c_S^2} - k^2\right) = K^2\, k^4 \qquad [10]$$

A partir de [10] resulta la siguiente ecuación para el valor asintótico $c_{as} = \lim_{k \to +\infty} \frac{\omega}{k}$:

$$\left(\frac{c_{as}^2}{c_E^2} - 1\right)\left(\frac{c_{as}^2}{c_S^2} - 1\right) = K^2 \qquad [11]$$

Para que este modelo describa los resultados experimentales elegimos la constante de acoplamiento tal que $c_{as} = c_P$ sea una solución positiva de [11].
Entonces $K = \sqrt{\left(\frac{c_P^2}{c_E^2} - 1\right)\left(\frac{c_P^2}{c_S^2} - 1\right)}$ debe ser positiva para que el efecto Poisson se produzca.
La segunda solución positiva de [11] corresponde a la velocidad de las ondas de Raleigh c_R en el acero y verifica la ecuación:

$$c_R^2 = c_E^2 + c_S^2 - c_P^2 \qquad [12]$$

Introduciendo las variables sin dimensiones $x = \frac{\omega\, R}{c_P}$, $y = k\, R$ y teniendo en cuenta que las frecuencias de corte verifican $\omega_c = \frac{\alpha_S\, c_S}{R}$ la ecuación [10] se puede reescribir así:

$$\left(\frac{c_P^2}{c_E^2}\, x^2 - y^2\right)\left(\frac{c_P^2}{c_S^2}\, x^2 - \alpha_S^2\right) = K^2\, y^4 \qquad [13]$$

Esta ecuación define dos *relaciones de dispersión* que, para $\alpha_S = 3{,}83$ y para una barra de acero con $c_S = 3230\ \frac{m}{s}$, $c_E = 5192\ \frac{m}{s}$ y $c_P = 5900\ \frac{m}{s}$ se representan a la izquierda de la Figura 5.30 y denominamos modo superior y modo inferior:

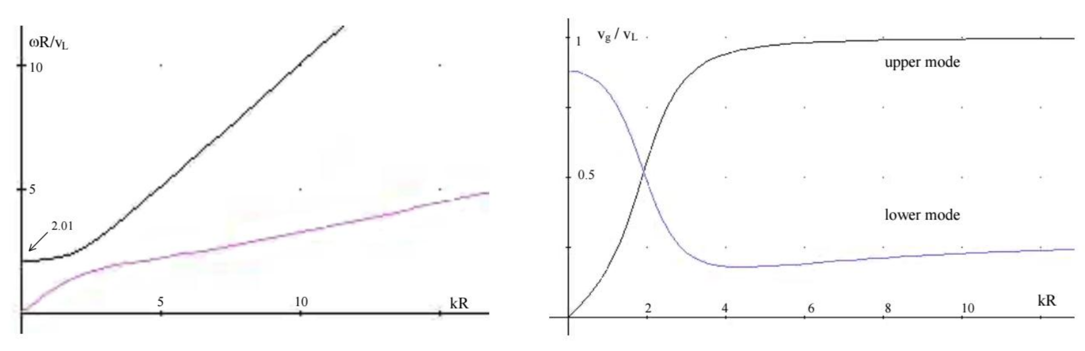


Figura 5.30 (Tomada de R. Suárez-Antola y D. Suárez-Bagnasco, Mode Coupling and the Geometric Dispersion of Longitudinal Acoustic Signals in Solid Waveguides: An Analytical Approach, 2001.)

La figura que aparece a la derecha muestra las velocidades de grupo relativas a c_P (en esa figura $c_P = v_L$) para cada modo, en función de $y = k\, R$.
La velocidad de grupo del modo inferior comienza, cuando $k\, R = 0$ en la velocidad de las ondas extensionales y disminuye hasta un mínimo a medida que $k\, R$ aumenta y luego crece levemente tendiendo a la velocidad de las ondas de superficie.
La velocidad del modo superior comienza de cero y aumenta monótonamente tendiendo a la velocidad de las ondas P en el material no acotado a medida que $k\, R$ crece.

Un modelo mejorado implica el acoplamiento de tres modos y conduce a una predicción mucho más precisa de las velocidades de grupo. [182] Eso se puede ver en la Figura 5.31 en la que $c_g = v_g$:

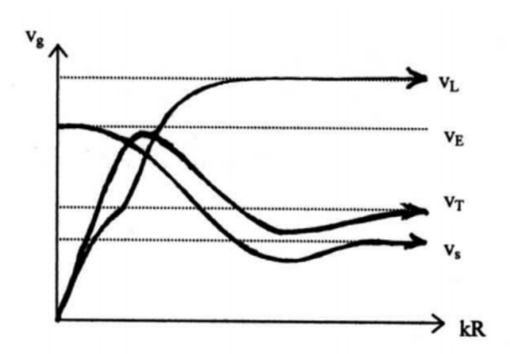


Figura 5.31 (Tomada de R. Suárez-Antola y D. Suárez-Bagnasco, Mode Coupling and the Geometric Dispersion of Longitudinal Acoustic Signals in Solid Waveguides: An Analytical Approach, 2001.)

En suma, en una barra de acero en aire, durante el tránsito de un paquete de ondas mecánicas se produce reflexión total y conversión de modos en la interfaz acero-aire, de modo tal que los esfuerzos mecánicos en la interfaz se reduzcan prácticamente a cero. El transductor receptor registra una señal compleja de voltaje en función del tiempo. La primera parte de esa señal corresponde a un paquete de ondas longitudinales, que es el primero en llegar. Es seguido por varios paquetes más lentos. El tiempo de tránsito del paquete de ondas longitudinales a lo largo de la barra aumenta cuando el diámetro de la barra disminuye. Por este motivo la velocidad aparente de las ondas ultrasónicas en la barra aumenta con el incremento del radio R *. Cuando el producto del número de ondas* k *correspondiente a la frecuencia portadora por el radio de la barra es muy pequeño respecto de la unidad, esa velocidad no difiere sustancialmente de la velocidad de las ondas extensionales en el acero. Cuando* $k\,R$ *es muy grande respecto de la unidad, esa velocidad no difiere sustancialmente de la velocidad de las ondas P en una masa de acero que se puede considerar como no acotada desde el punto de vista de la propagación de las ondas mecánicas.*

El modelo globalmente unidimensional lineal con dos o tres modos de propagación acoplados se puede extender a barras y a tubos de sección no necesariamente circular y a materiales tales que no se puede ignorar los efectos inelásticos sobre la propagación de los pulsos. [183]

[182] R. Suárez-Antola y D. Suárez-Bagnasco, Mode Coupling and the Geometric Dispersion of Longitudinal Acoustic Signals in Solid Waveguides: An Analytical Approach, TRB0287, **10**:54-63, Proceedings of the XVI Brazilian Congress of Mechanical Engineering, Uberlândia, MG, Brazil, 2001.

[183] R. Suárez-Ántola, Contributions to the theory of longitudinal vibrations and wave propagation in rods and tubes: I. A mathematical model for linear elastic and hereditary elastic solids, Proceedings of the XII International Symposium on Dynamic Problems in Mechanics (DINAME 2007), Varoto, P.S. and Trindade, M.A. (Editors), ABCM, Ilhabela, SP, 2007; R. Suárez-Antola, A reduced order model of wave propagation and vibrations in rods and tubes of uniform cross sections, Libro de Actas del Décimo Encuentro Internacional del Grupo Latinoamericano de Emisión Acústica, 221-232, Neuquén. 2019.

Consideremos ahora una barra de acero de refuerzo embebida en hormigón y bien adherida al material que la rodea. Ahora parte de la energía de un paquete de ondas longitudinales que se propaga a través del acero pierde continuamente energía a través de la interfaz acero-hormigón.
Una vez que las ondas atraviesan la interfaz hacia el hormigón, se difunden, reflejan y sufren conversión de modos una y otra vez entre los agregados y la pasta de cemento. Parte de esta energía vuelve hacia la interfaz hormigón-acero y parte de la energía que retorna puede quedar atrapada en la capa de hormigón adyacente a la barra, cuando las velocidades de propagación en esa capa son inferiores a las velocidades en la masa de hormigón que la rodea, debido a efectos de pared durante el llenado y el compactado.
De esta forma se genera un campo ondulatorio en la interfaz entre el hormigón y el acero, en la capa de hormigón de menor calidad adyacente al acero y en el acero adyacente a la interfaz con el hormigón. Ese campo se mueve paralelamente al eje de la barra y tiende rápidamente a cero en el hormigón a medida que aumenta la distancia al eje de la barra y en el acero a medida que disminuye esa distancia.
Se puede describir la propagación del pulso de ondas longitudinales que llega el primero al receptor, cuyo tiempo de tránsito influido por la barra de refuerzo se mide en un ensayo no destructivo, empleando un modelo de propagación en una guía de ondas casi fluida.
En lugar de la barra de acero en aire considerada hasta este momento, se asume una guía de ondas coaxial con la barra de acero, con un radio efectivo R_e mayor que el radio R de la barra y una velocidad de grupo $c_g(\omega) = c_{a,P} \frac{\sqrt{1-\left(\frac{\omega_{MS}(\omega)}{\omega}\right)^2}}{\left(1-\frac{\partial \omega_{MS}{}^2(\omega)}{\partial \omega^2}\right)}$ donde $c_{a,P}$ es la velocidad de las ondas P en el acero en masa y ω es la frecuencia portadora. [184]
La función $\omega_{MS}(\omega)$ se puede representar asintóticamente mediante la fórmula:

$$\omega_{MS}(\omega) \approx \omega_c \left(1 + \sum_{n=1}^{+\infty} q_n \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^n\right)$$

Si z_0 es el primer cero de la función de Bessel $J_0(z)$ de primera clase y orden cero (aproximadamente 2,40) se tiene: $\omega_c = \frac{\omega\, z_0}{R_e}$
El radio efectivo se puede relacionar con el radio de la barra mediante la fórmula:

$$R_e = R\left(\sqrt{1-\left(\frac{c^{\circ}{}_{h,P}}{c_{a,P}}\right)^2}\right)^{-1} \qquad [14]$$

Aquí $c^{\circ}{}_{h,P}$ es la velocidad de los pulsos longitudinales en la capa de hormigón adyacente a la barra. La velocidad de propagación en la masa del hormigón es $c_{h,P}$, mayor que $c^{\circ}{}_{h,P}$.

---

[184] R. Suárez-Antola y D. Suárez-Bagnasco, The influence of reinforcing steel bars on the measured longitudinal velocity of ultrasonic pulses in concrete: a simple mathematical model, Proceedings of the XV Brazilian Congress of Mechanical Engineering, ABCM, Aguas de Lindoia, SP, 1999.

Si la barra se encuentra en el vacío (en el aire para fines prácticos) $c^{\circ}_{h,P} = 0$ y en este caso la fórmula [14] predice que $R_e = R$ como debe ser.
Si $c^{\circ}_{h,P}$ se aproxima a $c_{a,P}$ el radio efectivo se aproxima a infinito de modo que en este caso tendremos, como debe ser, ondas de dilatación moviéndose sin dispersión geométrica en una masa no acotada de acero.

La fórmula empírica 5.2.[42] debida a Chung para la velocidad aparente del pulso ultrasónico en la barra de refuerzo, destinada a ser aplicada en la fórmula 5.2.[41] para hallar la velocidad corregida en la masa del hormigón reforzado, resulta como una aproximación a la fórmula para la velocidad de grupo del campo ondulatorio longitudinal:

$$c_g = c_{a,P} - \frac{R_*}{R}\left(c_{a,P} - c_{h,P}\right) \text{ si } R > R_* \quad \text{y} \quad c_g = c_{h,P} \text{ si } R \leq R_* \qquad [15]$$

En esta fórmula de Chung derivada del modelo de guía de ondas, aparece un radio crítico $R_* = \left(\frac{c_{a,P} - c^{\circ}_{h,P}}{c_{a,P} - c_{h,P}}\right) R_0$ proporcional a un radio $R_0 = \frac{z_0}{\omega} c_{a,P}$ en lugar del radio crítico empírico de la fórmula de Chung original.

Retornando a las correcciones a la velocidad de propagación medida en el hormigón, originadas en efectos debidos a las barras de refuerzo, para barras ubicadas en paralelo a la dirección de los pulsos la norma BS 4408 parte 5 sugiere una corrección que conduce a subestimar la velocidad de los pulsos en el hormigón armado.
La Figura 5.32 muestra una comparación entre el factor de corrección de la norma británica y el factor de corrección que se desprende de la fórmula de Chung, para un hormigón con $c_{h,P} = 4000\ \frac{m}{s}$.

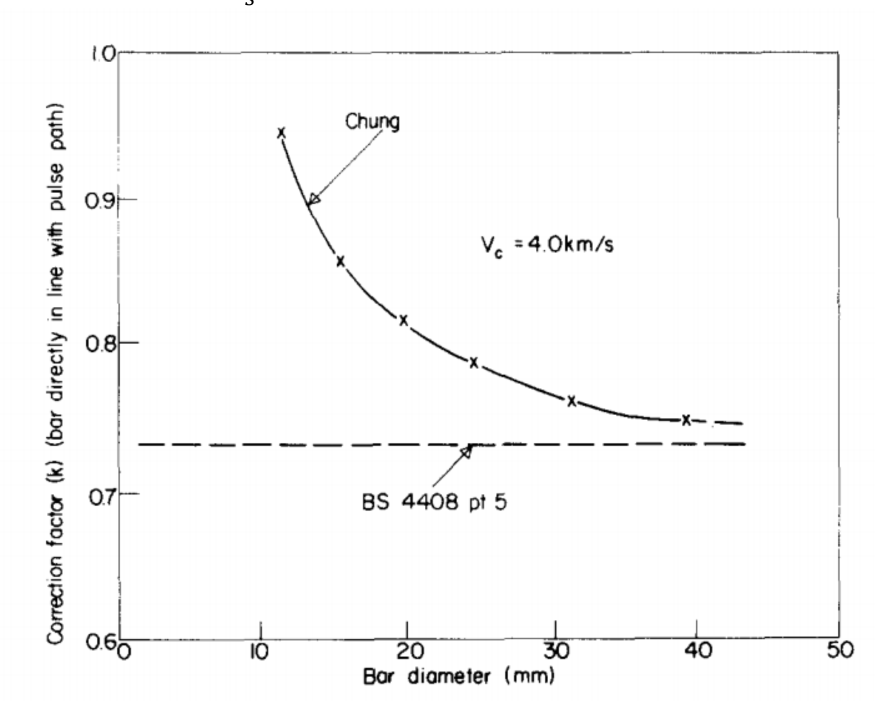


Figura 5.32 (Adaptada de J. Bungey, The validity of ultrasonic pulse velocity testing of in-place concrete for strength, NDT International, 296-300, 1980.)

En suma, de todo lo visto hasta este momento se desprende que, tanto en miembros estructurales de hormigón en masa como de hormigón armado, las dimensiones laterales respecto de la dirección de los pulsos pueden afectar a los tiempos de tránsito medidos.

De hecho, este efecto de dispersión geométrica se puede manifestar en el ensayo mediante ondas mecánicas de todo tipo de cuerpos sólidos, cuando la mínima dimensión lateral es del mismo o de un orden numérico inferior a la longitud de onda de la portadora.

La tabla 3 resume recomendaciones sobre dimensiones laterales y longitudes del trayecto de los pulsos, para tener en cuenta.

Tabla 3 (RILEM, Testing of concrete by the ultrasonic pulse method, Paris, 1972)

Frecuencia mínima del transductor en kHz	Dimensión lateral mínima o tamaño máximo del agregado en mm	Intervalos de longitudes de trayectoria en mm
60	70	100-700
40	150	200-1500
20	300	Más de 1500

5.4 Algunas conclusiones generales sobre los ensayos no destructivos de hormigones basados en los tiempos de tránsito de pulsos de ultrasonidos.

La heterogeneidad intrínseca del hormigón limita las frecuencias portadoras que se pueden utilizar a 250 kHz y menos (siendo 54 kHz la frecuencia más común).

Además, normalmente se requieren dos transductores, uno para la emisión de pulsos y otro para la recepción de pulsos. En la práctica, los cabezales para ensayos ultrasónicos de hormigón no son mucho más grandes (50 mm) que las habituales para metales.
La cara de contacto de un emisor cilíndrico común, cuyo diámetro es del orden de magnitud de la longitud de onda, irradia, además de ondas longitudinales, también ondas transversales y superficiales de intensidad apreciable.

La ausencia de cualquier efecto direccional en los transductores, así como la dispersión múltiple de las ondas en el interior del hormigón, permite, (en principio) acoplar directamente dos puntos cualesquiera sobre la superficie del cuerpo que se está ensayando. La señal ultrasónica más rápida recibida de esta manera es siempre un pulso de onda longitudinal directo. A esto le siguen pulsos de ondas transversales y superficiales, y ondas longitudinales reflejadas. También ondas provenientes de procesos de conversión de modos.

Para las pruebas de calidad del hormigón, la velocidad acústica longitudinal se determina midiendo la distancia entre los cabezales y el tiempo que tarda el pulso longitudinal directo en ir desde el emisor al receptor. Una velocidad más alta suele significar una mejor calidad del hormigón (resistencia, durabilidad y estabilidad dimensional).

5.4.1 *Algunas ventajas del método de ensayo por transmisión de pulsos ultrasónicos longitudinales de baja frecuencia (20 a 200 kHz).*

La determinación de la velocidad de propagación de pulsos longitudinales es un medio muy bueno para determinar la uniformidad del hormigón.

El procedimiento de ensayo es simple y los equipos disponibles en el mercado son bastante fáciles de utilizar, tanto en el laboratorio como en el campo.

Los procedimientos de ensayo han sido normalizados por agencias e instituciones a nivel de país y a nivel internacional.

La construcción de contornos de igual velocidad suministra, dentro de ciertos límites, un medio efectivo para detectar, localizar y dimensionar defectos tales como cavidades, cuerpos extraños, segregaciones y campo de micro fisuras.

Permite, dentro de ciertos límites, localizar y estimar la profundidad de fisuras significativas que terminan en la superficie del hormigón.

Permite determinar la sección útil de pilares o vigas de hormigón atacadas por el fuego, mediante métodos de tomografía ultrasónica.

Puede ser aplicado en hormigones para los cuales la correlación entre resistencia y velocidad de propagación se haya establecido previamente en forma experimental o bien puede usarse para una estimación relativa de las resistencias.

Permite monitorear el proceso de endurecimiento del hormigón.

Permite estimar el efecto de ataques químicos, ciclos de hielo-deshielo y efectos irreversibles asociados a sobrecargas.

5.4.2 A*lgunas limitaciones del método de ensayo por transmisión de pulsos ultrasónicos longitudinales de baja frecuencia (20 a 200 kHz).*

Para una estructura dada, solamente extrayendo testigos en zonas donde la velocidad de propagación ha sido medida, y la posterior determinación de la resistencia de estos testigos, aplicando las correcciones del caso, permiten una calibración a partir de la cual se pueden obtener estimaciones locales de resistencia utilizando las correspondientes velocidades de propagación locales.

El uso del método de los pulsos ultrasónicos para predecir en forma absoluta la resistencia local a la compresión del hormigón ensayado no resulta aconsejable. Esto se debe a que el número de variables que afectan la relación entre resistencia y velocidad es muy grande.

Una diferencia relativamente pequeña en la velocidad del pulso puede corresponder a una diferencia relativamente grande en la calidad del hormigón.

Si se ensaya hormigón reforzado, el refuerzo se debe evitar. De hecho, la mayor velocidad de los pulsos en el acero y las posibles deficiencias de compactación en las regiones muy reforzadas introducen una incertidumbre considerable. Por lo tanto, si no se puede evitar el refuerzo, puede ser necesario realizar algunas correcciones para estimar la velocidad del pulso longitudinal en la masa del hormigón.

El tamaño y la forma del cuerpo de hormigón ensayado puede influir sobre los resultados de las mediciones de la velocidad de propagación de los pulsos longitudinales.

La interpretación de los resultados de los ensayos, en la práctica, puede requerir la intervención de especialistas con formación específica en aspectos de resistencia de materiales, ciencia de materiales y propagación de ondas ultrasónicas en hormigones.

6. Ensayos no destructivos de hormigones basados en ondas mecánicas producidas por impactos y métodos relacionados

Los métodos de ensayo no destructivo que se estudian en este capítulo tienen tres cosas en común.
Generalmente abordan el elemento estructural o el pavimento a ensayar desde una misma cara.
Involucran el análisis del patrón temporal de la respuesta, ya sea a un impacto, ya sea a un pulso ultrasónico, registrada por uno, dos o más receptores.
Permiten trabajar con ondas P, con ondas S, con ondas R y con los otros tipos de ondas revisados en el capítulo 2 del presente informe.

Los métodos ultrasónicos basados en el registro de un eco proveniente de un defecto o de una superficie se emplean para medir espesores, detectar defectos y evaluar el estado de pilotes.
Cuando se dispone de un arreglo de transductores de características adecuadas, dispuestos en un marco móvil que ya de por sí ocupa una superficie lo bastante extensa, junto con un hardware y un software para coordinar tanto la emisión de pulsos ultrasónicos empleando uno o más transductores como la recepción y procesamiento (por el conjunto de los transductores dispuestos en el marco) de los ecos provenientes del interior del material (cara opuesta, armaduras, ductos para tendones de postensado, cavidades, inclusiones y otros defectos) se puede efectuar una verdadera tomografía ultrasónica de un elemento estructural o de un pavimento. [185]

Los métodos de impacto-eco también permiten la determinación de espesores, detectar defectos y evaluar el estado de pilotes. El impacto no alcanza la direccionalidad de un cabezal ultrasónico, debido a lo cual, en principio, el receptor registra ecos provenientes de muchas direcciones simultáneamente. Cuando se lo utiliza para ensayar un pilote, este actúa como guía de ondas, confinando la energía de las ondas mecánicas producidas por el impacto.

El método denominado de impacto-respuesta (ensayo de impedancia o por respuesta dinámica transitoria) es similar al método del impacto-eco. El impacto se produce con un martillo instrumentado o con un martillo que impacta sobre una celda de carga ubicada en la superficie del material, de modo de registrar la fuerza ejercida en función del tiempo,

[185] O. Büyüköztürk, Imaging of concrete structures, NDT & E Int **31**(4):233–243, 1998; M. Schickert, Progress in ultrasonic imaging of concrete, Mater. Struct. **38**(9):807–815, 2005; L. Perlin y R. Pinto, Ultrasonic tomography in concrete, IBRACON Structures and Materials **6**(2):246–69, 2013; J. Havugarurema, H. Choi, J. Bittner y J. Popovics, Comparison of ultrasonic imaging techniques for full-scale reinforced concrete. Transp. Res. Rec **2592**(1):126–135, 2016; N. Mita y T. Takiguchi, Principle of ultrasonic tomography for concrete structures and non-destructive inspection of concrete cover for reinforcement, Pacific Journal of Mathematics for Industry, 10:6, 2018; S. Hansen, P. Nkurunziza y E. Nsegiyumva, Damage Detection in Concrete Using Synthetic Aperture Focusing Technique, International Journal of Scientific Engineering and Science, **4**(2):40-47, 2020; W. Zatar, H. Nguyen y H. Nghiem, Ultrasonic pitch and catch technique for non-destructive testing of reinforced concrete slabs, J. of Infrastructure Preservation and Resilience, 1:12, 2020.

y simultáneamente se registra el movimiento de la superficie cerca del lugar del impacto. Se emplea fundamentalmente en el ensayo de pilotes y losas.

Finalmente, el método de ensayo no destructivo basado en el análisis espectral de las ondas de superficie emplea un generador de impacto y dos receptores para estudiar pavimentos y en general sistemas estratificados en geotecnia, con el propósito de determinar espesores y módulos de elasticidad.

6.1 Ensayo ultrasónico pulso-eco mediante ondas P y ondas S. Ruido estructural y elección estadística del umbral de señal.

En la versión más simple y antigua del método denominado de pulso-eco se introduce en el material un paquete de ondas mecánicas longitudinales (ondas P) mediante un emisor ubicado en una superficie del cuerpo ensayado. Las ondas se reflejan en defectos internos o en interfaces (por ejemplo, en una losa, se reflejan en la cara opuesta a aquella donde se encuentra el emisor) y regresan a la superficie de la cual partieron para ser captados allí ya sea por el mismo transductor que introdujo las ondas, ya sea por otro transductor actuando como receptor.

La Figura 6.1 muestra las dos variantes del método del pulso-eco: a la izquierda se muestra un esquema del ensayo mediante un transductor reversible que emite y recibe a la vez, mientras que a la derecha se puede ver un esquema de un ensayo que usa dos transductores próximos, uno para emitir y el otro para recibir pulsos de ondas ultrasónicas.

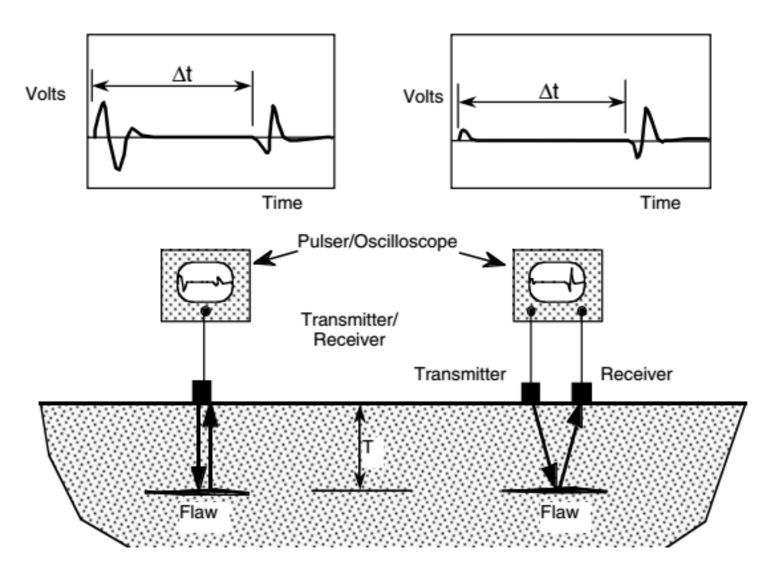


Figura 6.1 (Adaptada del Handbook of Nondestructive Testing of Concrete, capítulo 14: Stress wave propagation methods, CRC Press, Boca Raton, 2004.)

En una pantalla de osciloscopio se presentan voltajes en función del tiempo. A la izquierda aparece primero el pulso de voltaje aplicado al transductor emisor y luego de cierto intervalo de tiempo Δt aparece el pulso de voltaje producido en el transductor receptor cuando llega el paquete de ondas mecánicas reflejado. A la derecha aparece una señal que indica el instante en el cual el transductor emisor se activa seguido luego de un intervalo de tiempo Δt por el pulso de voltaje producido en el transductor receptor cuando llega el paquete de ondas mecánicas reflejado.
En la figura 6.1 se representó una falla ubicada a una profundidad T .

Si el transductor es reversible y c_P es la velocidad de las ondas P en el material:

$$T = \frac{1}{2}\,\Delta t\; c_P \qquad [1]$$

Si hay un emisor y un receptor separados por una distancia l_0 :

$$T = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\,\Delta t\; c_P\right)^2 - \left(\frac{l_0}{2}\right)^2} \qquad [2]$$

En la Figura 6.3 se grafica una forma de onda de voltaje obtenida por reflexión de un pulso ultrasónico en la cara inferior de una losa de hormigón de 0,235 m de espesor empleando un emisor y un receptor situados muy próximos sobre la cara superior de la losa.

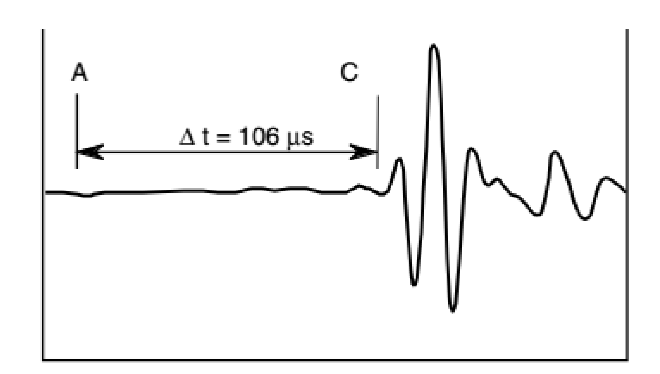


Figura 6.3 (Adaptada de H. Thornton y A. Alexander, Development of nondestructive testing systems for in-situ evaluation of concrete structures, Tech. Rep. REMR-CS-10, Waterways Exp. Sta., U.S. Army Corps of Engineers, December 1987.)

En el eje de abscisas se representa el tiempo y en el eje de ordenadas se representa el voltaje. La letra A indica el inicio del pulso introducido en el material y la letra C indica el inicio del pulso reflejado en el fondo de la losa. El tiempo insumido en el viaje de ida y vuelta es $\Delta t = 106\,\mu s$. Como en este caso se conoce $T = 0{,}235\,m$ y se puede despreciar el término $\left(\frac{l_0}{2}\right)^2$ en la fórmula [2], se puede estimar la velocidad de las ondas P en el hormigón ensayado a partir de la fórmula [1]: $c_P = \frac{2\,T}{\Delta t} = 4430\;m/s$

Como la relación entre la velocidad de las ondas S y la velocidad de las ondas P viene dad en función del módulo υ de Poisson $\frac{c_S}{c_P} = \sqrt{\frac{1-2\upsilon}{2(1-\upsilon)}}$ (fórmula 2.3.[6], recordando que $c_T \equiv c_S$ y $c_L \equiv c_P$) para los valores de υ que se encuentran en los hormigones no difiere mucho de, digamos 0.5, los tiempos de ida y vuelta del eco entre el emisor y el defecto son prácticamente el doble que para las ondas P.

Esto, *en igualdad de las demás condiciones*, permite medir la profundidad de defectos más próximos al transductor que lo que puede medirse con ondas P. Un eco debido a la reflexión de un paquete de ondas P en un cierto defecto, que llega cuando el pulso emitido no ha finalizado, no puede ser detectado. El eco proveniente de ese mismo defecto debido a la reflexión de un paquete de ondas S puede llegar luego de finalizado el pulso y puede entonces ser detectado.

La mayoría de las sustancias que se utilizan para acoplar los transductores que operan con ondas longitudinales con el hormigón ensayado, se comportan como fluidos.

En consecuencia, no pueden utilizarse para acoplar el hormigón con un transductor que opera con ondas S. Se han desarrollado polímeros capaces de ofrecer un buen acoplamiento para las ondas S, así como los denominados *transductores con punto de contacto seco*, con puntas de cerámica muy resistentes al desgaste, que emiten y reciben paquetes de ondas transversales sin necesidad de medios de acople.
Están disponibles a nivel comercial arreglos de transductores con punto de contacto seco que se pueden utilizar para llevar a cabo tomografías ultrasónicas de ondas S en hormigones.
La Figura 6.4 muestra un arreglo rectangular de 48 transductores para ondas de cizalla dispuestos en 4 filas con una separación de 25 mm entre filas, y 12 columnas separadas 30 mm entre sí y denominadas canales $C_1, C_2, \dots, C_{12}$.

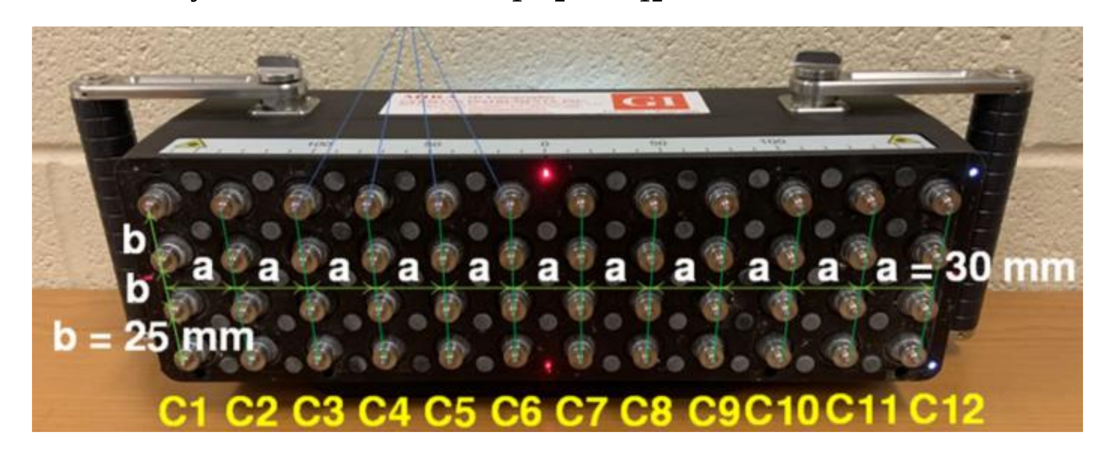


Figura 6.4 (Adaptado de W. Zatar, H. Nguyen y H. Nghiem, Ultrasonic pitch and catch technique for non-destructive testing of reinforced concrete slabs, J. of Infrastructure Preservation and Resilience, 1:12, 2020.)

Uno de los canales C_k $(k = 1,2, \dots 11)$ introduce un pulso de ondas S en el hormigón, mientras que los canales C_l $(l = k + 1, \dots, 12)$ reciben los ecos y el pulso emitido por el canal C_k captado por transmisión indirecta. Según esta modalidad de operación C_1 actúa solo como emisor y C_{12} actúa solo como receptor. Esto permite, manteniendo fijo el marco, escanear una banda con 66 pares de datos de tiempo de tránsito y patrones temporales de señal recibida.
Aplicando una técnica de procesamiento de datos conocida como enfoque mediante apertura sintética, se pueden reconstruir imágenes 2-D del interior del hormigón ensayado. [186]
Se pueden ubicar y dimensionar barras de refuerzo, bien y mal adheridas al hormigón circundante, conductos y tendones de postensado, vacíos, inclusiones de cuerpo extraño y otros defectos.
Esta técnica se aplica para formar imágenes de armaduras y defectos utilizando pulsos de ondas P. [187]

---

[186] M. Schickert, M. Krause, W. Müller, Ultrasonic imaging of concrete elements using reconstruction by synthetic aperture focusing technique. J Mater Civ Eng 15(3):235–246, 2003.

[187] J. Havugarurema, S. Hansen, P. Nkurunziza y E. Nsegiyumva, Damage Detection in Concrete Using Synthetic Aperture Focusing Technique, International Journal of Scientific Engineering and Science, **4**(2):40-47, 2020.

La Figura 6.5 muestra una reconstrucción tomográfica de la imagen de un ducto de hormigón postensado a partir de un escaneo en banda (escaneo B en la terminología utilizada originalmente en medicina) del interior de una pieza de hormigón.
Se pueden ver algunas cavidades con aire. Un sistema de coordenadas (X, Y) permite ubicar los elementos de interés.
Los resultados de los escaneos en banda efectuados sobre una superficie de hormigón se pueden combinar para formar una imagen tridimensional del interior del material. [188]

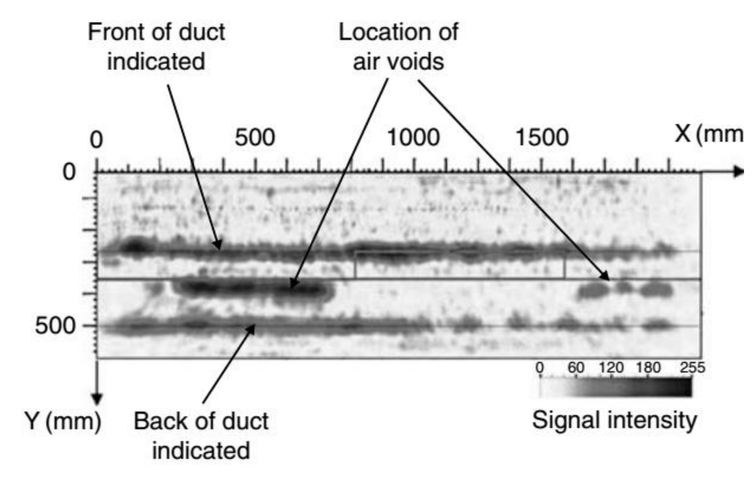


Figura 6.5 (Adaptada de M. Krause, F. Mielentz, B. Milmann, D. Streicher y W. Muller, Ultrasonic imaging of concrete elements: state of the art using 2D synthetic aperture. Proc. NDT-CE 03, DGZfP, Berlin, 2003.)

El enfoque mediante apertura sintética se puede aplicar también en una tomografía basada en la transmisión de los pulsos a través de un miembro estructural, en lugar del abordaje emisión-recepción utilizando un arreglo de transductores sobre una misma superficie. Se ha desarrollado un método híbrido que emplea transductores electroestáticos acoplados a través de aire y transductores de contacto. Permite ensayos de campo en estructuras de hormigón reforzado. [189]

La mayor parte de los transductores que se usan para ensayos ultrasónicos en las estructuras (en el campo) son materiales cerámicos piezoeléctricos. Cuando actúan como emisores son excitados por un breve pulso rectangular de voltaje aplicado en un capacitor cuyo dieléctrico es el material piezoeléctrico. El campo eléctrico asociado al pulso deforma bruscamente al transductor, el cual, una vez libre, oscila en forma amortiguada a su frecuencia característica ω_0 (por ejemplo, 100 kHz) y radia un pulso de ondas mecánicas. La vibración del transductor se puede aproximar mediante una sinusoide exponencialmente amortiguada $e^{-\alpha t} \sin \omega_0 t$

[188] German Instruments, MIRA Low-frequency ultrasonic tomographer, Evanston, IL, 2011.

[189] H. Choi y J. Popovics, NDE Application of Ultrasonic Tomography to a Full-Scale Concrete Structure, IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, **62**(6):1076-1085,2015. La curvatura de los rayos acústicos en el material no homogéneo dificulta la aplicación de la transformada de Radón, como se hace cuando las trayectorias entre el emisor y el receptor se pueden considerar como segmentos de recta o al menos cuando esas trayectorias, aun siendo curvas, son conocidas de antemano.

Cuando un pulso de ondas mecánicas llega a un transductor en reposo, la deformación del material piezoeléctrico separa cargas y produce un pulso de voltaje entre las placas del capacitor.
Cuando un mismo transductor se utiliza para emitir y para recibir ondas mecánicas, la duración de la vibración del transductor cuando emite debe ser lo bastante corta como para que no se le superponga la llegada de los ecos cuando recibe. No obstante, a mayor amortiguación, menor sensibilidad a los ecos provenientes del material ensayado. Por este motivo, para ensayo de hormigones resulta más sencillo utilizar un transductor muy amortiguado para emitir y un transductor poco amortiguado para recibir.
El lóbulo principal del patrón de radiación del emisor, cuando el medio en el cual radia se comporta como homogéneo e isótropo, es tanto más estrecho cuanto mayor es el cociente entre el diámetro del transductor y la longitud de onda radiada.
Esto se revisó en la sección 2.4 y se graficó en la Figura 2.16 para un hormigón con $c_P = 4000\ m/s$.
Para una frecuencia de emisión de 50 kHz la longitud de onda es 8 cm y se obtendría un buen enfoque para un transductor de 32 cm de diámetro. Para una emisión a 100 kHz la longitud de onda es de 4 cm y se obtendría un buen enfoque para un transductor de 16 cm de diámetro. A 200 kHz la longitud de onda es de 2 cm y el diámetro del transductor para el mismo grado de enfoque sería de 8 cm.
Todo esto asumiendo que el hormigón se comporta como un material homogéneo e isótropo.
Como se estudió en la sección 2.1 (comenzando por fórmula 2.1.[11]) y en la parte introductoria del capítulo 5, que sea así depende del cociente entre una dimensión característica del agregado grueso L_c y la longitud de onda λ . Si este cociente es de un orden numérico inferior a la unidad, el hormigón se comporta como un medio homogéneo equivalente, tanto mejor cuanto menor sea el cociente. Pero si el cociente es del orden de la unidad o mayor, no se puede suponer que el hormigón se comporta como si fuera homogéneo. Para longitudes de onda de 2 o de 4 cm, las dimensiones del agregado grueso del hormigón generalmente no permiten cumplir con la restricción aplicada al orden numérico de $\frac{L_c}{\lambda}$ para que el material se comporte como si fuera homogéneo. Un mortero o una pasta de cemento cumplirían con esa restricción.
Aun cuando el hormigón pueda comportarse aproximadamente como un material homogéneo (si la frecuencia de emisión es 20 kHz y $c_P = 4000\ m/s$ la longitud de onda es de 20 cm) la heterogeneidad subyacente difunde la energía de las ondas mecánicas de modo que se produce un ensanchamiento del lóbulo principal respecto del correspondiente a un medio homogéneo en igualdad de las demás circunstancias y se atenúan (a veces hasta desaparecer) los lóbulos secundarios. [190]

Una consecuencia de la miríada de pequeños ecos provenientes de las interfases entre los agregados y la pasta de cemento, de la frontera de cavidades pequeñas llenas de aire e incluso de algunas interfases entre el hormigón y las barras de refuerzo, es que el transductor receptor capta señales de muy baja intensidad respecto de las provenientes de

[190] R. Suárez-Antola, Fundamentos del ensayo ultrasónico de los materiales heterogéneos, Informe Técnico, Laboratorio de Vibraciones y Ultrasonidos, Departamento de Física, Facultad de Humanidades y Ciencias, Universidad de la República, 1975.

las reflexiones en un defecto significativo o en la cara opuesta del elemento ensayado. Pero se suman y producen un ruido acústico denominado *ruido estructural*. Este ruido introduce por sí solo una limitación a la mínima amplitud del eco, proveniente de un defecto o de la frontera del cuerpo, que puede ser detectada. Al ruido estructural se añaden ruidos de origen electromagnético originados en el hardware de generación y procesamiento de las señales.

Para distinguir señal de ruido se establece un umbral de amplitud. Si la amplitud medida supera el umbral se supone que no se debe solamente al ruido. Este umbral se desprende de la distribución aleatoria de las amplitudes debidas al ruido (una distribución de Weibull o una distribución log normal) y de fijar un valor aceptable para la probabilidad de una falsa alarma. Se elige un umbral de amplitud tal que hay una probabilidad α (por ejemplo, 0.01) de que una amplitud mayor que el umbral se deba solamente al ruido.

Si se disminuye la probabilidad α de falsa alarma, aumenta la probabilidad β de atribuir una amplitud medida solo al ruido, cuando en realidad debería haberse atribuido a una señal.

La Figura 6.6 muestra una distribución muestral de ruido cuyas amplitudes aparece en color negro (con una distribución de Weibull cuyos parámetros se ajustaron a los valores experimentales del ruido), un umbral de amplitud, y la distribución muestral de las amplitudes de señal en color gris.

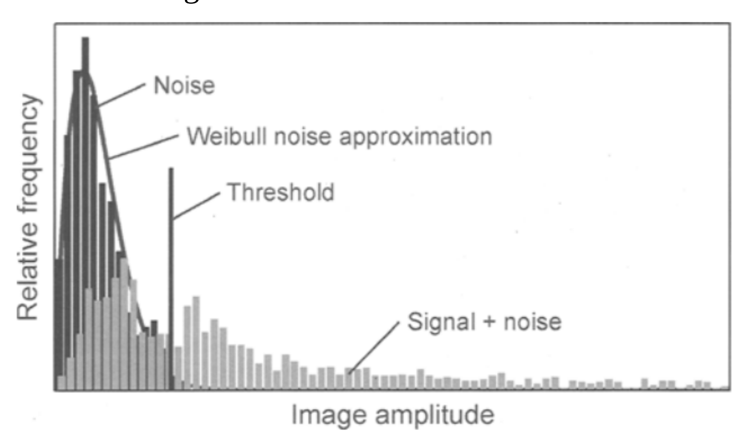


Figura 6.6

La probabilidad α es igual al área de la distribución muestral del ruido que queda a la derecha de la amplitud umbral en la Figura 6.6, mientras que la probabilidad β es igual al área de la distribución muestral de la señal que queda a la izquierda de la amplitud umbral.

Utilizando transductores reversibles grandes, para ondas P, operando a 12 kHz se han ensayado con éxito pilotes de hormigón de 24 m de longitud. [191]

En trayectos tan extensos el amortiguamiento del transductor, actuando a la vez como emisor y como receptor, no es un problema. Se conocía la velocidad de propagación lo cual permitía determinar la longitud del pilote a partir del intervalo de tiempo entre el comienzo del pulso y el comienzo del eco, aplicando la fórmula [1].

[191] J. Forrest, In-situ measuring techniques for pile length, TN-1475, Civil Eng. Lab., Naval Constr. Battalion Center, Port Hueneme, CA, March 1977.

Una solución para el problema del amortiguamiento teniendo en cuenta que se requieren transductores de dimensiones grandes respecto de los utilizados en el método de los tiempos de tránsito estudiados en el capítulo 5, es formar un transductor rectangular compuesto combinando varios transductores rectangulares más pequeños. [192]
Una ventaja de los transductores rectangulares es la siguiente, explicada asumiendo el modelo simplificado de radiación revisado en 2.4: cuando se superponen la onda plana que se propaga perpendicular al plano del rectángulo con la onda difractada en los bordes de éste se puede llegar a eliminar los ceros que caracterizan el campo cercano de un transductor circular.

En suma, la frecuencia de operación de un transductor emisor para ensayo ultrasónico de hormigón por el método del pulso-eco debe ser mucho menor que la utilizada para metales. A las velocidades previsibles para las ondas mecánicas en el hormigón, y a esas frecuencias relativamente bajas, los diámetros de los transductores para obtener un buen enfoque del pulso son grandes. Cabezales grandes plantean dificultades para manipularlos y para acoplarlos al hormigón que se desea ensayar.
El amortiguamiento de los transductores emisores debe ser suficiente como para obtener pulsos de corta duración. Las ondas que los componen presentan dispersión, siempre física, y a veces dispersión geométrica, si la mínima dimensión lateral del elemento ensayado es del mismo o de menor orden numérico que la longitud de onda.
Entonces el paquete de ondas original se alarga y se deforma a medida que se propaga, dando lugar a un patrón de pulsos sucesivos correspondientes a los tipos de onda revisados en 2.1. Pulsos emitidos de mayor duración generan patrones temporales más extensos y muchas veces más complejos en el receptor.
Para limitar los problemas asociados al campo cercano del emisor, se puede prevenir la aparición de ceros en la amplitud de radiación utilizando transductores rectangulares.
La disponibilidad de transductores con punta de contacto seco para introducir ondas S en hormigón permite utilizar el mayor tiempo de tránsito, en igualdad de las demás condiciones, que se obtiene utilizando ondas S.
El método clásico del pulso-eco es rápido y poco oneroso. Pero un defecto puede ocultar a otro defecto y la posible incertidumbre acerca de los valores de la velocidad de propagación de los pulsos acarrea inexactitudes en la localización de los defectos. Además, la miríada de pequeños ecos provenientes de diversas interfases aumenta el nivel del ruido estructural, con lo cual el umbral de detección debe incrementarse y como consecuencia aumentan las dimensiones mínimas de los defectos que pueden ser detectados.
La posibilidad de ubicar numerosos transductores de pequeñas dimensiones para emitir y recibir en un único marco, y la posibilidad de aplicar modelos matemáticos de la propagación junto con algoritmos de procesamiento de datos, posibilitan formar imágenes tomográficas del interior del material utilizando ondas S y ondas P. Esto permite superar muchos de los inconvenientes del método de pulso-eco clásico.

---

[192] H. Thornton y A. Alexander, Development of nondestructive testing systems for in-situ evaluation of concrete structures, Tech. Rep. REMR-CS-10, Waterways Exp. Sta., U.S. Army Corps of Engineers, December 1987.

6.2 Ensayos impacto-eco e impacto-respuesta.

Otra manera de superar buena parte de los inconvenientes del método del pulso-eco clásico es emplear el método del impacto-eco. Con un impacto aplicado en la superficie del hormigón ensayado se puede introducir en el material un pulso mecánico de energía mucho mayor que la que se introduce a través de un cabezal de ultrasonido. Este pulso no posee la direccionalidad que posee un pulso ultrasónico generado por un cabezal de diámetro grande. Tampoco presenta una frecuencia portadora como el pulso ultrasónico: posee un espectro de frecuencias muy amplio. El intervalo de frecuencias del pulso resulta inversamente proporcional al tiempo que dura el impacto.

Las primeras aplicaciones del método del impacto-eco se llevaron a cabo en geotecnia, para ensayar pilotes y cajas estancas de hormigón. Esas estructuras son extensas: la duración del intervalo de tiempo que separa el impacto de la llegada a la superficie de los pulsos reflejados en discontinuidades en el interior del material es mucho mayor que la duración de ese intervalo en el ensayo de la mayor parte de las losas o paredes de hormigón.

La puesta a punto del método para detectar y ubicar defectos en placas involucró una combinación de experimentos, con el empleo de nuevos tipos de transductores y con corridas de simulación numérica a partir de modelos basados en elementos finitos. Los resultados obtenidos se recogieron en estándares.

La Figura 6.7 muestra a la izquierda un ensayo de laboratorio (efectuado en el NIST) y a la derecha un ensayo en obra, ambos mediante el método del impacto-eco.



Figura 6.7 (N. Carino, The impact-echo method: an overview, Proceedings of the 2001 Structures Congress, Washington, D.C., 2001)

Al comienzo se dejaban caer bolas de acero sobre la superficie del hormigón, como puede verse en la foto a la izquierda: la investigadora sujeta una bola con su mano derecha a cierta altura. A su izquierda se encuentra una caja con bolas de acero de distintos diámetros. Posteriormente las bolas de acero se ubicaron en un extremo de una barra de acero provista de un resorte impulsor y encerrada en una carcasa, para formar parte de un

equipo de ensayo adecuado para su empleo en el campo, como el que puede verse en la foto situada a la derecha en la Figura 6.7.
Un equipo como éste posee tres componentes: un dispositivo para producir un impacto mecánico de duración controlada (siempre breve), un receptor de alta fidelidad para medir la respuesta en la superficie del material, y un sistema de adquisición de datos y análisis de señales para registrar, procesar y almacenar las formas de onda resultantes del movimiento de la superficie debido a la llegada de un eco.
Si bien para registrar los ecos se han venido utilizando acelerómetros con cierto éxito, la interpretación de las señales debidas a los ecos se simplifica si se emplean transductores que miden desplazamientos. El marco teórico disponible se encuentra formulado en términos de los desplazamientos de puntos de la superficie, ya sea durante el impacto, ya sea durante el registro de la llegada del eco.
Sea cual sea el tipo de transductor utilizado, al igual que en el caso de los ultrasonidos, debe estar bien acoplado al material ensayado.
La frecuencia de resonancia del transductor no debe estar próxima a las frecuencias de resonancia de los elementos estructurales que pueden aparecer durante los ensayos.
La distancia entre el punto de impacto y el receptor no debe ser ni demasiado pequeña (como para que las ondas de superficie provenientes del punto de impacto dominen la respuesta) ni demasiado grande (como para que la amplitud de la onda P reflejada ya no domine la respuesta). La importancia de poder registrar bien señales asociadas a ondas P se origina en las fórmulas más simples que permiten estimar profundidades de defectos o fronteras, en el dominio del tiempo como las 6.1.[1] y 6.1.[2] y en el dominio de las frecuencias, como las que veremos posteriormente: todas ellas involucran la velocidad de las ondas P.
Sobre la base de numerosas corridas de simulación digital se concluyó que una distancia entre el emisor y el receptor comprendida entre 0.2 y 0.5 de la profundidad de la falla cuyo eco se registra puede ser adecuada para el ensayo de losas, vigas y columnas.
Este resultado se puede aplicar en un proceso iterativo de estimación aproximada de la profundidad de donde proviene el eco seguido eventualmente de una reubicación del detector respecto del emisor.

El choque entre una superficie plana de un material elástico y una esfera de acero de radio R y masa m, se puede describir aproximadamente mediante una teoría debida a Hertz (1882). [193]
Si V_i es la velocidad de la esfera cuando impacta en el hormigón y C_* es una complacencia elástica del sistema bola de acero-hormigón durante el contacto, la distancia $h(t)$ de aproximación entre la esfera y el material durante se puede aproximar muy bien mediante la fórmula: [194] $h(t) = h_0 \text{ sen} \frac{\pi t}{t_c}$ si $0 \leq t \leq t_c$ y $h(t) = 0$ en otro caso [1]

En [1] la duración del contacto se representa por t_c y viene dada por la fórmula:

[193] J. Barber, Contact Mechanics, Springer, N.Y., 2018; K. Johnson, Contact Mechanics, Cambridge University Press, Cambridge, 1987.

[194] H. Deresiewicz, A note on Hertz´s theory of impact, Acta Mechanica, 6:110-112, 1968; B. Sun, Hertz elastic dynamics of two colliding elastic spheres, Results in Physics, 30, 104870, 2021.

$$t_c = 2.868 \sqrt[5]{\frac{C_*^2\ m^2}{R\ V_i}} \qquad [2]$$

La amplitud del desplazamiento en el punto de contacto es:

$$h_0 = (R)^{-\frac{1}{5}} \left(\frac{5\ m\ C_*}{4}\right)^{\frac{2}{5}}\ V_i^{\frac{4}{5}} \qquad [3]$$

Si ρ_a es la densidad del acero, $m = \frac{4}{3}\ \pi\ R^3\ \rho_a$ de modo que sustituyendo esta última expresión en [1] resulta:

$$t_c = 1.434 \left(\sqrt[5]{\frac{\rho_a^2}{V_i} \left(\frac{16}{9}\right) C_*^2} \right) D \qquad [4]$$

En igualdad de las demás condiciones la duración del impacto es proporcional al diámetro $D = 2\ R$ de la bola de acero e inversamente proporcional a $\sqrt[5]{V_i}$.
La fuerza $F(t)$ que se produce en la zona de contacto durante el choque se puede aproximar mediante la fórmula de un resorte no lineal:

$$F(t) = k\ h^{\frac{2}{3}}(t) \quad \text{con } k = \frac{4\sqrt{R}}{5\ C_*} \qquad [5]$$

Sustituyendo [1] en [5] se obtiene la historia de fuerza durante un impacto:

$$F(t) = F_0 \left(\text{sen} \frac{\pi\ t}{t_c}\right)^{\frac{2}{3}} \quad \text{si } 0 \leq t \leq t_c \ \text{ y } \ F(t) = 0 \text{ en otro caso} \qquad [6]$$

Aquí $F_0 = k\ h_0$ es el valor máximo de la fuerza que la bola ejerce sobre el hormigón durante el impacto.
La fuerza se puede descomponer así: $F(t) = \int_0^{t_c} \hat{F}(\omega)\ exp[-i\ \omega\ t]\ d\omega$

Se puede hallar el campo de desplazamientos en un semi espacio elástico representativo del material impactado, que en un punto de su superficie tiene aplicada una fuerza oscilatoria armónica $\hat{F}(\omega)\ exp[-i\ \omega\ t]$ y luego superponer este campo para reconstruir el campo de desplazamientos debido al pulso de fuerza [6]. [195]
Este procedimiento es engorroso y siempre conduce, más tarde o más temprano, a un proceso de cálculo numérico. Por este motivo es conveniente recurrir a la simulación numérica ab-initio, por ejemplo, a partir de un modelo del choque basado en elementos finitos. La Figura 6.7 muestra un ejemplo de un resultado simulación mediante elementos finitos de un impacto en la cara superior de una losa de hormigón.

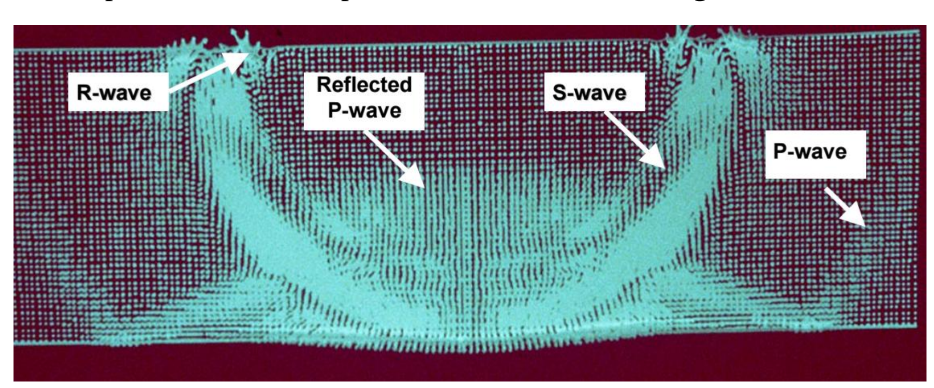


Figura 6.7 (Simulación efectuada en el NIST)

[195] K. Johnson, Contact Mechanics, Cambridge University Press, Cambridge, 1987.

En esa figura se puede ver el frente de una onda de superficie (R), el frente de una onda S que llega a la cara inferior de la losa, y una onda P que ya se ha reflejado en esa cara.
Una ventaja de un buen modelo matemático para la simulación digital de las ondas radiadas a partir de un impacto es que en principio permite explicitar y evitar algunas de las limitaciones de la teoría del choque de Hertz.
Un resultado interesante es el siguiente: si la velocidad del impacto es al menos dos órdenes de magnitud numérica inferior a de la velocidad de las ondas de cizalla (ondas transversales u ondas S) entonces cabe esperar que la teoría de Hertz resulte aplicable a un choque elástico, independientemente del diámetro de la esfera.
La teoría de Hertz no incluye la pérdida de energía por radiación de ondas en el sólido ni una posible plastificación del material en la zona donde se produce el impacto. Todo esto ha sido bien estudiado. [196]
La teoría de Hertz se puede utilizar como primera aproximación para interpretar los resultados del método del impacto-eco.

El desplazamiento [1] se puede descomponer en un espectro de amplitudes de oscilación armónica: $h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{h}\,(\omega)\; exp[-i\;\omega\; t]\; d\omega$

Introduciendo la frecuencia $f = \frac{\omega}{2\,\pi}$ se obtiene la fórmula para la densidad espectral $\hat{h}(f\; t_c)$:

$$\frac{\hat{h}(f\;t_c)}{t_c} = \frac{1}{2}\;\frac{\pi}{(\pi^2-(2\pi\;f\;t_c)^2)}\;\{(1+cos(2\pi\;f\;t_c)) + i\;sen(2\pi\;f\;t_c)\} \qquad [7]$$

La Figura 6.8 muestra la relación entre el valor absoluto de $\frac{|\hat{h}(f\;t_c)|}{t_c}$ y el producto $f\;t_c$:

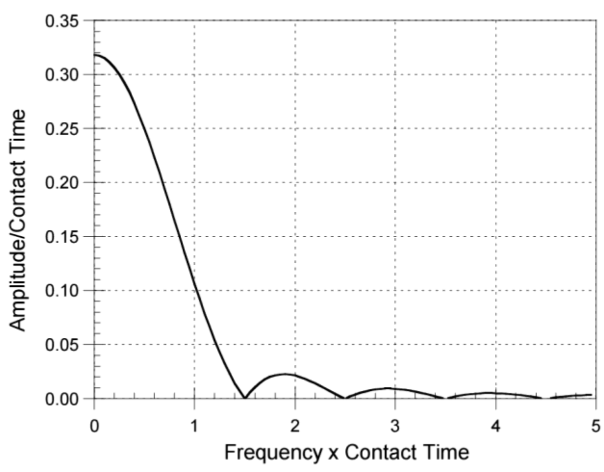


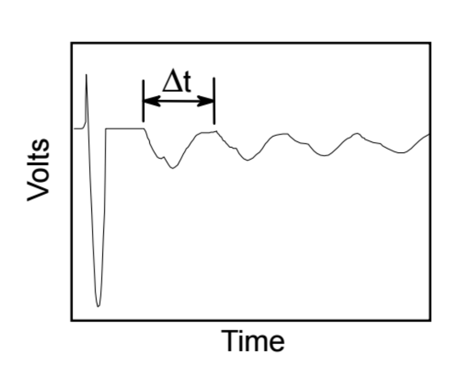
Figura 6.8 (Adaptado de N. Carino, M. Sansalone y N. Hsu, Flaw detection in concrete by frequency spectrum analysis of impact-echo waveforms, en International Advances in Nondestructive Testing, Gordon & Breach, N. Y., 1986)

La mayor parte del espectro se concentra entre $f\;t_c = 0$ y $f\;t_c = 1.5$. En consecuencia, cuanto menor es el tiempo de contacto, mayor es la frecuencia que limita la banda de frecuencias dominante.

En los primeros trabajos con el método del impacto-eco el análisis de las señales registradas por el detector se efectuaba en el dominio del tiempo. La identificación de la

[196] J. Barber, Contact Mechanics, Springer, N.Y., 2018.

llegada de la primera onda P requiere bastante experiencia de parte de la persona encargada de interpretar los resultados del ensayo. Por este motivo se buscó un método de análisis alternativo: el análisis en el dominio de las frecuencias.
La Figura 6.9 presenta un esquema del método.



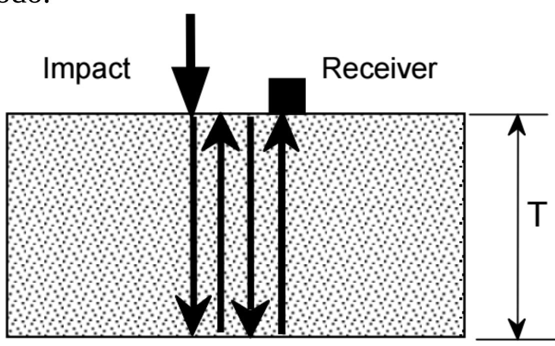


Figura 6.9

A la izquierda de esta figura se puede ver un registro obtenido por el transductor de desplazamiento. La media onda hacia abajo y de gran amplitud corresponde a la onda R. Las oscilaciones que se ven a continuación corresponden a una onda P que se refleja repetidas veces en las caras inferior y superior de la losa, como sugiere la parte situada a la derecha en la figura. Si T es el espesor de la losa y c_P es la velocidad de las ondas P, $\Delta\, t = \frac{2\,T}{c_P}$ es el intervalo de tiempo correspondiente a llegadas sucesivas de la onda P y $f = \frac{1}{\Delta\, t} = \frac{c_P}{2\,T}$ es la denominada *frecuencia de espesor*. La fórmula $f = \frac{c_P}{2\,T}$, reescrita $T = \frac{c_P}{2\,f}$ se toma como base, en el dominio de las frecuencias, para interpretar los resultados del método del impulso-eco. [197]
La Figura 6.10 muestra dos espectros obtenidos a partir de los registros del receptor.

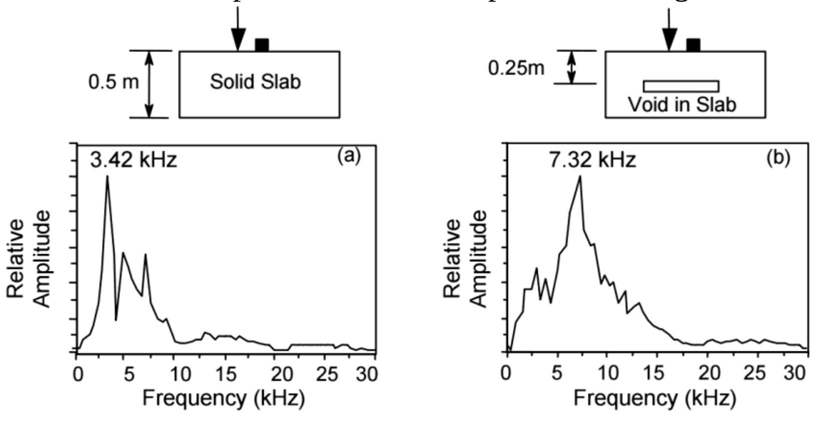


Figura 6.10 (N. Carino, The impact-echo method: an overview, Proceedings of the 2001 Structures Congress, Washington, D.C., 2001)

[197] Al parecer en la fórmula $f = \frac{c_P}{2\,T}$ se debe sustituir la velocidad de las ondas P por un valor un poco menor, $0.96\, c_P$. Ver J. Lin y M. Sansalone, A procedure for determining P-wave speed in concrete for use in impact-echo testing using a Rayleigh wave speed measurement technique, en Innovations in Nondestructive Testing, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 1997.

A la izquierda el espectro de un pulso producido por un impacto y reflejado en la cara opuesta de una losa de 0.5 m de espesor.
A la derecha se puede ver el espectro para ese mismo pulso, reflejado ahora en un vacío de forma circular situado a una profundidad de 0.25 m.
A partir del pico situado en 3.42 kHz y del espesor conocido de la losa se obtiene $c_P = 2\,T\,f = 3420\,m/s$.
A partir del pico en 7.32 kHz y de la velocidad de propagación determinada previamente se obtiene la profundidad a la que se encuentra el defecto $\frac{3420\,m/s}{2\times7320\,1/s} = 0.23\,m$ que se puede comparar con los 0.25 m que se sabe es la profundidad del disco.

Como la idea básica del método del impacto-eco es producir una vibración resonante correspondiente al primer modo de vibración en espesor, el espectro del pulso producido por el impacto debe incluir la frecuencia de espesor para esa resonancia.
Como se ve en la Figura 6.8, la amplitud de las componentes del espectro de frecuencias es proporcional al tiempo de contacto mientras que la extensión del intervalo de frecuencias contenido en el pulso es inversamente proporcional al tiempo de contacto. Para detectar defectos cercanos a la superficie donde se produce el impacto, el pulso debe contener frecuencias mayores que la frecuencia de espesor correspondiente al defecto. Así, para una velocidad de propagación de 3900 m/s y un defecto situado a 0.19 m de profundidad, la frecuencia de espesor se encuentra próxima a 10 kHz. Entonces el tiempo de contacto debe ser inferior a 100 µs.

La Figura 6.11 muestra un espectro de amplitudes para una posición del receptor (el emisor se ubica relativamente próximo, como se dijo previamente) e indica un procedimiento para procesar cada espectro.

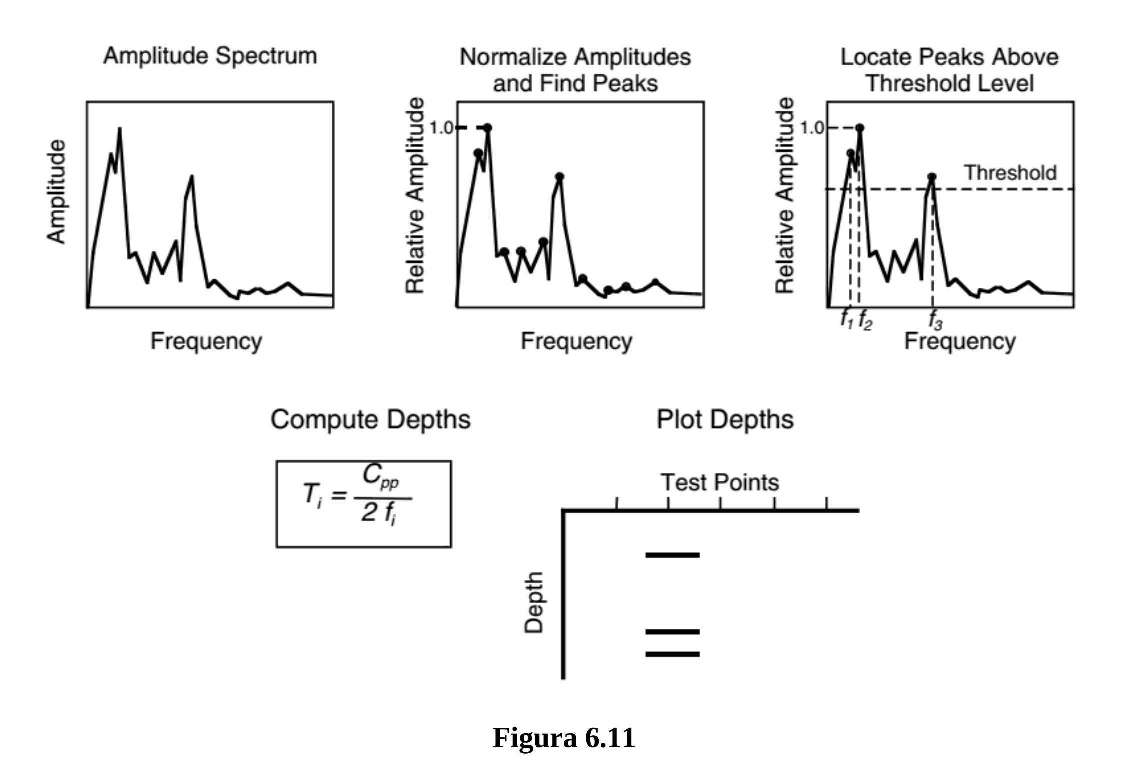


Figura 6.11

Se localiza el pico de mayor amplitud y se vuelve a graficar el espectro, ahora empleando las amplitudes relativas a la máxima. Se selecciona un umbral para las amplitudes

relativas y se determinan las frecuencias de los picos que superan el umbral. Para cada una de estas frecuencias f_i se determina la profundidad del reflector $T_i = \frac{c_P}{2\,f_i}$ y se grafican esas profundidades en una columna.

La Figura 6.12 muestra una losa de hormigón armado que incluye en su interior dos reflectores discoidales, cuyas profundidades son 0.260 m y 0.125 m.

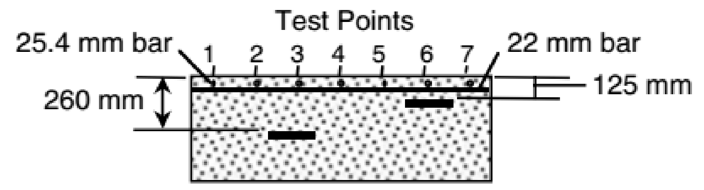


Figura 6.12 (Adaptada del Handbook of Nondestructive Testing of Concrete, capítulo 14: Stress wave propagation methods, CRC Press, Boca Raton, 2004.)

Desplazando el receptor sobre una cara de la losa, a lo largo de una línea (acompañado del emisor), se obtiene el denominado *gráfico en cascada* que muestra la Figura 6.13.

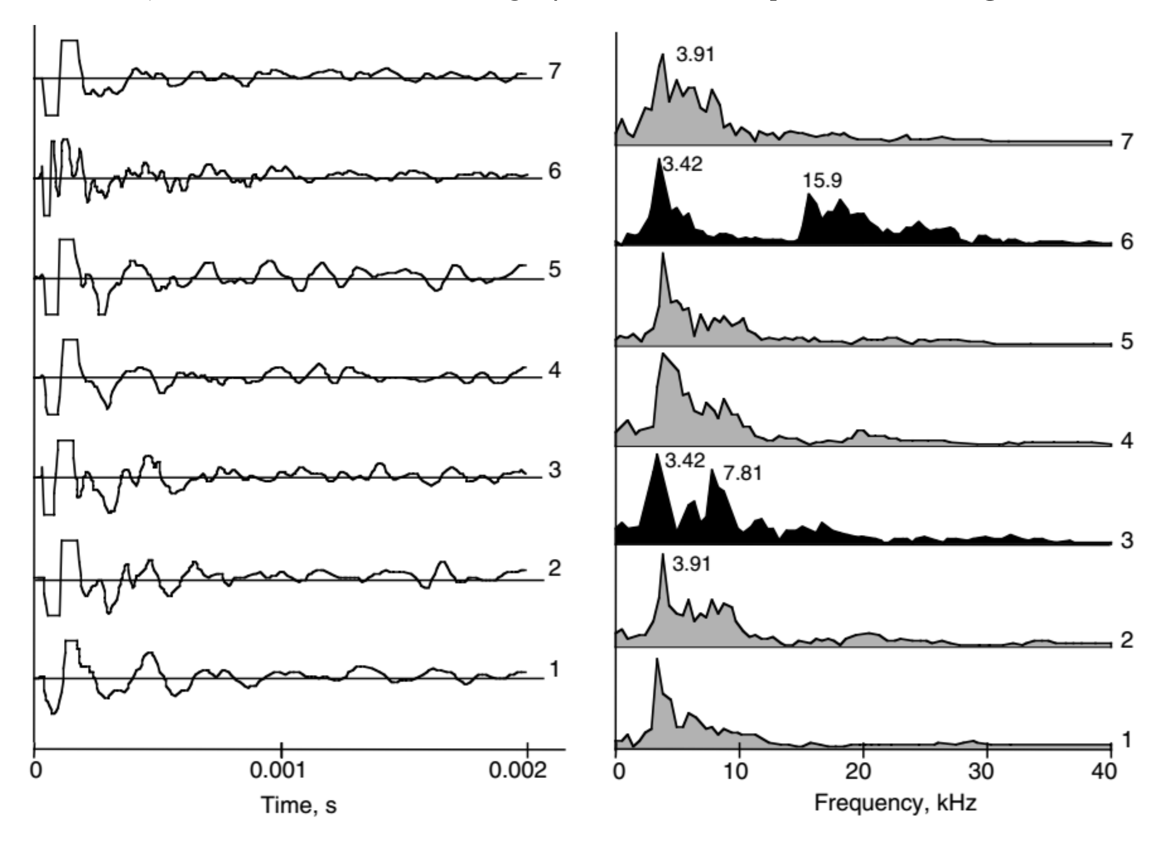


Figura 6.13 (Adaptada del Handbook of Nondestructive Testing of Concrete, capítulo 14: Stress wave propagation methods, CRC Press, Boca Raton, 2004.)

Las formas de onda recibidas se ven a la izquierda y los espectros a la derecha.
Los espectros en gris corresponden a cortes que no presentan particularidades significativas y a partir de ellos se puede estimar la velocidad de propagación de las ondas P (3910 m/s en este caso).
Los espectros en negro corresponden a los cortes donde se encuentran los defectos.

Una vez procesados los espectros y determinados los picos que superan el umbral junto con sus frecuencias f_i sus profundidades T_i se estiman mediante la fórmula básica $T_i = \frac{c_P}{2\, f_i}$.
El tamaño mínimo de un defecto *que se puede detectar* con este método depende de el tipo de defecto y de su orientación, de su profundidad, del tiempo de contacto del emisor, del nivel de ruido estructural y de la resolución que se puede alcanzar en el espectro de la señal recibida. El método del impacto eco se viene utilizando para ensayar losas, paredes, columnas, vigas y pilotes de hormigón armado. [198]

En el *método de impacto-respuesta*, además de la señal en el receptor que hemos considerado hasta este momento, se utiliza información sobre el desarrollo de los esfuerzos mecánicos en el punto donde se produce el impacto. La evolución de la fuerza del impacto se registra con un martillo instrumentado o con una celda de carga interpuesta. Luego se relaciona ese comportamiento temporal de la fuerza con el desplazamiento, la velocidad de desplazamiento o la aceleración en puntos de la superficie del material próximos al punto de impacto. Asumiendo un modelo lineal de la dinámica, cada desplazamiento se puede representar como una convolución entre una respuesta impulsiva y la historia de fuerza en el punto del impacto. La función de respuesta impulsiva depende del punto de impacto, del punto donde se registra el desplazamiento y de las características del elemento estructural ensayado (incluyendo geometría, características de los apoyos, propiedades y defectos del hormigón).
Por las mismas razones que se utilizan los espectros en el método del impacto-eco, en el método del impacto-respuesta se procesan las señales en el dominio de las frecuencias. El objetivo del procesamiento es determinar la transformada de Fourier de la función de respuesta impulsiva para ese punto de impacto y ese punto de registro de la respuesta, o sea la *función de transferencia*. Esta función de transferencia se puede relacionar con la presencia y ubicación de posibles defectos.

Si se define un radio efectivo a_{ef} para un círculo donde se supone que la fuerza del impacto se distribuye uniformemente, si $F(t,\omega)$ es la componente oscilante, armónica de frecuencia ω , de la fuerza del impacto y $\overline{w}\,(\omega)$ es un promedio de la componente armónica del desplazamiento, se puede demostrar que para un semi espacio:

$$\frac{F(t,\omega)}{\overline{w}\,(\omega)} = G\; a_{ef}\; \left\{ f_1\; \cos\omega\; t - \frac{\omega\; a_{ef}}{c_S}\; f_2\; \operatorname{sen}\omega\; t \right\} \qquad [8]$$

Las funciones f_1 y f_2 dependen del módulo de Poisson y del número sin dimensiones $\frac{\omega\, a_{ef}}{c_S}$. La fórmula [8] se parece a la recíproca de la receptancia de una combinación en paralelo de un resorte con un amortiguador. La energía disipada por el amortiguador

[198] Una descripción de procedimientos de ensayo, resultados, y referencias bibliográficas básicas se pueden hallar en el Handbook of Nondestructive Testing of Concrete, capítulo 14: Stress wave propagation methods, CRC Press, Boca Raton, 2004. También puede consultase el libro, más avanzado, Non-destructive evaluation of reinforced concrete structures, editado por C. Maierhofer, H. Reinhardt y G. Dobmann, CRC, Boca Raton, 2010. Un resumen de los aspectos fundamentales del método para la práctica puede hallarse en Nondestructive Test Methods for Evaluation of Concrete in Structures, reported by ACI Committee 228.

corresponde a la energía radiada como ondas mecánicas. El cálculo de la potencia radiada por un pistón circular en un semi espacio elástico conduce (para un valor de 0.25 del módulo de Poisson) a los siguientes resultados: 7% viaja como ondas P, 26 % como ondas S y 67 % como ondas de superficie. [199]
Cuando se ensayan pilotes a frecuencias lo bastante bajas, el hormigón de los pilotes y el suelo adyacente vibran al unísono. En ese caso la función f_1 describe la rigidez dinámica de la combinación pilote-suelo.
El método del impacto-respuesta se viene utilizando mayoritariamente para el ensayo de pilotes. [200] La Figura 6.14 muestra un ensayo de esta clase.



Figura 6.14 (Adaptado de S. Sharp y C. Ozyldirim, NDT measurements using mechanical waves in reinforced concrete structures, Final Report VCTIR 14-R8, Virginia Center for Transportation Innovation and Research, 2014.)

En suma, el método del impacto-eco se basa en producir un pulso mecánico de energía elevada en comparación con la puesta en juego en el método del pulso-eco. Ese pulso sufre varias reflexiones entre la superficie del cuerpo ensayado y la superficie reflectora. Esto genera un desplazamiento periódico en la superficie del cuerpo que facilita un análisis de frecuencias. Si se conoce la velocidad de propagación de las ondas en el material, a partir de esta velocidad y de la frecuencia dominante se puede estimar la profundidad del reflector. La determinación de los espectros del campo de desplazamientos en una línea sobre la superficie del hormigón permite reconstruir los reflectores (incluyendo posibles defectos) en una sección transversal de la estructura

[199] K. Johnson, Contact Mechanics, Cambridge University Press, Cambridge, 1987.

[200] Una descripción de procedimientos de ensayo, resultados, y referencias bibliográficas básicas se pueden hallar en el Handbook of Nondestructive Testing of Concrete, capítulo 14: Stress wave propagation methods, CRC Press, Boca Raton, 2004. También puede consultase el libro, más avanzado, Non-destructive evaluation of reinforced concrete structures, editado por C. Maierhofer, H. Reinhardt y G. Dobmann, CRC, Boca Raton, 2010. Un resumen de los aspectos fundamentales del método para la práctica puede hallarse en Nondestructive Test Methods for Evaluation of Concrete in Structures, reported by ACI Committee 228.

ensayada. Este método tiene una base teórica que involucró numerosas simulaciones digitales de la propagación, reflexión y difracción de las ondas generadas por el impacto en el interior del material. Los experimentos en el campo combinados con la base teórica desarrollada especialmente para interpretar esos experimentos mostraron la capacidad del método para detectar y dimensionar defectos, condujeron al desarrollo de equipos comerciales para su aplicación y motivaron un estándar para medición de espesores de losas de hormigón. El método del impacto-respuesta es similar al método del impacto-eco, pero además de registrar las señales en los receptores, se registra la señal en el sitio del impacto. Esto permite hallar funciones de respuesta impulsiva y sus transformadas de Fourier, las funciones de transferencia. Esto se puede relacionar con la geometría, la densidad, los módulos de elasticidad y la presencia de defectos en el material. Requiere medios de cómputo y modelos matemáticos más poderosos. Si el material no se puede considerar homogéneo en la escala de las longitudes de onda generadas, la suposición de una única velocidad de propagación no se cumple y se debe recurrir a métodos más sofisticados, como el análisis espectral de ondas de superficie.

6.3 Ensayo basado en el análisis espectral de las ondas de superficie.

En 4.3 estudiamos los ensayos de pavimentos de hormigón mediante vibraciones longitudinales en régimen y mediante ondas de superficie producidas por un excitador sinusoidal en régimen estacionario. Se pueden considerar como antecedentes de métodos más precisos, pero conceptualmente más complejos, desarrollados posteriormente, y basadas ondas superficiales producidas por un impacto. Los fundamentos y algunas de las aplicaciones del método basado en el análisis espectral de las ondas de superficie (AEOS, en inglés SASW) son el objeto de esta sección. Se desarrollaron aplicaciones de este método para determinar la distribución vertical de los módulos dinámicos de elasticidad en suelos, en pavimentos y en elementos estructurales de hormigón, para medir las modificaciones en los módulos de elasticidad durante el proceso de curado en losas de hormigón y para evaluar daños en pavimentos y estructuras. Todo lo visto en la sección 6.2 sobre los métodos de generar radiación de ondas mecánicas mediante impactos, la distribución de la energía radiada entre las ondas de no guidas de volumen (P y S) y de superficie (R), así como la forma de caracterizar un impacto en el dominio del tiempo y en el dominio de las frecuencias es trasladable sin más a la presente sección.

La Figura 6.15 muestra un esquema del instrumental que se suele utilizar en el método AEOS.

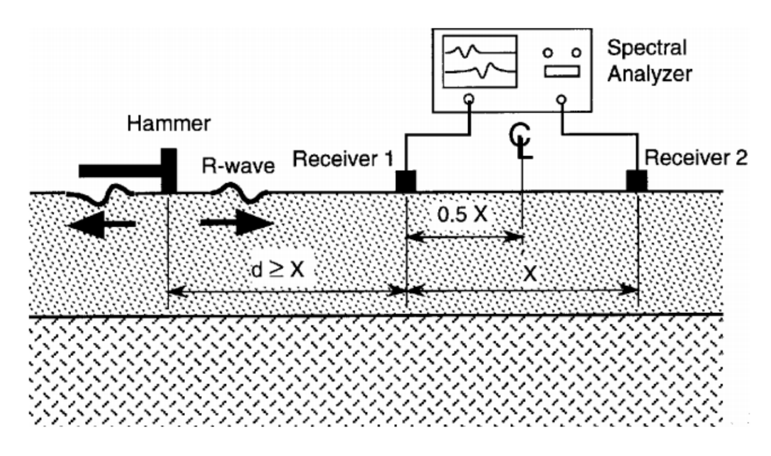


Figura 6.15

Un martillo impacta sobre la superficie de un sistema consistente de dos capas superpuestas y produce ondas de Rayleigh. Dos receptores, alineados entre sí y con el sitio del impacto, se sitúan a cierta distancia el uno del otro y miden la onda superficial durante su pasaje por cada uno de ellos. Generalmente miden directamente aceleraciones o velocidades.

Los receptores se hallan conectados a un sistema de adquisición y procesamiento de datos con al menos dos canales.

El pulso generado por el impacto posee un espectro de frecuencias que depende del tiempo de contacto t_c , como vimos en 6.2. Tomando $t_c\, f\, = 1.5$ el ancho espectral del impacto queda comprendido mayoritariamente entre 0 y $f = \frac{1.5}{t_c}$ de modo que el ancho del espectro crece cuando t_c decrece. Las ondas de superficie generadas por el impacto poseen esa misma banda de frecuencias. Las frecuencias más bajas presentan longitudes de onda λ mayores y como consecuencia número de ondas $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ menores. En 2.3.4 vimos que las componentes de las ondas R se atenúan exponencialmente con la profundidad según dos coeficientes de atenuación, uno de ellos, $q = k\sqrt{1-\left(\frac{c_R}{c_P}\right)^2}$ $(c_P = c_L)$, perteneciente al potencial escalar y el otro, $\mu = k\sqrt{1-\left(\frac{c_R}{c_S}\right)^2}$ $(c_S = c_T)$, perteneciente a la componente no nula del potencial vectorial. Como a menores frecuencias, menores números de onda, y por tanto coeficientes de atenuación exponencial menores, resulta que las ondas R de menor frecuencia y mayor longitud de onda penetran a mayor profundidad. A una profundidad de 1.5 λ las amplitudes de las componentes horizontal y vertical del campo de desplazamientos de una onda R poseen la décima parte de su valor en la superficie del material.

Este comportamiento diferencial de las ondas superficiales según su frecuencia es clave para obtener información sobre las capas superpuestas en un ensayo no destructivo mediante el método AEOS, al igual que lo es para interpretar los antiguos ensayos no destructivos con generadores electrodinámicos que producen vibraciones sinusoidales en régimen estacionario. Sobre este último punto se sugiere rever el contenido de la sección 4.3 del presente informe. Pero como se explicó en esa sección, cuando los módulos de elasticidad varían con la profundidad, sea porque el material ensayado consiste en un sistema de capas superpuestas con diferentes propiedades mecánicas, sea porque el material ensayado presenta un gradiente continuo en esas propiedades, las ondas de superficie dejan de tener una velocidad de fase c_R independiente de la frecuencia y se establecen ondas guiadas dispersivas.

Cuando el método AEOS se aplica a un sistema de múltiples capas superpuestas, se elige un impacto tal que se produzcan ondas superficiales de frecuencias elevadas, tales que las longitudes de onda resulten pequeñas (o a lo sumo comparables) respecto del espesor de la capa superior. [201]

Las ondas que poseen frecuencias menores viajan por los estratos profundos y sus velocidades de fase dependen de la frecuencia.

Esas velocidades de fase se calculan determinando el intervalo de tiempo $\Delta\, t(f)$ que emplea cada onda componente armónica de frecuencia f en viajar de un receptor a otro.

[201] Estas ondas viajan con una velocidad $c_R \cong (0.8774032 + 0.200396\, \nu - 0.0756704\, \nu^2)\, c_S$ algo menor que la velocidad c_S de las ondas S. (Como siempre, ν es el módulo de Poisson).

Para eso se mide la diferencia de fase $\delta\,\phi(f)$ que presenta cada onda entre el receptor más lejano y el más cercano al punto del impacto. Se tiene: $\Delta\,t(f) = \frac{\delta\,\phi(f)}{2\pi\,f}$

Como se conoce la distancia X que separa a los receptores, la velocidad de fase $c_R\,(f)$ a esa frecuencia se calcula así: $c_R\,(f) = \frac{X}{\Delta\,t(f)}$

La longitud de onda correspondiente se calcula así: $\lambda(f) = \frac{c_R\,(f)}{f}$

Repitiendo los cálculos para cada una de las frecuencias se obtiene una relación entre la velocidad de fase y la longitud de onda (*relación de dispersión*): $c_R(\lambda)$

Para hallar los módulos de elasticidad dinámicos a partir de la relación empírica de dispersión se plantea un problema inverso que se resuelve en forma numérica iterativa partiendo de un modelo matemático del sistema investigado.

En ese modelo el sistema se divide en capas: las preexistentes si está compuesto por capas homogéneas, o un conjunto finito de capas lo bastante delgadas como para que se las pueda considerar homogéneas cuando las propiedades mecánicas varían continuamente. A cada capa se le asigna una densidad, un módulo de Poisson y un módulo de cizalla. Esta asignación constituye la semilla para iniciar un proceso iterativo.

Se resuelve el problema directo: a partir de la semilla se determina una primera aproximación a la relación de dispersión, utilizando el modelo matemático para la simulación.

Este resultado se compara con el experimental. Si el error es lo bastante pequeño para los fines del ensayo, se puede aceptar la asignación inicial de propiedades mecánicas. Si no lo es, las densidades y los módulos de elasticidad se modifican y se resuelve nuevamente el problema directo. Se compra la nueva relación de dispersión con los resultados experimentales y así sucesivamente hasta que el error resulte aceptable.

El error se puede considerar como una figura de mérito que se busca minimizar sobre el conjunto de valores que pueden tomar los parámetros mecánicos del sistema ensayado (espesores de capa y módulos de elasticidad dinámicos).

Por ejemplo, se minimiza una función de los M parámetros del modelo como ésta: $Q(\mu_1, \mu_{2,\cdots,}\mu_M) = \sum_{i=1}^{N} p_i \left(c(\lambda_i) - c_{mod}(\lambda_i; \mu_1, \mu_{2,\cdots,}\mu_M\,) \right)^2$

En esta fórmula los p_i son factores de peso no negativos que suman 1, y $c_{mod}(\lambda_i; \mu_1, \mu_{2,\cdots,}\mu_M\,)$ es el valor de velocidad de fase para la longitud de onda λ_i , que predice el modelo para cada elección de los valores de los parámetros$\mu_1, \mu_{2,\cdots,}\mu_M$.

Se supone que se ha determinado experimentalmente la velocidad de fase para N valores de la longitud de onda.

Si para la semilla $\mu_{10}, \mu_{20,\cdots,}\mu_{M0}$ el valor de la figura de mérito $Q(\mu_{10}, \mu_{20,\cdots,}\mu_{M0})$ supera el umbral de error admisible, se efectúan pequeñas variaciones en los valores de los parámetros buscando disminuir el valor de la figura de mérito.

Eso se hace mediante un algoritmo de optimización, como el de Levenberg-Marquardt, implementado en un ordenador y aplicando fuerza bruta computacional.

A partir del valor mínimo de la figura de mérito se puede medir la bondad del ajuste del modelo a los datos experimentales.

Una vez alcanzado este punto se deben revisar críticamente las propiedades mecánicas obtenidas, utilizando toda información adicional disponible y relevante para evaluar si el resultado posee sentido.
Combinaciones diferentes de propiedades mecánicas pueden conducir a la misma o en muy similares relaciones de dispersión teóricas.

La Figura 6.16 muestra a la izquierda una relación de dispersión experimental obtenida aplicando el método AEOS, en el medio una relación de dispersión teórica obtenida por iteración numérica a partir de un modelo matemático del sistema y a la derecha el perfil real del sistema pavimento-suelo ensayado. [202]

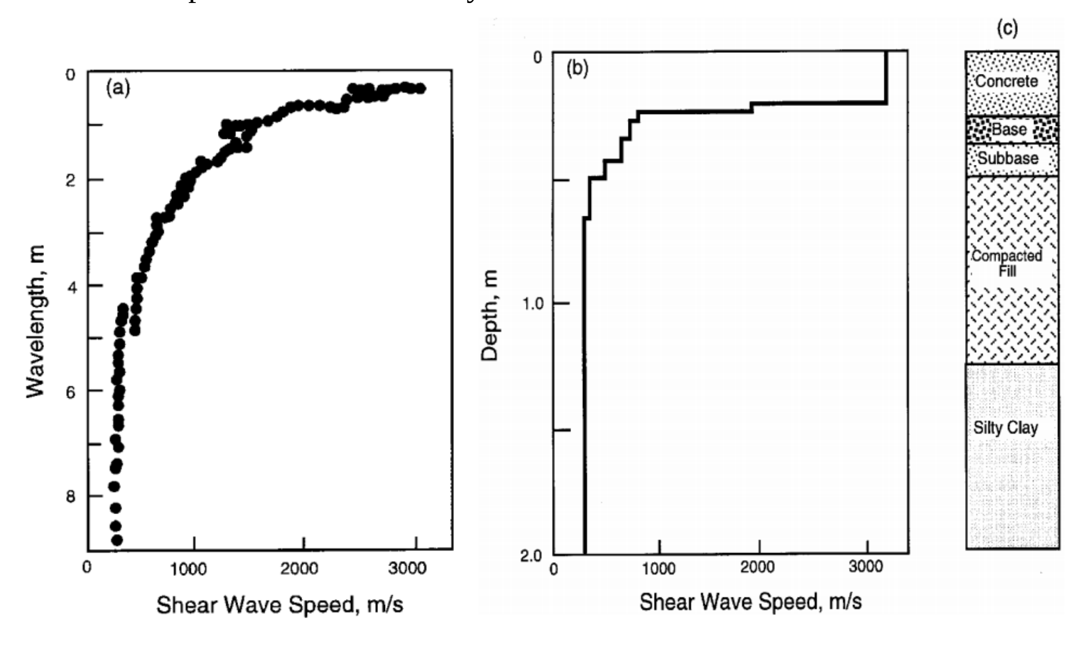


Figura 6.16

La diferencia de fase $\delta\,\phi(f)$ se determina a partir de los registros temporales de las señales en cada uno de los receptores (canales 1 y 2, el 1 es el más cercano al punto del impacto). Se pasa al dominio de las frecuencias para ambas señales. Si el nivel de ruido lo permite, la diferencia de fase $\delta\,\phi(f)$ se determina construyendo el denominado espectro cruzado $G_{21}(f)$ entre las dos señales: $G_{21}(f) = S_2(f)\,S_1^*(f)$

[202] Una revisión exhaustiva de los modelos matemáticos y los métodos numéricos para la simulación digital del proceso de caracterización mecánica de sistemas mediante el empleo de ondas de superficie se pueden consultar en L. Socco y C. Strobbia, Surface-wave method for near surface characterization: a tutorial, Near Surface Geophysics, 165-185, 2004. Para el método AEOS en general y la determinación de la diferencia de fase en particular, puede consultarse el informe técnico de S. Nazarian y K. Stokoe, In-situ determination of elastic moduli of pavement systems by spectral-analysis-of-surface-waves method (practical aspects), Res. Rep. 368-1F, Center for Transportation Research, The University of Texas at Austin, 1986. Una descripción de procedimientos de ensayo por AEOS, resultados, y referencias bibliográficas se pueden hallar en el Handbook of Nondestructive Testing of Concrete, capítulo 14: Stress wave propagation methods, CRC Press, Boca Raton, 2004. También puede consultase el libro Non-destructive evaluation of reinforced concrete structures, editado por C. Maierhofer, H. Reinhardt y G. Dobmann, CRC, Boca Raton, 2010. Un resumen de los aspectos fundamentales del método para la práctica puede hallarse en Nondestructive Test Methods for Evaluation of Concrete in Structures, reported by ACI Committee 228.

En esta fórmula $S_2(f)$ es la transformada de Fourier de la señal registrada en el canal 2 y $S_1^*(f)$ es la complejo-conjugada de la transformada de Fourier de la señal registrada en el canal 1. El espectro de fase de $G_{21}(f)$ es $\delta\,\phi(f)$, la diferencia de fase buscada.
Para estimar la calidad de las señales registradas en los dos canales se suele calcular la denominada función de coherencia para la frecuencia considerada, comprendida entre 0 y 1. Un valor bajo de esa función para una frecuencia dada puede deberse a interferencias producidas por ruido o a otros problemas relacionados con la medición de las señales por los receptores a esa frecuencia. Los valores de velocidad medidos para las frecuencias que conducen a valores bajos de la función de coherencia se descartan.

Además del uso de martillos, se ha retomado desde hace algún tiempo el uso de generadores electrodinámicos de ondas armónicas de frecuencia variable para aplicar en el marco del método AEOS. Por lo general se tiene una potencia más que suficiente empleando los generadores destinados a excitar vibraciones en estructuras, como los que muestra la Figura 4.10. Los instrumentos, los modelos matemáticos discretos, los algoritmos y el software para simulación de dinámicas, para procesamiento de datos y para optimización de figuras de mérito, disponible actualmente, permite obtener y procesar datos en forma inalcanzable para los pioneros del AEOS.

En suma, el AEOS se basa en determinar experimentalmente relaciones de dispersión entre la velocidad de propagación y la longitud de onda, por un lado, y en construir un modelo matemático de la propagación para el sistema ensayado que permite deducir una expresión teórica para la velocidad de propagación en función de la longitud de onda y de los parámetros mecánicos de las capas en las que se divide el sistema (estas pueden consistir en capas sucesivas de hormigones de buena y mala calidad, o en una los de pavimento con una base y capas de suelo). Se comparan las dos relaciones de dispersión mediante una figura de mérito representativa del error de la predicción respecto de la medición. Se minimiza la figura de mérito mediante un proceso iterativo que comienza con una elección inicial de valores de los parámetros. Estos se van variando hasta que el error resulta aceptable. Si esto no ocurre puede ser necesario modificar el modelo matemático del sistema mecánico.

6.4 Algunas conclusiones generales sobre los ensayos no destructivos de hormigones basados en los métodos de pulso-eco, impacto-eco, impacto-respuesta y análisis espectral de las ondas de superficie.

Las técnicas de ensayo no destructivo mediante ondas mecánicas producidas por pulsos o impactos, estudiadas en este capítulo, han venido dando resultados en el campo que sugieren que permitirán superar muchas de las dificultades que aparecen en los ensayos no destructivos de materiales heterogéneos por otros métodos mecánicos. Los avances en instrumentos (incluyendo transductores), en modelos matemáticos de la propagación de ondas mecánicas en sólidos (incluyendo materiales heterogéneos en la escala del ensayo) y en medios para procesar señales (incluyendo hardware y software) conducen a que los métodos de ensayo estudiados en este capítulo se van imponiendo como rutinas convenientes para obtener información sobre las condiciones internas de las estructuras de hormigón.
Como las tres técnicas de ensayo utilizan sensores en parte diferentes y métodos de procesamiento distintos, cada uno puede suministrar información en parte distinta y en

parte complementaria respecto de los otros métodos. Según el problema que se tenga que resolver, un método puede ser preferible a los otros dos. Por este motivo conviene estar familiarizado con todos ellos. Debe tenerse en cuenta que su puesta en práctica requiere un grado de comprensión de los fundamentos, un entrenamiento en trabajos de campo y una experiencia bastante mayor que las requeridas para aplicar otros métodos de ensayo no destructivo.

La Tabla 1, adaptada de la última versión de Nondestructive Test Methods for Evaluation of Concrete in Structures, reported by ACI Committee 228, resume ventajas y limitaciones de los métodos de pulsos ultrasónicos, impacto-eco, impacto-respuesta y AEOS.

Tabla 1

Método	Ventajas	Limitaciones
US por transmisión	Disponibilidad de equipo portable y de empleo relativamente sencillo.	Requiere tener acceso a dos caras opuestas de un miembro estructural. En general no suministra la profundidad de un defecto.
US por pulso-eco	Se accede desde una sola cara. Se dispone de equipo comercial. El empleo de arreglos de transductores con ondas S y la técnica de enfoque por apertura sintética permiten una tomografía 3-D	Aplicable a miembros estructurales de espesores no muy grandes. Requiere operadores con experiencia.
Impacto-eco	Se accede desde una sola cara. Se dispone de equipo comercial. No requiere materiales de acople. Permite detectar y localizar una variedad de defectos	Requiere operadores con experiencia. Permite ensayar miembros estructurales de hasta 1 m de espesor.
Impacto-respuesta	Se accede desde una sola cara. Se dispone de equipo comercial. No requiere materiales de acople. Permite ensayar áreas grandes en poco tiempo.	Requiere operadores con experiencia. Permite ensayar miembros estructurales de hasta 1 m de espesor. Por lo general los resultados obtenidos son comparativos.
AEOS	Permite determinar las propiedades mecánicas de sistemas estratificados o con variación continua de esas propiedades.	Requiere operadores con experiencia. Procesamiento de datos complicado.

7. Ensayos no destructivos de hormigones basados en emisión acústica

Cuando un material sufre cambios irreversibles como los asociados a la aparición y el crecimiento de fisuras, se libera energía elástica desde la zona donde se produce la fractura. Parte de esta energía es radiada en forma pulsos de ondas mecánicas de diferentes frecuencias, algunas audibles y otras no. Esta emisión de ondas elásticas transitorias desde fuentes localizadas se conoce como emisión acústica. [203]
En el hormigón, la emisión acústica debida a la fisuración del material puede ser consecuencia de cargas externas, esfuerzos térmicos o de la retracción por secado. También se puede deber a la pérdida de adherencia entre las armaduras y el hormigón adyacente. En el hormigón reforzado con fibras la emisión acústica se produce cuando una fibra se fractura o se despega.
Cuando un cuerpo de prueba de hormigón se rompe durante un ensayo de resistencia a la compresión o un miembro estructural colapsa bajo una carga, la falla última viene precedida por un nivel elevado de ruido audible.
En la década de 1950 Hubert Rüsch observó que durante ciclos de carga y descarga a niveles por debajo del 70 o del 85% de la carga última soportada por el hormigón en el cuerpo de prueba, se producía emisión acústica solo cuando la máxima carga aplicada previamente era superada (este fenómeno se conoce como efecto Kaiser). [204]
Durante esa misma década L´Hermite midió la emisión acústica del hormigón sometido a una carga de compresión uniaxial creciente y obtuvo los resultados que se muestran en la Figura 1.

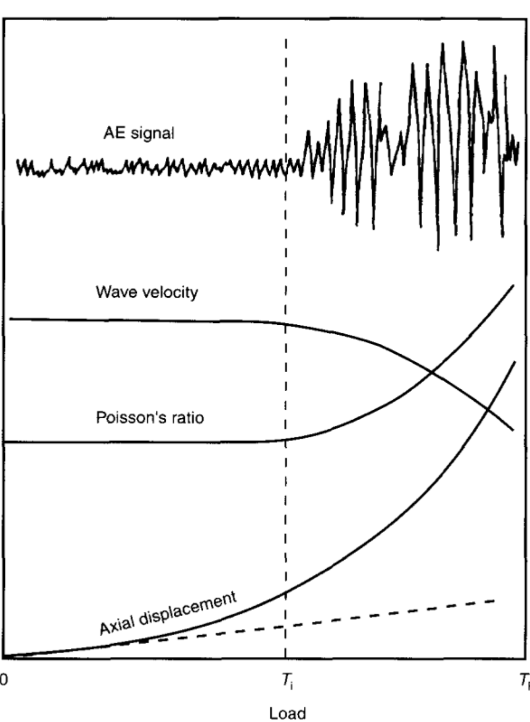


Figura 1 Modificación de los parámetros mecánicos del hormigón bajo cargas crecientes.

[203] A. Veca, J. Ruzzante, M. López-Pumarega y E. Accolti, Ultrasonidos y emisión acústica para ingenieros y estudiantes de ingeniería, 2019; A. Scott, Basic Acoustic Emission, Gordon and Breach, N.Y., 1991.

[204] H. Rüsch, Physical problems in the testing of concrete, Zement-Kalk-Gips, **12** (1):1-9, 1959.

Este investigador midió la velocidad de las ondas P en dirección transversal a la dirección de la carga, el módulo de Poisson y el desplazamiento axial en función de la carga. [205]
En la parte superior de esa figura se puede observar cómo se modifica la actividad de emisión acústica a medida que la carga de compresión aumenta. Hasta alcanzar la primera carga crítica la actividad de emisión acústica, la velocidad del ultrasonido y el módulo de Poisson permanecen estables. Una vez superada la primera carga crítica la actividad de emisión acústica aumenta significativamente, la velocidad de los pulsos ultrasónicos comienza a disminuir y el módulo de Poisson comienza a aumentar. Todo este refleja el proceso de micro fisuración provocado por la carga. El desplazamiento axial deja de ser una función lineal de la carga mucho antes de que esta última alcance su primer valor crítico.
El módulo de Poisson crece aproximándose a 0.5 y la velocidad de propagación decrece hasta alcanzar la segunda carga crítica, que en la Figura 1 no se encuentra explicitada.
A partir de esta carga la propagación de las fisuras es inestable, crecen en forma continua y el material falla definitivamente, después de haberse dilatado como se describió en 1.5, fórmulas [17] a [20] y texto relacionado con esas fórmulas.
Los instrumentos de medición y los medios de procesamiento de datos accesibles para Rüsch y para L´Hermite eran muy limitados desde el punto de vista metrológico en comparación con los equipos disponibles en la actualidad. Trabajaban con frecuencias entre 2 y 15 kHz. En este intervalo de frecuencias son importantes las interferencias del ruido de fondo proveniente de ambiente del laboratorio.
Esta interferencia se puede evitar registrando en un intervalo de frecuencias entre 50 kHz y 2 MHz. Si se eliminan frecuencias bajas y hay emisión acústica que solo se manifiesta a esas frecuencias, esa emisión no será registrada. Si hay emisión acústica a frecuencias elevadas, por arriba de 500 kHz, predomina la atenuación de la señal por lo cual, en igualdad de las demás condiciones, disminuye la distancia máxima entre el foco de emisión y el transductor receptor a la que puede obtenerse una señal medible.
La Figura 7.2 esquematiza de un evento de emisión acústica en el extremo de una fisura, la propagación de ondas mecánicas en el material, a partir de ese lugar, y de su registro en la cara opuesta del cuerpo. Desde la cara donde se encuentra la abertura de la fisura, se indica la propagación, en el aire, de un sonido proveniente del proceso de fractura.

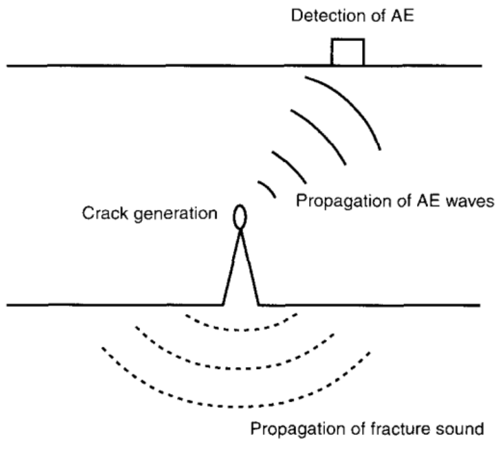


Figura 7.2

[205] R. L'Hermite, Volume change of concrete. Proc. 4th Int. Svmp. on Chemistry of Cement, V-3. NBS Monograph 43, NBS, Washington DC, 659-694, 1960.

A medida que los instrumentos y los medios para procesar señales fueron mejorando, se hallaron emisiones acústicas no audibles al alcanzar, en el laboratorio, niveles de carga de compresión de solo un 10% o menos de la resistencia del cuerpo de prueba.
Además, las evidencias sobre el efecto Kaiser en el hormigón halladas por Rüsch fueron revisadas a la luz de nuevos resultados experimentales obtenidos con transductores y unidades de procesamiento mucho mejores que los utilizados por este investigador.

7.1 Esquema causal de Hsu, Simmons y Hardy. El conteo de los eventos de emisión acústica y la caracterización paramétrica de las fuentes. Los problemas directo e inverso.

La Figura 7.3 resume en un diagrama causal un evento de emisión acústica, la propagación del pulso de ondas mecánicas producido, su medición, procesamiento e interpretación de los resultados de la medición.

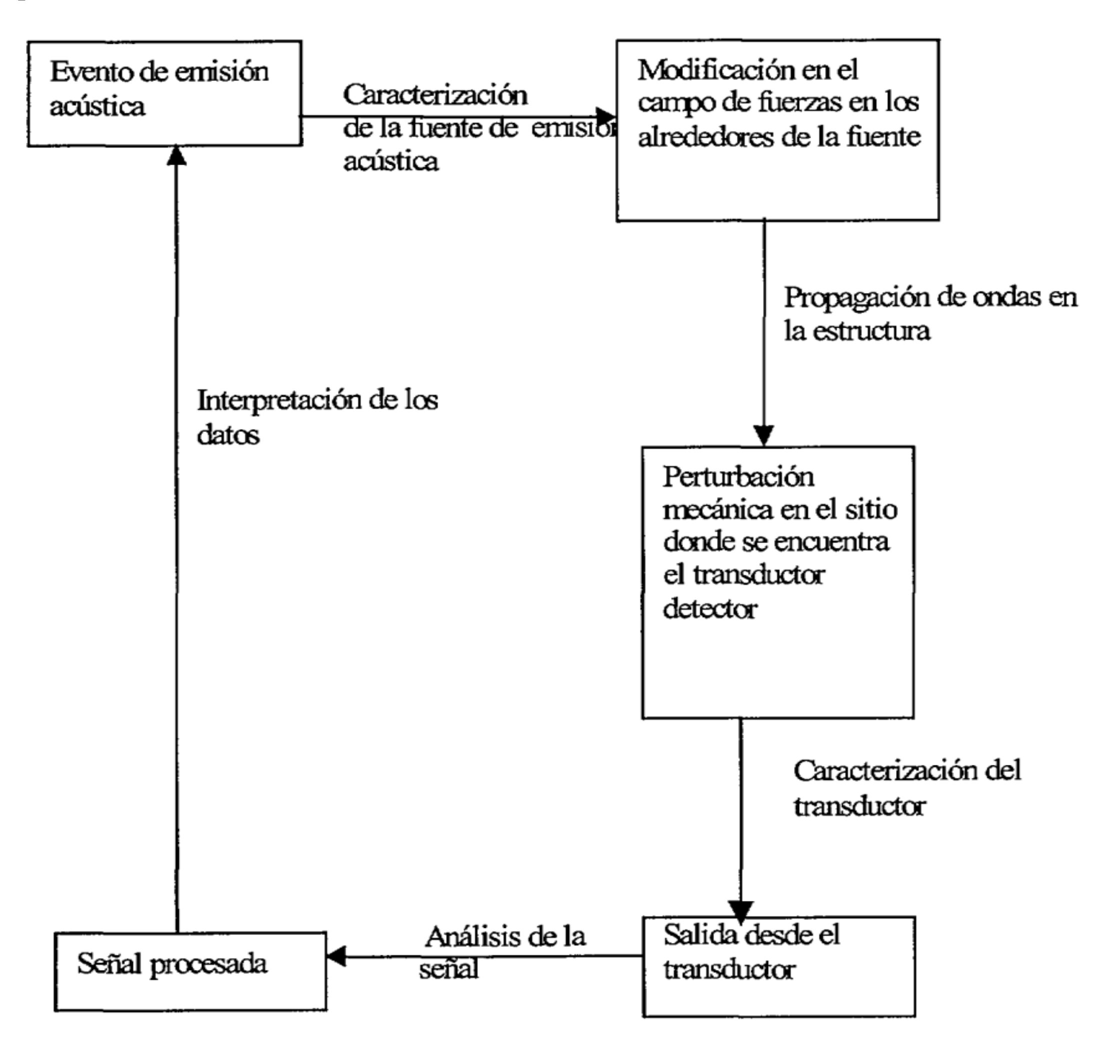


Figura 7.3 Diagrama causal de Hsu, Simmons y Hardy (Adaptado de A. Scott, Basic Acoustic Emission, Gordon and Breach, N.Y., 1991.)

Se puede comenzar por el evento de emisión acústica (una súbita discontinuidad en el desplazamiento sobre la superficie de una fisura) que aparece a la izquierda en la parte superior de la figura.

Ese evento se traduce en una modificación local del campo de esfuerzos que, en las adyacencias del lugar del evento se propaga como un pulso de ondas mecánicas P y S.

Si se utiliza un desarrollo multipolar del radiador asociado al evento de emisión acústica, las modificaciones en el campo de esfuerzos (ondas que se propagan en el sólido) producido por el evento permiten caracterizar a ese radiador [206] (en forma análoga a como se efectúa la caracterización multipolar de una antena emisora en la teoría electromagnética).

Las ondas emitidas por el radiador sufren diversas alteraciones a medida que se propagan atravesando el cuerpo (la estructura) hasta llegar al sitio donde se encuentra un transductor receptor. [207]
El transductor convierte la señal mecánica en una señal eléctrica (un voltaje).
Puesto que el transductor contacta al cuerpo en una superficie (posiblemente a través de una lámina de acople) recibe la parte del campo de desplazamientos (con su campo asociado de deformaciones y un campo de esfuerzos) que llega a esa superficie de contacto.
Las pequeñas (respecto del diámetro del receptor) variaciones espaciales que puedan presentar estos campos, paralelamente a la superficie de contacto del transductor y sobre ésta, son promediados para dar lugar a una función solo del tiempo: la señal de voltaje. La relación entre el campo de ondas mecánicas que llega a la superficie de contacto y a salida de voltaje permite caracterizar al transductor.
Un sensor de emisión acústica puede transformar vibraciones mecánicas de 10^{-11} m en señales eléctricas de 10^{-6} V.
Debería tener una relación señal/ruido lo más elevada que sea posible y debería presentar una respuesta plana en frecuencia para que las características de las ondas mecánicas que llegan al transductor no se vean demasiado distorsionadas y desaparezca información que puede ser relevante.
A veces, cuando la onda P emitida durante el evento de emisión acústica llega directamente al sensor, un nivel de ruido elevado impide detectarla y lo que se observa es una onda S o una onda de superficie.
Esto complica, o en algunas ocasiones la incertidumbre sobre el tipo de onda registrada puede imposibilitar, la localización del defecto responsable de la emisión utilizando un conjunto de sensores.

La señal de voltaje sale del transductor generalmente después de atravesar un preamplificador y pasa a una cadena de acondicionamiento (amplificación entre 60 y 100 dB y filtrado mediante un filtro pasa-banda), procesamiento y presentación visual.

---

[206] J. Hudson, The Excitation and Propagation of Elastic Waves, Cambridge University Press, Cambridge, 1980; M. Ohtsu, Mathematical theory of acoustic emission and moment tensor solution, J. Soc. Mat. Sci. Japan, **36**(408):1025- I031, 1987; M. Ohtsu, Source inversion of acoustic emission waveform, Proc. JSCE, **398**:1-10, 71 -79, 1988.

[207] Los mecanismos de atenuación de las ondas, tanto físicos como geométricos, fueron estudiados con cierto detalle en la sección 2.1 del presente informe.

La Figura 7.4 muestra tres modalidades de conteo para señales de emisión acústica. En hormigón se utilizan fundamentalmente la ventana seguida de un tiempo muerto y la construcción de la envolvente de la señal a partir de la señal analítica. [208]

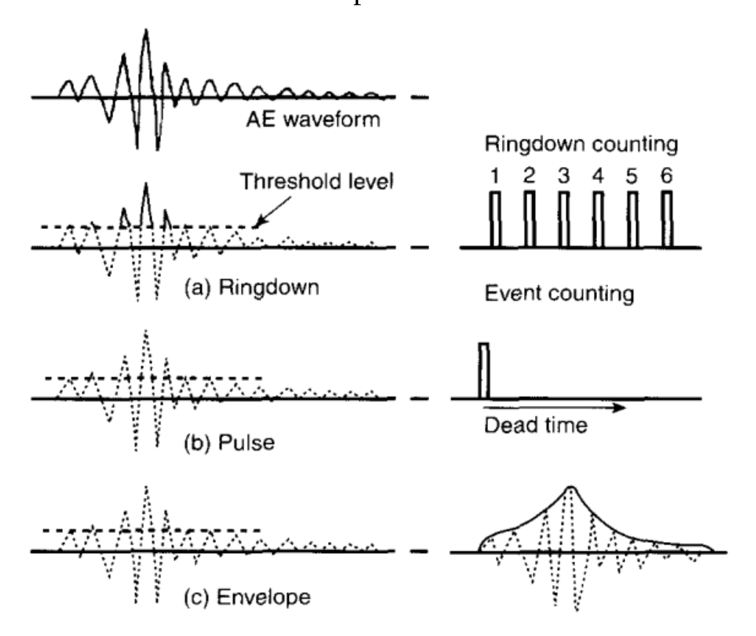


Figura 7.4 (Adaptado de M. Ohtsu, The history and development of acoustic emission in concrete engineering, Magazine of Concrete Research, **48** (177): 321-330,1996.)

Los eventos de amplitudes pequeñas pueden no ser distinguibles del ruido, aunque se encuentren próximos al sensor, los eventos lejanos o con frecuencias muy elevadas pueden atenuarse hasta un punto en el cual tampoco se pueden distinguir del ruido, y las señales que se presenten durante un tiempo muerto lo bastante prolongado pasarán desapercibidas.

Por este motivo lo que cabe esperar es una correlación entre el número de eventos contados y la actividad de emisión acústica en el material. [209]

La interpretación de los datos procesados suministra información sobre el evento de emisión acústica. En principio, esta información se puede utilizar para identificar ese evento. En condiciones favorables una identificación de los parámetros de multipolo de la fuente de emisión acústica puede suministrar información sobre el modo de apertura de la fisura emisora (tracción o cizalla) y eventualmente sobre su orientación. Esas

[208] La señal analítica se obtiene combinando la señal original $s(t)$ con su transformada de Hilbert $s_H(t) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{s(\tau)}{(t-\tau)}\,d\tau$ formando una función compleja de variable real $\hat{s}\,(t) = s(t) + i\,s_H(t) = A(t)\,exp[i\phi\,(t)]$ donde $A(t) = \sqrt{s(t)^2 + s_H(t)^2}$ es la envolvente de la señal original y $\phi\,(t) = arctg\,\frac{s_H(t)}{s(t)}$ es su fase. $\omega(t) = \frac{d}{d\,t}\,\phi(t)$ es una la frecuencia variable. Para un pulso ultrasónico como los considerados en el capítulo 5, emitido por un transductor resonante, esta frecuencia varía en torno a la frecuencia portadora (como una frecuencia modulada). En una señal de emisión acústica el comportamiento de $\omega(t)$ puede diferir respecto del comportamiento para un pulso ultrasónico. Ver, por ejemplo, B. Lempriere, Ultrasound and Elastic Waves, Frequently Asked Questions, Academic Press, Elsevier Science, San Diego (USA), 2002.

[209] Recommendations to apply AE to damage in concrete RILEM TC 212-ACD (2010).

condiciones se pueden producir en algunos ensayos de laboratorio, pero casi nunca se alcanzan en un ensayo en una estructura. [210]

Se pueden distinguir dos tipos de problema en relación con la emisión acústica: el directo y el inverso.

El problema directo consiste en predecir el campo elastodinámico que llega al receptor si se conocen la o las fuentes de emisión acústica, sus patrones de radiación de ondas mecánicas, la geometría, las propiedades mecánicas y las condiciones de frontera del cuerpo (la estructura). Desde el punto de vista experimental el problema directo se puede abordar empleando una fuente de ondas de posición y patrón de radiación conocidos (simulador analógico) y ubicando transductores de características conocidas en distintos puntos de la superficie del cuerpo para medir algunas de las características de su respuesta mecánica.

El problema inverso consiste en reconstruir la posición y el patrón de radiación de las fuentes del campo a partir de las señales de voltaje obtenidas a partir de un conjunto de transductores ubicados en la superficie del sólido. Como todo problema inverso, el ubicar y reconstruir el patrón de radiación de los eventos de emisión acústica es un problema numérico por lo menos mal condicionado. Se puede mejorar su número de condición, disminuyendo la incertidumbre sobre las posiciones y las características de los patrones de radiación, si se dispone de suficiente información adicional, como se dijo en 5.2.3.3 a propósito de la tomografía ultrasónica basada en los tiempos de tránsito de los pulsos.

7.2 Localización de fallas. [211]

Supongamos que, en un material homogéneo e isótropo, la velocidad de propagación de las señales es c, el emisor posee coordenadas x_e, y_e, z_e y emite en el instante t_e.

Supongamos que tenemos N sensores de coordenadas $x_k, y_k, z_k \quad k = 1,2,\dots,N$, tales que el k-ésimo sensor detecta la señal proveniente de la fuente en el instante t_k .

En ese caso se verifican las N ecuaciones algebraicas no lineales en cinco incógnitas (el instante t_e en el que se produjo la emisión, las coordenadas de posición x_e, y_e, z_e del emisor y la velocidad c de propagación):

$$t_k - t_e = \frac{\sqrt{(x_k-x_e)^2+(y_k-y_e)^2+(z_k-z_e)^2}}{c} \qquad k = 1,2,\dots,N \qquad [1]$$

[210] M. Ohtsu, M. Shigeishi y H. Iwase, AE observation in the pull-out process of shallow hook anchors. Proc. JSCE, **408(**VII):177- 186, 1989; F. Zhang, Y. Yang, S. Fennis y M. Hendricks, Developing a new acoustic emission source classification criterion for concrete structures based on signal parameters, Construction and Building Materials **318**-126163, 2022.

[211] Ver A. Beattie, Acoustic Emission Non-Destructive Testing of Structures using Source Location Techniques, SAND2013-7779, August 2013; ver también el capítulo 7 (Acoustic Emission) del libro de M. G. R. Sause, E. Jasiūnienė (eds.), Structural Health Monitoring Damage Detection Systems for Aerospace, Springer Aerospace Technology, 2021.

Si $N \geq 5$ ese sistema de ecuaciones puede resolverse en forma numérica mediante un algoritmo de optimización. Si la velocidad de propagación es conocida, el número de incógnitas se reduce a cuatro y mejora la condición numérica del problema.

La Figura 7.5 muestra la localización de las fuentes de emisión acústica detectadas durante un ensayo de flexión en vigas de hormigón armado. [212]

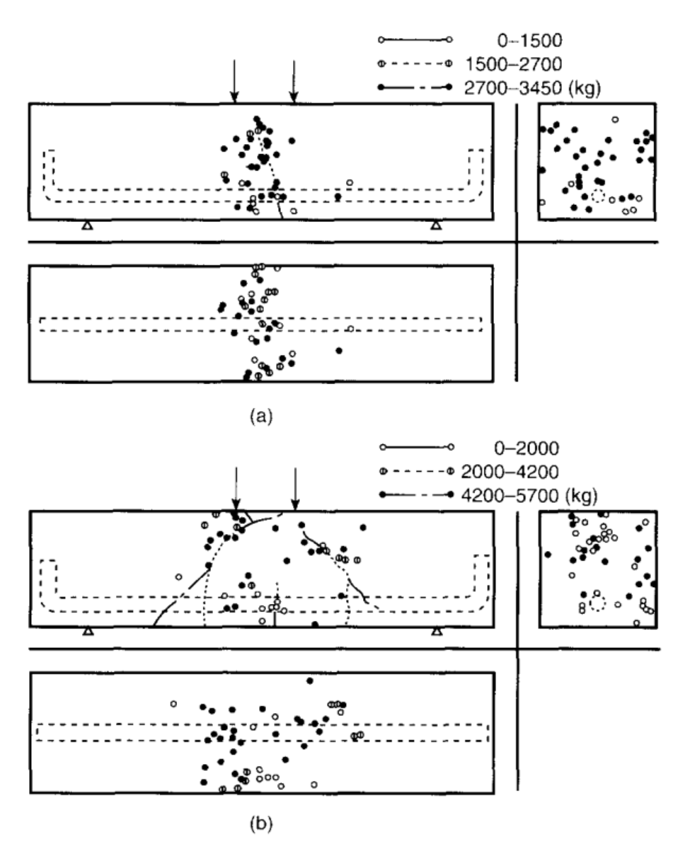


Figura 7.5

Dos vigas se muestran en alzada, en planta, y en una de sus caras transversales a sus ejes. Ambas están cargadas en flexión. Del patrón 3-D de emisión acústica se desprenden dos modalidades de falla: una transversal al eje, de flexión y la otra una falla diagonal por cizalla.

7.3 Aplicaciones de laboratorio y en el campo. [213]

La actividad de emisión acústica se puede relacionar en el laboratorio con el crecimiento de las fisuras (incluyendo su velocidad de crecimiento) y con los parámetros de la mecánica de la fractura, para pastas de cemento hidratado, morteros y hormigones.

---

212 M. Ohtsu, The history and development of acoustic emission in concrete engineering, Magazine of Concrete Research, **48** (177): 321-330,1996.

213 Handbook of Nondestructive Testing of Concrete, capítulo 16: Acoustic emission methods, CRC Press, Boca Raton, 2004; K. Ono, Acoustic emission in materials research: a review, Acoustic Emission, **29**:284-303, 2011; S. Shahidan, R. Pulin, N. Bunnori y K. Holford, Damage classification in reinforced concrete beam by acoustic emission signal analysis, Construction and Building Materials **45**: 78–86, 2013.

A medida que la carga se incrementa se modifican las características de la emisión acústica desde un cuerpo de prueba de hormigón, se han observado tres fases.
Durante la primera etapa de carga, cuando se desarrollan fisura a partir de los anillos de transición entre la pasta de cemento y los agregados, se detectan señales de energía elevada. Durante una segunda fase donde el crecimiento de las fisuras se ve parcialmente detenido por los mecanismos mencionados en la sección 1.2 del presente informe, se detectan señales de baja energía. Durante una tercera fase durante la cual el campo de fisuras crece extendiéndose a través del material, se detectan nuevamente señales de energías elevadas.

El análisis de las señales de emisión acústica en un miembro estructural puede suministrar información acerca de la localización de un proceso de fractura y para estimar la extensión del daño.

La predicción de la resistencia del hormigón sobre la base de información obtenida del conteo de señales de emisión acústica conduce a correlaciones entre variables tales como la resistencia a la compresión y el esfuerzo para el cual se producen las primeras señales de acuerdo con un criterio de umbral. La dispersión en estas correlaciones es bastante grande por lo que no parece que se las pueda utilizar sin más en la práctica corriente.

La fisuración durante el secado, la influencia del grado de porosidad sobre el comportamiento del material durante un proceso de carga, la fisuración térmica, la adherencia entre el acero y el hormigón y la corrosión de las armaduras en el hormigón han sido objeto de estudios de laboratorio mediante métodos de emisión acústica.

Las aplicaciones de campo son escasas y en general no han sido estandarizadas para un uso rutinario. No obstante, la emisión acústica se ha aplicado con cierto éxito en la industria nuclear en el estudio de estructuras de hormigón pretensado relativamente simples. También ha resultado exitosa en el monitoreo de puentes de hormigón. En todos estos casos se identificaron varias clases de fuentes de emisión acústica, asociadas a la propagación de fisuras bajo carga, a la fisuración que puede acompañar a una redistribución de deformaciones y fisuración asociada a las variaciones de volumen de origen térmico. Las dificultades en la medición y en la interpretación de las señales dificultan la obtención de resultados cuantitativos en el campo, aún con la ayuda de información complementaria ajena a la emisión acústica.

7.4 Algunas conclusiones generales sobre los ensayos no destructivos de hormigones basados en métodos de emisión acústica.

En suma, las técnicas basadas en la emisión acústica se aplican con éxito en el laboratorio para complementar otras mediciones de las propiedades del hormigón.
Si bien se ha avanzado mucho en relación con su empleo en el campo, todavía dista mucho de poder ser implementada como un método rutinario, como lo es, por ejemplo, la determinación de los tiempos de tránsito de pulsos ultrasónicos.
Si una estructura se somete a una carga, la ausencia de emisiones acústicas puede interpretarse como que la estructura es segura bajo las condiciones de carga existentes. Un nivel bajo pero permanente de emisiones acústicas parece indicar que la estructura debe monitorizarse continuamente para prevenir la posibilidad de una falla grave. Un nivel alto de emisiones acústicas sugiere que la estructura no es segura. Esta

categorización por sí misma no es útil. Como las señales que se registran no dependen solo de la intensidad y las características de la radiación desde los defectos y la ubicación de estos, sino que también dependen de la propagación con atenuación y conversión de modos hasta alcanzar los transductores piezoeléctricos y del ruido estructural externo a las fuentes de emisión acústica y del ruido en la cadena de medición y procesamiento de datos ¿cómo cuantificar nivel bajo y nivel alto de emisiones en una estructura dada?

No obstante, cuando se hayan resuelto satisfactoriamente los problemas que dificultan la cuantificación de los resultados de los ensayos, la emisión acústica se podría utilizar para obtener información sobre el estado resistente de un miembro estructural o de una estructura de hormigón, siguiendo un proceso secuencial que se puede resumir en seis pasos: [214]

- ¿Existe emisión acústica a un nivel de carga determinado? Si no existe no se producen daños en estas condiciones. Si hay emisión acústica se producen daños.

- ¿Continúa la emisión acústica mientras la carga se mantiene constante al nivel máximo? Si no continúa, no se producen daños por fluencia. Si continúa se producen daños por fluencia. Si la tasa de conteo aumenta, una falla grave podría ocurrir bastante pronto.

- ¿Se han producido emisiones acústicas de gran amplitud? Si no se han producido, las fracturas individuales han sido relativamente leves. Si se produjeron, entonces deben haber ocurrido eventos relacionados con fracturas mayores.

- ¿Se produce emisión acústica si la estructura se ha descargado y luego se vuelve a cargar a la carga máxima anterior? Si esto no ocurre, no hay daños ni propagación de grietas bajo fatiga de bajo ciclado. Si ocurre existe daño interno y las zonas dañadas continúan extendiéndose incluso con cargas bajas.

- ¿Se produce la emisión acústica solo en una zona específica? Si esto no ocurre y las emisiones provienen de múltiples regiones, toda la estructura está dañada. Si ocurre el daño es localizado.

- ¿La emisión acústica en una región aparece como muy localizada? En caso negativo, el daño se dispersa en un área significativa. En caso afirmativo cabe esperar que el daño se deba a una concentración de esfuerzos mecánicos muy localizada.

[214] P. Cole, Using acoustic emission to locate and identify defects in composite structures, Compos. Struct., 3: 259-267, 1985.